



# Plasticité et endommagement des roches ductiles. Application au sel gemme

Luc Thorel

## ► To cite this version:

Luc Thorel. Plasticité et endommagement des roches ductiles. Application au sel gemme. Géologie appliquée. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1994. Français. NNT : . tel-00529724

**HAL Id: tel-00529724**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00529724>**

Submitted on 3 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NS 18 467 (4)

X

Thèse de Doctorat de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

présentée par

***Luc THOREL***

en vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR

DE

L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

Spécialité :

*Géotechnique*

Sujet de la Thèse :

**PLASTICITÉ ET ENDOMMAGEMENT  
DES ROCHES DUCTILES  
- Application au sel gemme -**

Soutenue à Paris le 14 décembre 1994

devant le jury composé de Messieurs :

**Bernard HALPHEN  
Michel AUBERTIN  
André DRAGON  
Pierre BEREST  
Jacques DESRUES  
Jean-Pierre HENRY  
Patrick LEBON  
Mehdi GHOREYCHI**

**Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur**

EN.P.C.



INV01209

10



*A Hélène*





## **Remerciements**

*Le travail que j'ai effectué pendant ma thèse n'aurait jamais vu le jour sans l'aide d'un grand nombre de personnes. Ce travail a été financé essentiellement par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) et le Groupement pour l'Étude des Structures Souterraines de Stockage (G.3S), mais aussi par l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris, dont je remercie le soutien.*

*Mes remerciements personnels s'adressent tout d'abord à Monsieur Pierre BÉREST, Directeur du Laboratoire de Mécanique des Solides de l'École Polytechnique, pour son accueil dans l'équipe de Mécanique des Roches, le suivi d'une partie de mon travail agrémenté de discussions fructueuses, et sa participation au jury.*

*J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur Mehdi GHOREYCHI, Directeur-Adjoint du G.3S à l'École Polytechnique, qui a dirigé et suivi mon travail, qui a mis à ma disposition les moyens nécessaires pour mener à bien ce travail. Ses encouragements et ses conseils au cours de ces dernières années m'ont été profitables.*

*Mes remerciements vont naturellement vers Monsieur Bernard HALPHEN, Professeur à l'École Nationale des Ponts et Chaussées, qui fut mon correspondant au LCPC, avant de me faire l'honneur d'accepter la présidence de mon jury.*

*Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur André DRAGON, Directeur de Recherches au CNRS au Laboratoire MTM de Poitiers, et Monsieur Michel AUBERTIN, Professeur à l'École Polytechnique de Montréal au Canada, qui ont accepté la lourde tâche de rapporteur, me fournissant nombre de remarques pertinentes, ainsi que de riches discussions.*

*Je remercie Monsieur Patrick LEBON, Chef du Service Géotechnique à l'Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs, Monsieur Jean-Pierre HENRY, Professeur à l'EU-DIL, Monsieur Jacques DESRUES, Directeur de Recherches au CNRS au Laboratoire L.3S à Grenoble, qui ont accepté de lire et de critiquer mon travail en participant à mon jury.*

*Je veux remercier Monsieur Gilles ROUSSET, Directeur du G.3S, qui m'a accueilli dans son équipe, et dont j'ai pu apprécier la sagacité.*

*Messieurs Pierre HABIB, Minh Phong LUONG, Behrooz BAZARGAN et Philippe COSENZA ont été les premiers lecteurs de mon manuscrit, je les en remercie.*

*Parmi les collègues qui ont collaboré à mon travail, je remercie très vivement Messieurs Jean-Marc PICARD, Albert GIRAUD et le Professeur Tomasz HUECKEL, qui m'ont fait partager leurs connaissances sur la modélisation en plasticité, dans une ambiance de travail chaleureuse où j'ai pu apprécier leur écoute et leur disponibilité. Je remercie également Monsieur Ahmad POUYA, qui m'a mis le pied à l'étrier au sujet des modèles autocohérents, et Monsieur SU Kun dont l'aide et l'efficacité à la fois dans la pratique des calculs numériques et dans la réalisation d'essais de laboratoire m'ont été très utiles.*

*Concernant les essais de laboratoire, l'équipe du G.3S dans son ensemble a fait un travail important et fructueux. Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur Serge CHANCHOLE pour son goût et sa capacité à relever les défis expérimentaux, sa collaboration sans faille toujours dans la bonne humeur, mais aussi pour les nombreuses et enrichissantes discussions vespérales, agrémentées de considérations techniques voire même d'essais... Mes remerciements vont aussi à Monsieur René HERBEZ, qui a réalisé l'essentiel des essais que j'ai exploités, à Monsieur Daniel THÉVAL pour son aide, son sens pratique et sa perspicacité, à Monsieur Frédéric DUBOUIS pour sa disponibilité et son efficacité en particulier dans la programmation des logiciels de pilotage et d'acquisition, à Messieurs Bruno RAVET et Thierry LEGRASSE pour leur aide fréquente.*

*Je remercie aussi Messieurs Hubert MAIGRE, Darrell MUNSON, Daniel RITTEL et Claude STOLZ, avec lesquels les discussions furent brèves mais décisives.*

*Mes remerciements vont également à Mesdames Irini DJERAN-MAIGRE et Denise BERNAUD, Messieurs Daniel GRUNBERGER, Jean-Pierre CHARPENTIER, Jean BERGUES, Youssam KAZAN, Mahfoud OULD AMY, et à tous les collègues dont la collaboration sur le site de l'École Polytechnique fut appréciable.*

*Enfin, je remercie mes amis, mes parents et Hélène pour l'aide et le soutien constants qu'il m'ont apportés au long de ces années de Thèse.*

*“La contrainte te délivre  
et t’apporte la seule liberté qui compte”*

Antoine de Saint-Exupéry

Citadelles



## **CHAPITRE A : MÉTHODES EXPÉRIMENTALES D'IDENTIFICATION ET MODÉLISATION DE L'ENDOMMAGEMENT DES GÉOMATÉRIAUX ET DU SEL GEMME**

<b>1. Définitions</b>	<b>4</b>
1.1. Plasticité	4
1.2. Endommagement	4
1.3. Rupture	5
1.4. Classification du comportement des roches : fragilité et ductilité	6
<b>2. Facteurs d'influence sur le comportement du sel gemme et d'autres géomatériaux</b>	<b>10</b>
2.1. Pression de confinement	10
2.2. Vitesse de déformation	13
2.3. Température	15
2.4. Pression interstitielle	16
2.5. Influences interdépendantes	17
2.6. Présence d'eau ou de saumure	17
2.7. Anisotropie des roches	19
2.8. Taille des grains	19
<b>3. Le monocristal de chlorure de sodium (halite)</b>	<b>20</b>
3.1. Les mécanismes de glissement	21
3.2. Identification des mécanismes de glissement	23
3.3. Influence de la vitesse de chargement et de la température	24
3.4. Variations de volume dues aux mouvements de dislocations	26
3.5. Cristallisation dynamique	27
3.6. Mécanismes de fluage	27
3.7. Conclusions sur le comportement du monocristal de sel	29
<b>4. Mécanismes de déformation du sel gemme</b>	<b>30</b>
<b>5. Identification de l'endommagement sous chargement mécanique</b>	<b>31</b>
5.1. Méthodes d'auscultation	31
5.2. Méthodes mécaniques	40
5.3. Déformations volumiques	44
5.4. Critères de rupture du sel gemme	47
5.5. Conclusion sur les mesures de l'endommagement	53
<b>6. Quelques modèles d'endommagement</b>	<b>54</b>
6.1. Modèles utilisant la variable D	55
6.2. Modèles suivant le formalisme de la plasticité	56
6.3. Endommagement du sel gemme	60
6.4. Conclusion sur la modélisation de l'endommagement	62
<b>7. Conclusions</b>	<b>63</b>

## **CHAPITRE B : ENDOMMAGEMENT DU SEL GEMME AU LABORATOIRE**

<b>1. Introduction</b>	<b>65</b>
<b>2. L'essai triaxial axisymétrique</b>	<b>66</b>
2.1. Chemins de contrainte	66
2.2. Espace des contraintes principales	66
2.3. Plan {contrainte radiale, contrainte axiale}	69
2.4. Plan {contrainte moyenne, contrainte déviatorique}	69
2.5. Plan déviatorique	70
<b>3. Bases de l'interprétation des essais triaxiaux axisymétriques</b>	<b>71</b>
3.1. Configurations	71
3.2. Homogénéité des contraintes et des déformations	73
3.3. Déformations : quelle mesure choisir ?	73
3.4. Contraintes : quelle définition ?	79

3.5. Puissance et Travail.....	81
<b>4. Résultats des essais sur le sel des M.D.P.A. ....</b>	<b>87</b>
4.1. Origine du sel gemme testé .....	87
4.2. Conditions d'essai .....	91
4.3. Chargement hydrostatique .....	92
4.4. Chargement déviatorique en compression .....	94
4.5. Chargement déviatorique en extension .....	104
4.6. Chargement alterné extension-compression .....	107
4.7. Paramètres élastiques.....	109
4.8. Travail et dissipation volumique.....	119
4.9. Grandes déformations.....	123
4.10. Surfaces caractéristiques .....	124
<b>5. Conclusion.....</b>	<b>133</b>

## **CHAPITRE C : MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DU SEL GEMME ENDOMMAGÉ**

<b>1. Introduction.....</b>	<b>136</b>
<b>2. Acquis expérimentaux.....</b>	<b>136</b>
<b>3. Approche micromécanique : modélisation autocohérente.....</b>	<b>137</b>
3.1. Modèle de Berveiller et Zaoui .....	137
3.2. Application du modèle de Berveiller & Zaoui au sel gemme.....	138
3.3. Principaux résultats.....	139
3.4. Conclusions sur le calcul micro-macro.....	145
<b>4. Approche macroscopique : modélisation en plasticité.....</b>	<b>147</b>
4.1. Identification de la surface de charge F.....	147
4.2. Détermination du potentiel plastique G.....	148
4.3. Essai triaxial axisymétrique.....	150
4.4. Evolution de la surface de charge et du potentiel plastique.....	153
4.5. Remarques sur la généralisation à trois dimensions des résultats d'essai triaxiaux axisymétriques.....	178
4.6. Critères d'endommagement.....	178
4.7. Critères de rupture .....	179
4.8. Récapitulatif : équations du modèle rhéologique élastoplastique .....	189
<b>5. Conclusions.....</b>	<b>190</b>
<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>191</b>

## **ANNEXE I : DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET PRINCIPE DES ESSAIS TRIAXIAUX AXISYMÉTRIQUE SOUS CHARGEMENT COMPRESSIF**

<b>1. Principe et objectifs des essais.....</b>	<b>197</b>
1.1. Écrouissage : essai rapide. ....	198
1.2. Essais différés .....	204
<b>2. Précision des mesures.....</b>	<b>205</b>
2.2. Définitions .....	206
2.3. Déplacement et déformations linéaires .....	207
2.4. Volume .....	208
2.5. Température.....	223
2.6. Pression .....	229
2.7. Force.....	231
<b>3. Contrôle, mesure et acquisition des paramètres.....</b>	<b>234</b>

<b>4. Montage du dispositif.....</b>	<b>235</b>
<b>5. Bases de l'interprétation.....</b>	<b>235</b>
5.1. Hypothèse sur la géométrie des échantillons.....	235
5.2. Calcul des contraintes de Cauchy.....	236
<b>6. Amélioration des essais.....</b>	<b>237</b>

## **ANNEXE II : DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES ÉLASTIQUES PAR CHARGEMENT QUASISTATIQUE**

1. Module d'Young.....	241
2. Coefficient de Poisson .....	242
3. Modules de compressibilité et de cisaillement .....	242
4. Paramètres de Lamé .....	243
5. Correction à apporter à ces mesures .....	243
6. Coefficients élastiques - Récapitulation .....	246
7. Exemple de détermination des paramètres élastiques en chargement déviatorique .....	247
8. Commentaires sur les résultats des différentes mesures de déformation ...	249

## **ANNEXE III : COMPRESSION D'UN CYLINDRE ÉLASTIQUE EN GRANDES DÉFORMATIONS**

<b>1. Hypothèses générales.....</b>	<b>254</b>
1.1. Géométrie et chargement.....	254
1.2. Grandes déformations.....	254
<b>2. Potentiels.....</b>	<b>255</b>
2.1. Ressort .....	255
2.2. Potentiel élastique .....	256
2.3. Potentiel d'une force appliquée sur une surface plane.....	256
2.4. Potentiel hydrostatique .....	256
2.5. Cas du cylindre.....	256
<b>3. Matériau compressible .....</b>	<b>256</b>
3.1. Loi de comportement .....	256
3.2. Equilibre du cylindre .....	257
3.3. Stabilité.....	257
<b>4. Hypothèse de l'incompressibilité .....</b>	<b>263</b>
4.1. Résolution par multiplicateurs de Lagrange.....	263
4.2. Relation effort-déplacement.....	264
4.3. Stabilité.....	264
<b>5. Comparaison entre les hypothèses de compressibilité et d'incompressibilité en compression simple.....</b>	<b>264</b>
<b>6. Conclusions.....</b>	<b>265</b>

<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>266</b>
---	------------

<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>273</b>
----------------------------	------------



# Notations

## Opérateurs

$\dot{\underline{\underline{e}}}$  = dérivée temporelle d'un tenseur

$\dot{e}$  = dérivée temporelle d'un scalaire

$\frac{\partial f}{\partial x}$  = dérivée partielle de f par rapport à x

d f = partie élémentaire de f

grad P = gradient en configuration eulérienne

$\nabla f$  = opérateur gradient en configuration lagrangienne

tr ( $\underline{\underline{e}}$ ) = trace du tenseur  $\underline{\underline{e}} = e_{ii}$

${}^t\underline{\underline{F}}$  = transposée de  $\underline{\underline{F}}$

$\Delta x$  = écart absolu entre deux valeurs de la variable x. Par exemple :  $\Delta x = x_1 - x_0$

div  $\underline{\underline{\sigma}}$  = divergence d'un tenseur du second ordre  $\underline{\underline{\sigma}}$

$\| \underline{\underline{F}} \|$  = norme de  $\underline{\underline{F}} = \sqrt{|\underline{\underline{F}} : \underline{\underline{F}}|}$

$\underline{\underline{A}} : \underline{\underline{B}}$  = produit doublement contracté de tenseurs du second ordre =  $A_{jk}.B_{kj}$

$\langle x \rangle = \frac{|x| + x}{2}$  = opérateur de Macauley

$\langle\langle x \rangle\rangle$  = moyenne volumique de x

Notation	Signification	Unité
<b>Alphabet latin</b>		
$\underline{\underline{1}}$	tenseur unité	
a	fonction du paramètre d'écrouissage	[Pa]
$A_p$	constante de la loi de fluage primaire	[MPa <sup>-1</sup> ]
$A_s$	constante de la loi de fluage secondaire	[MPa <sup>-1</sup> ]
$\underline{\underline{A}}$	tenseur des rigidités élastiques	[Pa]
b	constante de la relation d'évolution de l'angle de dilataance	[Pa]
B	constante de la loi de fluage primaire	[-]
C	constante de la loi de fluage stationnaire	[s <sup>-1</sup> ]
$C_c$	constante de la loi d'évolution de a en compression	[Pa]
$C_e$	constante de la loi d'évolution de a en extension	[Pa]
$C_0$	résistance en compression simple	[Pa]
$\underline{\underline{D}}$	paramètre d'endommagement (éventuellement scalaire)	[-]
$\underline{\underline{\mathcal{D}}}_v$	dissipation volumique	[Jm <sup>-3</sup> ]
$D_c$	constante de la loi d'évolution de a en compression	[Pa]
$D_e$	constante de la loi d'évolution de a en extension	[Pa]
$\underline{\underline{d}}(\underline{\underline{x}}, t)$	tenseur taux de déformation eulérien	[s <sup>-1</sup> ]
$\underline{\underline{e}}$	tenseur des déformations de Green-Lagrange = $\frac{1}{2} ({}^t\underline{\underline{F}} \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{1}})$	[-]

## Notations

$e_m$	déformation de Green-Lagrange moyenne	[-]
$E$	module d'Young	[Pa]
$E_d$	module d'Young dynamique	[Pa]
$\underline{\underline{E}}$	tenseur des déformations macroscopiques	[-]
$E_i$	Energie d'un signal i	[J]
$F$	critère (de viscoplasticité) en contrainte, surface de charge	[Pa]
$\underline{\underline{F}}(\underline{\underline{X}},t)$	Gradient de la transformation (ou gradient de la déformation) $= \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{F}} + \underline{\underline{1}}$ ; $F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$	[-]
$G$	Potentiel plastique	[Pa]
$G$	Module de cisaillement	[Pa]
grad P	gradient hydraulique	[Pa.m <sup>-1</sup> ]
$h$	inverse du module d'érouissage sécant	[Pa <sup>-1</sup> ]
$h$	hauteur actuelle d'un échantillon	[m]
$h_0$	hauteur initiale d'un échantillon	[m]
$H_c$	constante de la loi d'évolution de a en compression	[-]
$H_e$	constante de la loi d'évolution de a en extension	[-]
$\underline{\underline{h}}$	tenseur des déformations logarithmiques ou de Hencky $h_{ij} = \ln \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$	[-]
$I_1$	premier invariant du tenseur des contraintes de Cauchy = tr ( $\underline{\underline{\sigma}}$ )	[Pa]
$I_2$	second invariant du tenseur des contraintes de Cauchy $= \frac{1}{2} \text{tr} (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{2} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$	[Pa <sup>2</sup> ]
$I_3$	troisième invariant du tenseur des contraintes de Cauchy $= \frac{1}{3} \text{tr} (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{3} (\sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3)$	[Pa <sup>3</sup> ]
$I_1'$	premier invariant du tenseur des déformations de Green-Lagrange = tr ( $\underline{\underline{e}}$ )	[-]
$I_2'$	deuxième invariant du tenseur des déformations de Green-Lagrange $= \frac{1}{2} \text{tr} (\underline{\underline{e}} \cdot \underline{\underline{e}})$	[-]
$I_3'$	troisième invariant du tenseur des déformations de Green-Lagrange $= \frac{1}{3} \text{tr} (\underline{\underline{e}} \cdot \underline{\underline{e}} \cdot \underline{\underline{e}})$	[-]
$J(\underline{\underline{X}},t)$	Jacobien (d'une transformation) = $\det \underline{\underline{F}} = \frac{d\Omega_t}{d\Omega_0}$	[-]
$J_2$	deuxième invariant du tenseur déviateur des contraintes de Cauchy $= \frac{1}{2} \text{tr} (\underline{\underline{s}}^2) = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$ $= \frac{1}{6} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)]$	[Pa <sup>2</sup> ]
$J_3$	troisième invariant du tenseur déviateur des contraintes de Cauchy $= \frac{1}{3} \text{tr} (\underline{\underline{s}}^3) = \det \underline{\underline{s}}$	[Pa <sup>3</sup> ]
$J_m$	paramètre (ou invariant) décrivant la géométrie des contraintes de Cauchy $J_m = \frac{3\sqrt{3} J_3}{2 J_2^{3/2}} = \sin 3\theta$	[-]
$k$	rigidité d'un ressort	[N/m]
$k_h$	perméabilité intrinsèque	[m <sup>2</sup> ]
$K$	module de compressibilité	[Pa]
$K_h$	module de compressibilité hydrostatique	[Pa]
$K_p$	constante de la loi de fluage primaire	[K]

## Notations

$K_s$	constante de la loi de fluage secondaire	[K]
$\underline{\underline{K}}$	gradient eulérien du champ de vitesse $= \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{F}}^{-1} = \underline{\underline{\text{grad}}} \underline{\underline{V}}(\underline{\underline{x}}, t)$	[s <sup>-1</sup> ]
L	Longueur (parcourue par une onde)	[m]
m	paramètre de Lode $= \sqrt{3} \tan \theta$	[-]
n	exposant	[-]
$\underline{\underline{n}}$	normale à une surface dans la configuration actuelle	[-]
$\underline{\underline{n}}$	tenseur unitaire du tenseur déviatorique	[-]
p	pression	[Pa]
p <sub>1</sub>	constante de la loi de fluage primaire	[-]
p <sub>2</sub>	constante de la loi de fluage secondaire	[-]
$\mathcal{P}_{vd}$	puissance volumique déviatorique	[W]
$\mathcal{P}_{vs}$	puissance volumique sphérique	[W]
$\mathcal{P}_{vt}$	puissance volumique totale	[W]
q	débit volumique du fluide traversant une section	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
Q	force	[N]
Q <sub>L</sub>	chargement limite	[N]
r	rayon actuel d'un échantillon cylindrique	[m]
r <sub>0</sub>	rayon initial d'un échantillon cylindrique	[m]
S	section actuelle	[m <sup>2</sup> ]
S <sub>0</sub>	section initiale	[m <sup>2</sup> ]
S <sub>0</sub>	cohésion	[Pa]
S <sub>p</sub>	section du piston	[m <sup>2</sup> ]
s	écart type	
s	entropie massique	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\underline{\underline{S}}$	tenseur déviateur des contraintes du polycristal	[Pa]
$\underline{\underline{s}}$	tenseur déviateur des contraintes $= \underline{\underline{\sigma}} - \sigma_m \underline{\underline{1}}$	[Pa]
t	temps	[s]
$\underline{\underline{t}}$	tenseur déviateur de $\underline{\underline{s}}^2 = \frac{\partial J_3}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{s}}^2 - \frac{2}{3} \frac{J_2}{3} \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{s}}^2 - \frac{2}{9} \sigma_{eq}^2 \underline{\underline{1}}$	[Pa <sup>2</sup> ]
T	température	[°C ou K]
T <sub>m</sub>	température de fusion (pour le monocristal de NaCl, T <sub>m</sub> =801°C)	[°C]
T <sub>0</sub>	température initiale	[°C ou K]
T <sub>0</sub>	résistance à la traction simple	[Pa]
$\underline{\underline{U}}(\underline{\underline{x}}, t)$	vitesse d'une particule dans la configuration actuelle	[m.s <sup>-1</sup> ]
v	débit volumique du fluide traversant une section $S = - \frac{k_h}{\eta} \text{grad } P$	[m.s <sup>-1</sup> ]
V	potentiel d'énergie volumique total	[Pa ou J.m <sup>-3</sup> ]
V	volume actuel d'un corps	[m <sup>3</sup> ]
V <sub>0</sub>	volume initial d'un corps	[m <sup>3</sup> ]
V <sub>i</sub>	potentiel d'énergie volumique partiel	[Pa ou J.m <sup>-3</sup> ]
V <sub>P</sub>	Vitesse des ondes P (de compression ou longitudinales)	[ms <sup>-1</sup> ]
V <sub>S</sub>	Vitesse des ondes S (de cisaillement ou transversales)	[ms <sup>-1</sup> ]
v <sub>δ</sub>	vitesse de déplacement axial (du piston d'une presse)	[ms <sup>-1</sup> ]
W <sub>vd</sub>	travail volumique déviatorique	[Jm <sup>-3</sup> ]
W <sub>vs</sub>	travail volumique sphérique	[Jm <sup>-3</sup> ]
W <sub>vt</sub>	travail volumique total	[Jm <sup>-3</sup> ]
$W_{vd}^e$	travail volumique déviatorique élastique	[Jm <sup>-3</sup> ]

## Notations

$W_{vs}^e$	travail volumique sphérique élastique	[Jm <sup>-3</sup> ]
$W_{vt}^e$	travail volumique élastique total	[Jm <sup>-3</sup> ]
$W_{vd}^{irr}$	travail volumique déviatorique irréversible	[Jm <sup>-3</sup> ]
$W_{vs}^{irr}$	travail volumique sphérique irréversible	[Jm <sup>-3</sup> ]
$W_{vt}^{irr}$	travail volumique irréversible total	[Jm <sup>-3</sup> ]
$X_c$	paramètre muet en compression	
$X_e$	paramètre muet en extension	
$\underline{x}$	vecteur position dans la configuration actuelle	[m]
$\underline{X}$	vecteur position dans la configuration initiale	[m]
$\underline{X}_0$	vecteur position du point $M_0$ à l'état initial dans la configuration initiale	[m]
$\underline{X}_{ot}$	vecteur position du point $M_0$ à l'instant $t$ dans la configuration initiale	[m]
$y$	$\frac{Q}{E \cdot \pi \cdot r_0^2}$	[-]
$Y$	énergie élastique volumique	[Pa ou Jm <sup>-3</sup> ]

## Alphabet grec

$\alpha$	paramètre du modèle autocohérent	[-]
$\alpha$	coefficient d'atténuation des ondes acoustiques	[m <sup>-1</sup> ]
$\beta$	constante de la loi de fluage primaire	[s <sup>-1</sup> ]
$\beta$	paramètre du modèle autocohérent $= \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)}$	[-]
$\delta$	angle de dilatance	[°]
$\delta$	$\frac{h}{h_0}$	[-]
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	tenseur des déformations linéarisées	[-]
$\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}$	tenseur déviateur des déformations linéarisées	[-]
$\varepsilon_{eff}$	déformation effective $= \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_i - \varepsilon_j)^2}$	[-]
$\underline{\underline{\varepsilon}}^e$	tenseur des déformations linéarisées élastiques	[-]
$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	tenseur des déformations linéarisées plastiques	[-]
$\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$	tenseur des déformations linéarisées viscoplastiques	[-]
$\varepsilon_i$	déformation principale dans la direction $i$ ( $i$ variant de 1 à 3)	[-]
$\varepsilon_{ij}$	composante du tenseur des déformations ( $i$ et $j$ variant de 1 à 3)	[-]
$\varepsilon_{II}$	deuxième invariant du tenseur des déformations $= \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}$	[-]
$\varepsilon_{ax}$	déformation axiale linéarisée	[-]
$\varepsilon_{rad}$	déformation radiale linéarisée	[-]
$\varepsilon_v$	déformation volumique linéarisée	[-]
$\varepsilon_v^{irr}$	déformation volumique irréversible	[-]
$\phi$	angle de friction interne (ou angle de frottement)	[°]
$\phi(\underline{X}, t)$	fonction vectorielle	
$\varnothing_0$	diamètre initial d'un cylindre	[-]

## Notations

$\dot{\gamma}^P$	distorsion plastique = $\sqrt{\frac{2}{3} \tilde{\underline{\underline{\epsilon}}}^P : \tilde{\underline{\underline{\epsilon}}}^P}$	[-]
$\eta$	multiplicateur de Lagrange	[-]
$\eta$	rapport de triaxialité des contraintes = $[9 \sqrt{\frac{J_2}{2}}] / I_1$	[-]
$\eta$	viscosité dynamique du fluide	[Pa.s]
$\theta$	angle de Lode	[°]
$\lambda$	multiplicateur plastique	[-]
$\lambda$	coefficient de Lamé	[Pa]
$\mu$	module de cisaillement de Lamé	[Pa]
$\mu$	moyenne	
$\mu$	= tg ( $\phi$ ) fonction de l'angle de friction interne	[-]
$\nu$	coefficient de Poisson	[-]
$\xi$	paramètre d'écrouissage	[-]
$\underline{\underline{\xi}}(\underline{\underline{X}}, t)$	vecteur déplacement = $\underline{\underline{x}} - \underline{\underline{X}}$	[m]
$\underline{\underline{\pi}}(\underline{\underline{X}}, t)$	tenseur des contraintes de Piola-Kirschhoff = $\underline{\underline{J}} \underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{F}}^{-1}$	[Pa]
$\pi_{ax}$	contrainte de Piola-Kirschhoff axiale	[Pa]
$\pi_{eq}$	contrainte de Piola-Kirschhoff équivalente de Von Mises	[Pa]
$\pi_m$	contrainte de Piola-Kirschhoff moyenne	[Pa]
$\pi_{rad}$	contrainte de Piola-Kirschhoff radiale	[Pa]
$\varphi$	potentiel thermodynamique des liaisons internes	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\Psi$	potentiel thermodynamique énergie libre massique	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\rho$	$\frac{r}{r_0}$	[-]
$\rho$	masse volumique actuelle	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_0$	masse volumique initiale	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\underline{\underline{\Sigma}}$	tenseur des contraintes macroscopiques	[Pa]
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes de Cauchy	[Pa]
$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$	tenseur des contraintes effectives de Cauchy = $\frac{\underline{\underline{\sigma}}}{1-D}$	[Pa]
$\sigma_{ax}$	contrainte axiale de Cauchy sur une éprouvette cylindrique	[Pa]
$\sigma_d$	contrainte déviatorique = $\sigma_{ax} - \sigma_{rad}$	
$\sigma_{d\infty}$	contrainte équivalente fonction du paramètre d'écrouissage pour une contrainte moyenne tendant vers -∞	[Pa]
$\sigma_{eq}$	contrainte équivalente de Von Mises = $\sqrt{3 J_2}$	[Pa]
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$	contraintes principales $\sigma_I < \sigma_{II} < \sigma_{III}$	[Pa]
$\sigma_{ij}$	composante du tenseur des contraintes (i et j variant de 1 à 3)	[Pa]
$\sigma_m$	contrainte moyenne de Cauchy = $\frac{I_1}{3}$	[Pa]
$\sigma_0$	contrainte calculée sur la section initiale = $\frac{Q}{S_0}$	[Pa]
$\sigma_{rad}$	contrainte radiale de Cauchy sur une éprouvette cylindrique	[Pa]
$\tau$	écart de température par rapport à un état de référence	[°C ou K]
$\tau^k$	contrainte de cisaillement sur le système de glissement k	[Pa]
$\tau_y^k$	seuil de plasticité de la contrainte de cisaillement sur le système de glissement k	[Pa]
$\Omega_0$	volume dans la configuration initiale	[m <sup>3</sup> ]
$\Omega_t$	volume dans la configuration actuelle	[m <sup>3</sup> ]

## Résumé

Les déformations élastoplastiques (instantanées) et les mécanismes d'endommagement du sel gemme sont abordés par une étude expérimentale et théorique.

Une étude bibliographique présente les mécanismes de déformation du sel gemme, et permet de dégager les différents facteurs physiques régissant le caractère ductile ou fragile du comportement du sel gemme. On situe ainsi le sel gemme par rapport aux autres géomatériaux du point de vue des propriétés mécaniques. On présente également différentes méthodes d'identification de l'endommagement des géomatériaux.

Des essais de compression et d'extension axisymétriques sont présentés. La déformation volumique globale est mesurée au cours du chargement déviatorique. Cette mesure est un indicateur d'endommagement et permet en particulier d'identifier les conditions d'initiation de l'endommagement. Le chargement hydrostatique et les phases déviatoriques renseignent sur la rhéologie du matériau et sur la détérioration du sel gemme consécutive au chargement déviatorique. Les variations des paramètres élastiques sont décrites mais, étant de faible amplitude, elles ne sont pas prises en compte dans l'écriture de la loi de comportement.

Une analyse des contraintes internes par le truchement d'un modèle micro-macro autocohérent permet d'éclairer les causes de la précocité de l'endommagement en extension. L'usage d'un tel modèle permet aussi de discuter la nature de l'écrouissage. A l'échelle macroscopique, un modèle de comportement élastoplastique est proposé. Il suit un écrouissage isotrope, l'écoulement est non-associé, et sa détermination s'appuie sur l'analyse de l'évolution de l'angle de dilataance en fonction de la contrainte moyenne et du paramètre d'écrouissage (la distorsion plastique). Une généralisation à l'espace tridimensionnel des contraintes (en faisant intervenir trois invariants du tenseur des contraintes) est développé et permet de présenter un résultat de calcul de creusement de galerie axisymétrique.

## Abstract

Elastoplastic short term behaviour and damage mechanisms of rocksalt are studied experimentally and theoretically.

Review of previous works on rocksalt deformation mechanisms shows the role of different physical factors on ductile or brittle behaviour of rocksalt. Mechanical properties of salt are compared with those of other geomaterials. Experimental methods for identification of geomaterial damage are reviewed.

Compression and extension axisymmetric triaxial tests are performed. Volume change measurements are carried out during the tests. Under deviatoric loading, volumetric strain denotes the material damage state, especially damage initiation. Variation of elastic parameters is analysed. It is small, and it is not taken into account in the constitutive law.

A simple analysis of internal stresses using a self-consistent model allows to explain that damage appears earlier under extension loading than under compression. Kinematic and isotropic hardenings are then discussed.

An elastic-plastic model is proposed. It considers isotropic hardening and non associated flow rule with plastic distortion as a hardening parameter. Model parameters are fitted on the basis of experimental results related to the evolution of dilatancy angle. A 3D generalisation (using three invariants of stress tensor) is proposed. The constitutive model takes into account behaviour difference between extension and compression loadings. An application to circular cavities is given.



# *Introduction*

Aliment indispensable à la vie de l'homme (notre sang en contient environ sept grammes par litre), le sel est produit depuis des siècles, en suivant des techniques différentes selon les régions. Dans les zones du littoral maritime, lorsque l'ensoleillement est suffisant, sont exploités des marais salants. Ailleurs, si la géologie le permet, c'est le sel gemme qui est exploité. Le sel gemme est une roche évaporitique, déposée à la suite de l'évaporation d'eau de mer. La profondeur des gisements de sel est très variable, puisqu'on en trouve affleurant à la surface, ou à plusieurs centaines (voire deux à trois milliers) de mètres de profondeur. Le sel est principalement utilisé par l'industrie chimique, la consommation humaine, le déneigement et le déverglaçage des routes, et l'agriculture.

L'extraction du sel gemme se fait soit par exploitation minière (tant que la profondeur ne dépasse pas quelques hectomètres de profondeur) soit par lessivage pour l'exploitation de gisement profonds. On appelle ignigène le sel produit lors de la cristallisation du chlorure de sodium par évaporation de la saumure.

La production du sel gemme ou du sel ignigène nécessite la réalisation d'ouvrages souterrains. Leur nombre s'est accru lorsque les masses de sel gemme ont été pressenties, en raison de leur étanchéité, pour y réaliser des stockages d'hydrocarbures. Les premiers stockages souterrains dans le sel gemme en France remontent au début des années 1970. Aux États-Unis, des cavités ont été lessivées à une profondeur atteignant deux mille mètres, certaines étant de grande capacité (elles pourraient contenir la tour Eiffel). Des stockages de gaz naturel ou d'air comprimé (pour la production de courant électrique) permettent d'assurer le surplus de demande aux heures de pointes.

Compte tenu de la profondeur des cavités, des problèmes de mécanique des roches particuliers se posent : il faut tenir compte des effets de la pression et de la température régnant dans le sous-sol. La pression du fluide stocké est plus faible que la contrainte géostatique, ce qui engendre un état de contrainte déviatorique. Ce dernier provoque des déformations différées qui sont accentuées par la température élevée, et entraîne peu à peu une convergence progressive de la cavité, réduisant son volume parfois de façon intense. Les déformations différées du sel gemme ont ainsi été abondamment étudiées. De nombreuses lois de comportement viscoplastique présentées durant la dernière décennie en témoignent.

Depuis quelques années s'est développé le concept de stockage de déchets radioactifs\*, qui induit des problèmes de sûreté à long terme. De plus, certains de ces déchets étant exothermiques, une modification du champ de contrainte, par suite de l'élévation de la température, est prévi-

---

\* Ce contexte a motivé les études réalisées dans ce travail à la demande de l'ANDRA.



sible autour du stockage. Des études thermomécaniques sur le sel gemme ont été réalisées en France, en Allemagne et aux États-Unis, où des expériences in situ dans des laboratoires souterrains se poursuivent et complètent les études théoriques et expérimentales de laboratoire.

De nombreuses recherches ont porté sur le comportement différé, mais très peu ont eu pour objet la fissuration, étant entendu que le sel gemme se déformait dans le temps à volume constant sans fissuration sous un état de contrainte déviatorique, comme le suggèrent l'essentiel des lois viscoplastiques proposées dans la littérature. Or l'endommagement peut provoquer des variations importantes de perméabilité, compromettant la sûreté des ouvrages de stockage.

Une fois commencé, l'endommagement se développe progressivement sous l'action d'une sollicitation. On ne peut donc pas dissocier ce phénomène du comportement global. En revanche, il est possible de l'identifier par un indicateur, de le quantifier par une mesure, afin de modéliser le comportement du matériau endommagé. Le point de vue adopté dans ce travail est celui du comportement et ne concerne pas la structure.

Ce mémoire est consacré à l'étude de la plasticité et de l'endommagement du sel gemme, une roche ductile. Il comporte **trois chapitres**.

Le **premier**, par essence bibliographique, rappelle des définitions et des caractéristiques du comportement des géomatériaux, en insistant sur les mécanismes de déformations du sel gemme. On cherche à déterminer les causes de l'endommagement, mais aussi à mesurer son initiation et son évolution. Pour ce faire, une revue des méthodes d'identification expérimentale de l'endommagement est présentée, ainsi que les principaux traits des approches de modélisation de l'endommagement existantes.

Dans le **second chapitre**, sont présentés les résultats d'essais triaxiaux axisymétriques, réalisés sur une variété de sel gemme provenant des Mines de Potasse d'Alsace. Au cours du chargement de compression ou d'extension axiale, les déformations volumiques sont mesurées. Elles apportent des informations sur l'endommagement de l'éprouvette, et permettent d'en identifier l'initiation et l'évolution, aussi bien en compression qu'en extension.

La dilataance est liée à la fissuration qui elle-même est le résultat de l'action de contraintes internes. L'emploi d'un modèle micro-macro autocohérent dans le **troisième chapitre** permet de discuter de la répartition des contraintes internes pouvant mener à la fissuration, ainsi que de la nature de l'écrouissage. Les résultats expérimentaux sont exploités pour étayer un modèle de comportement fondé sur le formalisme de la plasticité. L'analyse des déformations volumiques et déviatoriques permet de définir la surface de charge et le potentiel d'écoulement. Un exemple de calcul de structure simple réalisé avec le modèle proposé permet une discussion dans le cas des ouvrages souterrains dans le sel gemme.





# *Chapitre A*

## **Méthodes expérimentales d'identification et modélisation de l'endommagement des géomatériaux et du sel gemme**

***Résumé :** Après un rappel de quelques définitions, nous présentons les caractéristiques générales du comportement des géomatériaux sous l'influence de certains facteurs intrinsèques à la roche ou spécifiques au milieu environnant. Puis nous intéressant au sel gemme, nous évoquons les mécanismes de déformation du monocristal de halite et du sel gemme. Enfin, nous récapitulons les principales méthodes d'identification de l'endommagement des géomatériaux, ainsi que les grandes familles de modèles d'endommagement.*

## 1. Définitions

### 1.1. Plasticité

Soumis à un chargement mécanique, certains corps solides possèdent la propriété de reprendre leur aspect initial quand la force qui les déformait a cessé d'agir : c'est l'**élasticité**. Si, après déformation sous l'action des forces qui lui sont appliquées, un corps conserve cette déformation lorsque ces forces disparaissent, il possède la propriété de **plasticité**. Les déformations "plastiques" ne se produisent que lorsque les forces appliquées dépassent un certain seuil.

La plasticité inclut l'idée de déformations permanentes, celles qui permettent au potier de transformer un tas de glaise en poterie. On peut distinguer, parmi les déformations plastiques, plusieurs types de déformations [Gramberg et Roest, 1984] :

- **Plasticité pure** : propriété "d'écoulement" sans fissure ni fracture, sans changement structural ni variation de volume.

- **Plasticité cristalline** : les déformations permanentes sont dues à des dislocations (cisaillements atomiques le long de directions cristallographiques); des concentrations locales de contraintes peuvent en résulter, pouvant mener à une microfissuration et même à de petites variations de volume; on parle de structure cristalline **plasto-micro-cataclastique**. Cela se produit principalement sur des matériaux polycristallins, tels que les métaux mais aussi le sel gemme.

- **Plasticité granulaire** : possibilité de déformations permanentes semblables à celles des masses granulaires lâches : cisaillement et rotation des grains en contact permanent les uns avec les autres. L'arrangement des grains peut varier, ainsi que le volume (très légèrement).

- **Plasticité cataclastique** : les déformations permanentes rencontrées résultent de déformations internes : microfissuration, macrofissuration ou fracturation, qui peuvent engendrer un accroissement de volume parfois considérable. La cataclase est le broyage d'une roche et de ses éléments qui sont réduits en petits débris anguleux, tordus et étirés.

Dans le domaine des ouvrages souterrains, Gramberg et Roest [1984] distinguent l'**écaillage**, qui est un cas particulier de la macro-cataclase. Des plaques s'écaillent de la paroi des cavités souterraines. L'écaillage est le résultat de sévères concentrations de contraintes, par exemple dans les coins des cavités rectangulaires. Des parements plats peuvent s'écailler jusqu'à ce qu'une forme courbe de la paroi soit atteinte. La notion d'écaillage est plutôt liée à une certaine structure qu'à un concept rhéologique.

### 1.2. Endommagement

Dans le sens commun, endommager signifie mettre en mauvais état, abîmer, détériorer [Dictionnaire Larousse]. Lemaitre et Chaboche [1978] définissent l'endommagement par "la

*détérioration progressive de la cohésion de la matière sous l'action de sollicitations monotones, ou répétées, pour conduire à la rupture de l'élément de volume".* Un matériau est vierge de tout endommagement s'il est dépourvu de fissures et de cavités à l'échelle microscopique [Lemaitre et Chaboche 1985], ce qui est rarement le cas des géomatériaux. Le Groupe Français de rhéologie [1988] propose dans son dictionnaire comme définition de l'endommagement la *diminution progressive de la résistance*. Pour le Groupe Français de Rhéologie [1988], la résistance est l'aptitude à supporter sans rupture et sans déformations excessives des sollicitations dont la nature doit être précisée (sic). Cette définition n'est en accord avec la précédente que si l'initiation de la détérioration de la cohésion est concomitante avec celle de la perte de résistance.

L'échelle considérée est d'importance car l'application du formalisme de la Mécanique des Milieux Continus nécessite la détermination d'un élément de volume représentatif. Ainsi, pour les métaux l'élément de volume sera un cube de l'ordre de 0,1mm de côté, tandis que pour les géomatériaux cristallins, ce sera plutôt un volume de l'ordre du décimètre cube. L'ordre de grandeur du litre conviendra bien au sel gemme dont les grains sont généralement centimétriques.

La Mécanique de l'Endommagement étudie l'évolution des microfissures jusqu'à la rupture de l'élément de volume, c'est à dire l'apparition d'une fissure macroscopique de la taille de l'élément de volume. La théorie de la Mécanique de la Rupture s'applique à partir de la perte de cohésion et au-delà.

### 1.3. Rupture

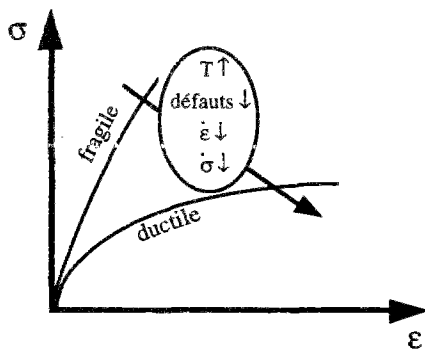
Le vocabulaire concernant la rupture des roches est le plus souvent emprunté aux métaux, dont l'étude scientifique est antérieure. La Mécanique de la Rupture est la science de l'étude du comportement d'une structure avec ses défauts [Barthelemy, 1980]. La rupture quant à elle est difficile à définir car le moment de son initiation est souvent indéterminé. On pourra cependant retenir les définitions suivantes :

- une définition générale [Groupe français de rhéologie, 1988] :
  - La rupture est la séparation d'un corps en parties disjointes. Dans le cas d'un corps qui ne serait pas simplement connexe (anneau ou courroie par exemple), il s'agit d'un abaissement de son degré de connexité.
- deux définitions pratiques [Maury, 1987] :
  - du point de vue de l'**ingénieur** : la rupture couvre une défaillance de l'ouvrage (puits, forage, galerie,...) soit en cours de construction, soit en cours d'exploitation, perturbant ou empêchant son achèvement et son fonctionnement ;
  - du point de vue de la **mécanique des roches** : le terme rupture ("failure" en anglais) couvre l'apparition de surfaces de discontinuités nouvelles en paroi ("true rupture"), le rejeu de surfaces de discontinuités préexistantes, mais aussi l'apparition de déformations continues excessives, conduisant à une rupture de l'ouvrage ("failure") au sens de l'ingénieur.

Traditionnellement, on distingue pour les roches deux types de rupture, la **rupture fragile** et la **rupture ductile**. Dans le sens commun, un corps fragile se brise facilement et brutalement, tandis qu'un matériau ductile peut s'étirer sans se rompre, autorisant de grandes déformations homogènes [Scholz, 1990]. La rupture fragile a lieu sans déformation plastique macroscopique [Parate, 1969] et, par complémentarité, si des déformations permanentes interviennent avant la rupture, celle-ci est ductile [Heard, 1960]. Sur un essai triaxial sous faible confinement et à vitesse de chargement constante, même dans le cas de vitesses élevées, le déviateur ne peut pas dépasser un certain seuil, dit seuil de rupture ou résistance de pic. Le comportement après rupture varie selon le géomatériau. Rousset [1988] décrit la rupture fragile comme une chute brutale du déviateur après le seuil, et la rupture ductile comme une diminution progressive du déviateur, autrement nommée radoucissement, lors d'un essai d'écrouissage contrôlé en déformation. L'adoucissement ou radoucissement est l'abaissement du seuil de plasticité accompagnant la production de déformations permanentes [Dictionnaire Français de Rhéologie, 1988]. C'est aussi le phénomène inverse du durcissement.

Dans de l'acier ferritique doux [Barthelemy, 1980] soumis à la traction :

- la rupture fragile se fait par clivage, c'est à dire cassure transcristalline le long de plans cristallographiques spécifiques;
- la rupture ductile est due à la coalescence des vides macroscopiques (pores) créés par la rupture de particules plus fragiles.



**Figure 1 :** Influence de la température, de la quantité de défauts et de la vitesse de chargement sur le comportement d'un métal lors d'essais d'écrouissage.

La transition entre un comportement fragile et un comportement ductile, apparemment nette dans la définition, est plus difficile à cerner dans le domaine expérimental. On constate qu'en général, la ductilité des roches (figure 1) augmente avec :

- la diminution du nombre de défauts,
- l'augmentation de la température,
- la diminution de la vitesse de chargement (en contrainte ou en déformation).

#### 1.4. Classification du comportement des roches : fragilité et ductilité

Historiquement, c'est sur la base d'un modèle anharmonique des forces interatomiques d'un solide, qu'Orowan [1949] propose une valeur théorique de la résistance à la traction  $T_0$ , fonction du module d'Young  $E$  :

$$T_0 = \frac{E}{2\pi} \quad (1)$$

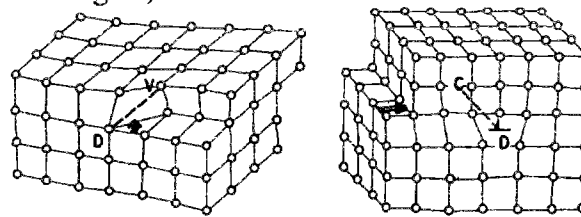
Cette valeur est très supérieure à la résistance en traction observée sur les roches. Cela est dû à la présence de défauts. On considère l'existence de deux types de défauts : les **fissures** (qui sont des défauts surfaciques) et les **dislocations**<sup>1</sup> (qui sont des défauts linéiques). Ces dernières sont, comme nous allons le voir, responsables d'une grande partie de la déformation des matériaux salifères.

Les mécanismes de développement de ces défauts diffèrent selon les conditions de pression et de température. L'ouverture et la propagation de fissures se produit sous de faibles contraintes moyennes, alors que la contrainte moyenne n'a pas d'influence sur le mouvement des dislocations. Inversement, l'élévation de la température active l'écoulement plastique dû au mouvement des dislocations, mais influe très peu sur l'ouverture ou la fermeture des fissures. Certains auteurs [Scholz, 1990] parlent de mode de rupture, mais nous préférons la terminologie de régime d'écoulement inélastique [Aubertin et al., 1992; Ladanyi, 1993] lié au mode de déformation et de rupture. On introduit ainsi la notion de mécanisme de déformation dans les régimes d'écoulement.

### Mouvements de dislocations

Les dislocations sont des défauts linéiques (présence ou lacune) impliquant toute une rangée de sites atomiques. On caractérise une dislocation par le vecteur de Burgers, qui traduit par son module et son orientation le "défaut de fermeture" d'un contour entourant la ligne de dislocation. On distingue deux familles principales de dislocations (figure 2) : les dislocations vis (la ligne de dislocation et le vecteur de Burgers sont parallèles), et les dislocations coin (la ligne de dislocation est orthogonale au vecteur de Burgers).

**Figure 2** : Dislocations vis et dislocation coin [Lemaitre et Chaboche, 1985].



Les dislocations au sein d'un cristal se déplacent sous l'effet d'une contrainte de cisaillement. Ce déplacement s'effectue soit par glissement dans un plan contenant le vecteur de Burgers et la ligne de dislocation (vis ou coin); soit par montée, c'est à dire perpendiculairement au plan de glissement (dislocation coin).

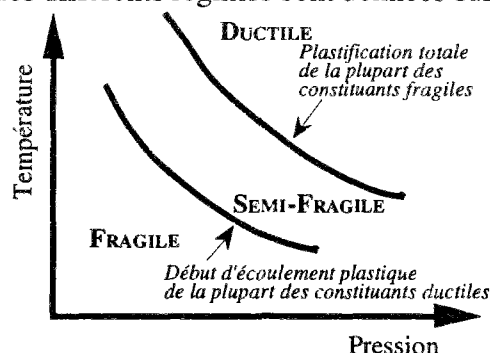
Le glissement d'une dislocation est conservatif en ce sens qu'il ne nécessite aucune diffusion de matière. La montée exige en revanche un apport de matière (ou de lacune) et n'est donc pas conservative. Le mécanisme par montée intervient plutôt pour des températures supérieures au tiers de la température de fusion.

<sup>1</sup> Une ligne de dislocation est un défaut d'empilement d'atomes se répétant périodiquement, qui représente l'état d'équilibre d'atomes possédant des champs électromagnétiques légèrement différents [Lemaitre et Chaboche, 1985].



## Régimes d'écoulement

On distingue généralement trois régimes d'écoulement : fragile, ductile et semi-fragile. L'allure des limites des différents régimes sont données sur la figure 3 dans un plan {P,T}.



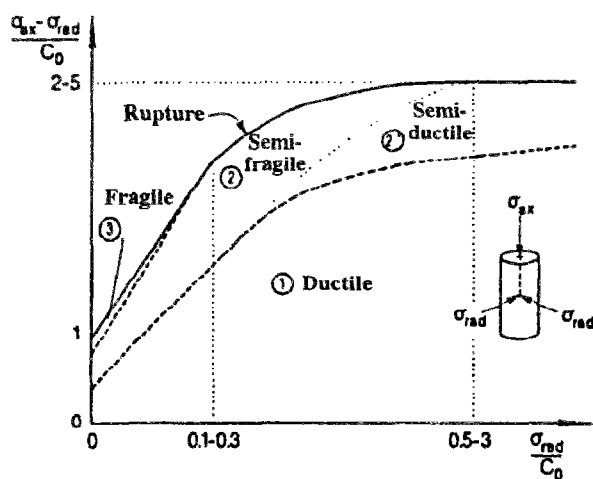
**Figure 3 :** Les trois régimes d'écoulement dans le diagramme {Pression; Température} [d'après Scholz, 1990].

Le **régime fragile** concerne les faibles pressions et les faibles températures. Il englobe l'ouverture et la propagation des fissures menant même à leur coalescence et à une formation éventuelle de surfaces de rupture. Les roches se brisant en suivant ce régime font l'objet d'une dilatance<sup>2</sup>, d'un radoucissement et de déformations localisées le long de fissures principales. La résistance maximum dépend davantage de la pression de confinement que de la température et de la vitesse de chargement [Evans et al., 1990].

Le **régime ductile** se rencontre pour les fortes pressions et les températures élevées. Il s'agit de plasticité pure voire de plasticité cristalline, le mécanisme dominant étant celui du mouvement de dislocation intracristalline. Les déformations volumiques sont supposées nulles, même si des fissures peuvent être générées dans la zone frontière entre deux cristaux pour rendre compatibles les déformations dues au mouvement de dislocation [Aubertin et al., 1993a]. Les déformations ne sont pas localisées, mais homogènes dans l'élément de volume. La résistance est indépendante de la pression, mais très sensible à la vitesse de chargement et à la température (contrairement au régime fragile) [Evans et al., 1990]. A l'échelle cristalline, un facteur important gouvernant la ductilité est la multiplicité des systèmes de glissement à faible niveau d'activation [Murrell, 1990], permettant au monocristal de développer des déformations plastiques en limitant la production de vides (microfissures).

Le **régime semi-fragile** se situe entre le régime ductile et le régime fragile. Les déformations ne sont pas localisées le long de plans de fissures, mais macroscopiquement distribuées, et sont la cause tant de la microfissuration que de la plasticité cristalline [Evans et al., 1990]. Certains auteurs [Shimamoto, 1989; Aubertin et al, 1994] mentionnent un autre régime de transition, le régime semi-ductile (figure 4) pour lequel il existe une influence sur le comportement bien que les déformations soient purement plastiques.

<sup>2</sup> La dilatance serait une propriété qu'ont certains corps d'augmenter de volume sous l'action d'un état de contrainte de cisaillement simple [Groupe Français de Rhéologie, 1988; Rochet, 1976]. On le généralise à l'augmentation de volume global d'un corps due à l'apparition de microvides au sein de l'élément de volume, sous l'effet d'une sollicitation mécanique.



**Figure 4 :** Les différents régimes pour des roches tendres à faible porosité telles que le sel gemme, déduits d'essais triaxiaux à vitesse de déformation contrôlée [d'après Aubertin, Gill et Servant, 1992].

$C_0$  est la résistance en compression simple.

Le tableau de la figure 5 résume les définitions ci-dessus.

Régime	Fragile	Ductile	
Effet d'écoulement		Semi-fragile	
Observé	Plasticité cataclastique		Plasticité pure
Déformation permanente avant rupture	< 3%	> 3%	> 5%
Radoucissement	oui	non	non
Possibilité de chute de la contrainte	oui	non	non
Perte de cohésion	oui	non	non
Microfissuration	oui	oui	non
Dilatance	oui	oui	non
Émission acoustique	oui	oui	non
Dépendance en pression de la résistance maximale	oui	oui	non
Dépendance en température de la résistance maximale	faible		forte
Mécanismes de déformation	microfissuration distribuée et localisée	microfissuration distribuée, plastification localisée	plastification totale
Apparence macroscopique			
Courbe contrainte axiale - déformation axiale typique			

**Figure 5 :** Tableau d'illustration de la transition fragile-ductile pour les roches à faible porosité sous chargement compressif [d'après Evans, Fredrich et Wong, 1990].

Certains auteurs classent les trois régimes d'écoulement selon des considérations énergétiques [Murrell, 1990]. En étudiant le rapport de l'énergie nécessaire pour former une fissure d'une surface unitaire et de l'énergie de surface, il est possible de classer le comportement d'un matériau dans l'un des trois régimes (figure 6).

Classification	Mécanisme d'initiation de la fracture	Matériaux	Travail surfacique nécessaire à la formation d'une surface de fracture $\Gamma$ [J.m <sup>-2</sup> ]	Énergie de surface $\gamma$ [J.m <sup>-2</sup> ]	Classe d'énergie de fracture
Très fragile	rupture de liaison	covalents ou quelques ioniques covalents (diamant et structures ZnS, silicates, alumines, micas, W, carbures)	$10^{-1}$ à $10$	diamant : 30 quartz : 2,4 silicium : 6,2	$\Gamma \approx \gamma$
Semi-fragile	rupture de liaison, mouvement des dislocations	quelques ioniques covalents, ioniques, quelques monocristaux, métaux C.C. et H.C.	$1$ à $10^2$	W : 22 NaCl : 2,4 MgO : 10,0 a-Fe : 10,0 Zn : 6,4	$\Gamma > \gamma$
		polycristaux C.C. et métaux H.C.	$10^2$ à $10^4$		$\Gamma >> \gamma$
non fragile	mouvement des dislocations	métaux C.F.C., quelques métaux C.C.	$>10^4$		$\Gamma >> \gamma$

**Figure 6** : Classification du comportement fragile [Murrell 1990, d'après Lawn & Wilshaw, 1975].  
W est le symbole du Wolfram est le tungstane naturel de fer et de manganèse, que l'on trouve associé au quartz (c'est le principal minéral du tungstène). C.C.=Cubique Centré H.C.=Hexagonal Compact

## 2. Facteurs d'influence sur le comportement du sel gemme et d'autres géomatériaux

Le sel gemme (polycristal de halite et de quelques impuretés) est un géomatériau possédant des propriétés intrinsèques liées à sa composition (solubilité), à sa texture (très faible porosité, grains de taille variable, isotropie), mais qui est aussi sensible aux paramètres externes auquel il est soumis : pression (extérieure ou interstitielle), vitesse de sollicitation, température, processus chimiques dus à la présence d'eau, même en faible quantité. Ces quelques facteurs modifient le comportement du sel gemme, mais aussi celui des autres géomatériaux. Nous présentons quelques exemples.

### 2.1. Pression de confinement

Le confinement est un paramètre dont l'influence est capitale sur le comportement macroscopique des roches. Dans leur état naturel, les roches sont soumises à des pressions d'autant plus fortes qu'elles sont enfouies profondément (le gradient géostatique peut être évalué à 22 MPa/km en première approximation). Pour reproduire autant que faire se peut ces conditions, les échantillons sont soumis au chargement d'un fluide sous pression, permettant d'appliquer une première condition aux limites. La pression appliquée aux confins de l'éprouvette est dite de confinement.

Au cours du **chargement hydrostatique**, il n'y a théoriquement pas de déformations déviatoriques (pour un milieu isotrope). Cependant, sur les roches poreuses, les vides peuvent être réduits sous l'action d'un chargement isotrope, provoquant des déformations volumiques irréversibles. Cet effet est net sur le tuf (figure 7), le sable (figure 8), l'argile (figure 9). Sur le

sel gemme, les déformations observées sont beaucoup plus faibles (figure 10) en raison de sa très faible porosité.

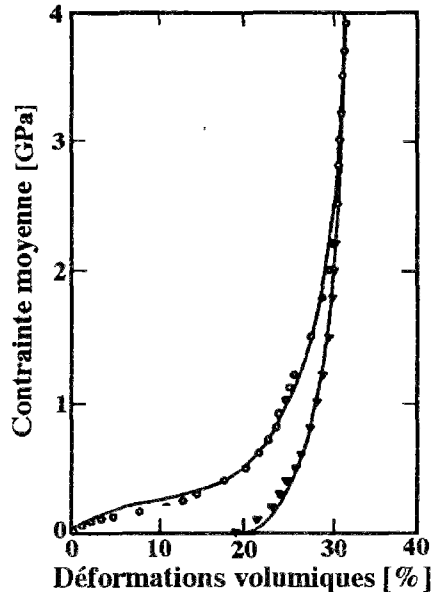


Figure 7 : Compression isotrope d'un tuf [d'après Bhat, Carroll et Schatz, 1975].

Après la décharge, on note une importante déformation volumique irréversible.

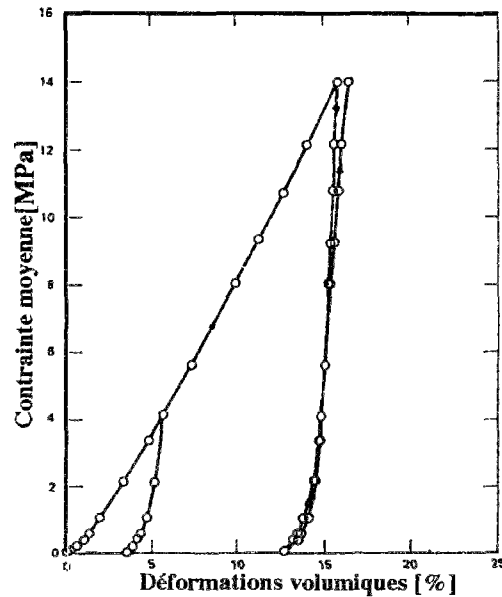


Figure 8: Compression isotrope du sable lâche de Sacramento River [Lade, 1977].

La compression hydrostatique s'accompagne de déformations volumiques irréversibles.

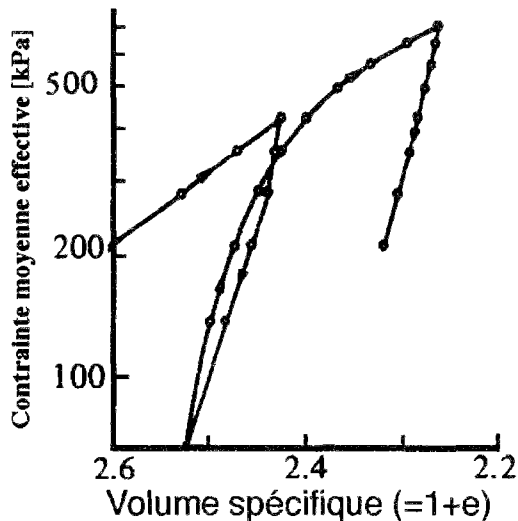


Figure 9 : Compression isotrope d'une argile [Wood, 1990, d'après Roscoe et Burland, 1968]. Le volume spécifique diminue au cours du chargement et s'accompagne de déformations volumiques irréversibles.

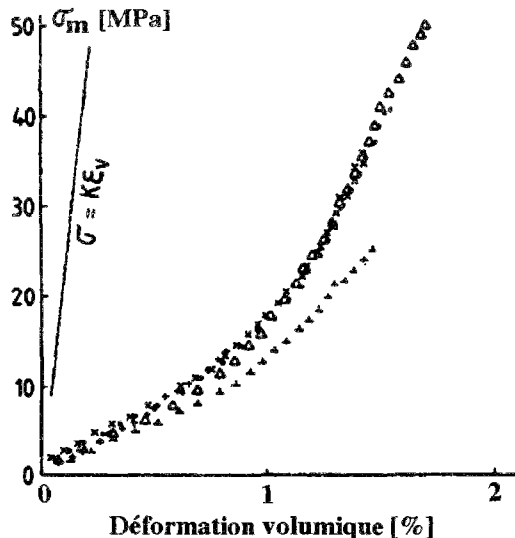
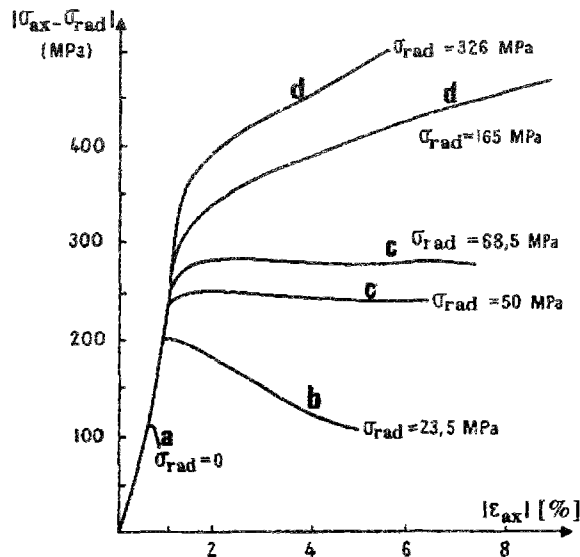


Figure 10 : Compression hydrostatique du sel gemme à l'appareil triaxial vrai [d'après Cristescu et Hunsche, 1991b]. Plusieurs essais sont représentés, ainsi que la pente élastique où  $K=21,7$  GPa.  $\sigma_m$  est la contrainte moyenne, la déformation volumique est la somme des 3 déformations principales

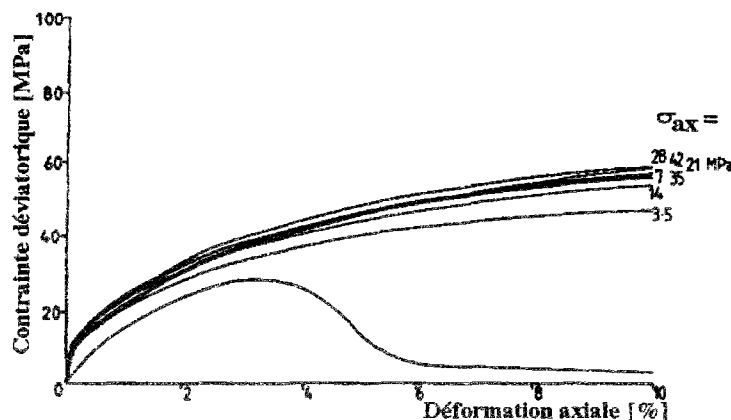
Dès 1911, Von Karman a montré l'influence de la pression de confinement sur le comportement du marbre de Carrare, soumis à un **chargement déviatorique** lors d'essais triaxiaux (figure 11). Lorsque la pression de confinement augmente d'un essai à un autre, on observe un comportement soit fragile, soit ductile avec radoucissement, ou encore ductile sans écrouissage, voire ductile avec durcissement. En particulier, il existe un seuil de confinement pour lequel le comportement est parfaitement plastique sans écrouissage, et en deçà duquel le matériau subit une perte de cohésion. Pour le sel gemme, on retrouve la même influence (figure 12).



**Figure 11 :** Influence de la pression de confinement lors d'essais de compression sur le marbre de Carrare [essais de Von Karman, 1911].

Au fur et à mesure que l'on accroît la pression de confinement  $\sigma_{rad}$ , on peut distinguer dans une vision macroscopique homogène :

- . a) - le comportement fragile;
- . b) - le comportement ductile avec adoucissement (ou comportement semi-fragile);
- . c) - le comportement ductile sans écoulement;
- . d) - le comportement ductile avec durcissement.



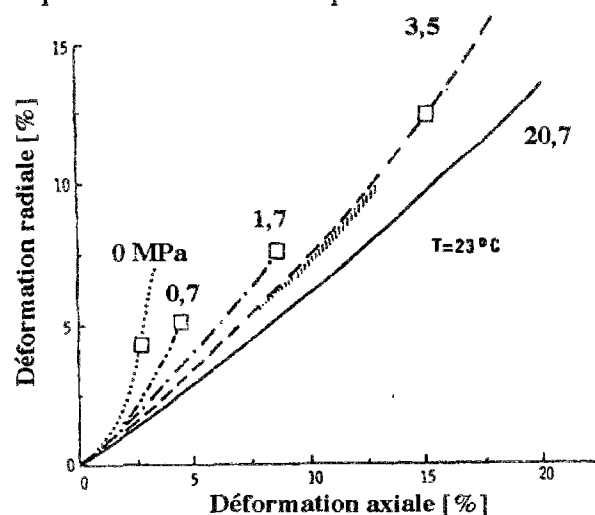
**Figure 12 :** Influence de la pression de confinement lors d'un essai de compression triaxiale sur du sel gemme du Cheshire, G.B. [Farmer et Gilbert, 1981].

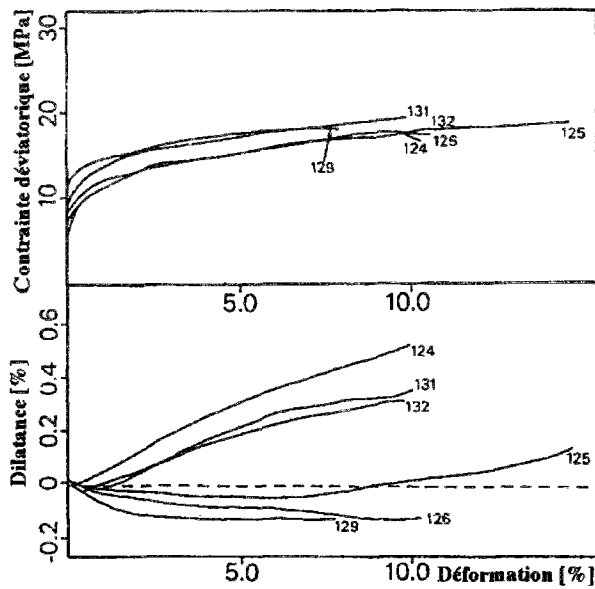
Il apparaît dans ce cas qu'au-delà d'un confinement de 3,5 MPa, le comportement du sel est ductile avec écoulement positif (durcissement), pour les déformations axiales atteintes.

Au cours d'un essai triaxial, l'influence du confinement est prépondérante [Spiers et al. 1984, p 92 (sel de Asse, Allemagne)] sur la variation de volume. La déformation volumique est d'autant plus grande que le confinement est faible (figures 13 et 14). Cela peut s'expliquer par le fait que plus le confinement est fort, mieux les fissures préexistantes se ferment, et plus il leur est difficile de se propager et donc de provoquer une dilatance marquée.

**Figure 13 :** Compression triaxiale : déformation radiale en fonction de la déformation axiale pour différentes contraintes de confinement sur du sel du Nouveau Mexique [Wawersik et Hannum, 1980]. L'augmentation du confinement provoque une diminution relative de la déformation radiale par rapport à la déformation axiale, ainsi qu'une augmentation des déformations atteintes avant la contrainte ultime (indiquée par un carré blanc).

La déformation radiale est la moyenne des déformations mesurées par deux jauges extensométriques mesurant le diamètre (disk gauge) à un tiers et à la moitié de la hauteur de l'échantillon. Le chargement imposé est de  $11,9 \text{ N.s}^{-1}$ , appliquée sur des éprouvettes de diamètre 100mm.





**Figure 14 :** Courbes d'écroûissage et de dilataance sur du sel de Asse (Allemagne) [Spiers, Urai & Lister, 1984].

Température :  $T=150^{\circ}\text{C}$ .  $\dot{\epsilon}=3.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . La variation de volume de l'échantillon est mesurée directement par variation de volume du fluide de confinement. Pression de confinement : 2,5 MPa pour les essais 124, 131, 132; 10MPa pour les essais 129, 125, 126. Une contre pression interstitielle de saumure saturée de 7,5 MPa est appliquée aux échantillons 125 et 126.

## 2.2. Vitesse de déformation

En deçà du seuil de viscoplasticité, le comportement de la plupart des matériaux n'est pas influencé par un changement de vitesse de déformation imposée. Au delà du seuil, les courbes contrainte-déformation sont modifiées par des changements de plusieurs ordres de grandeurs de la vitesse de déformation imposée.

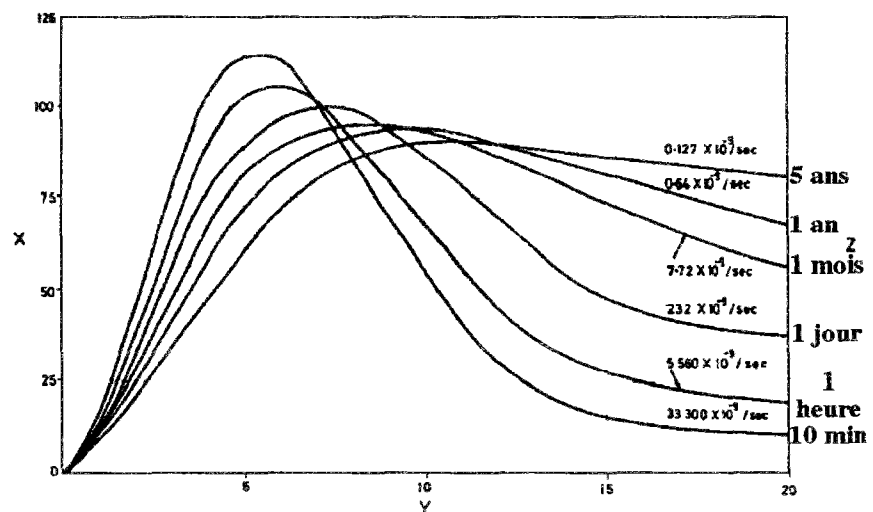
A notre connaissance, c'est sur du béton que les premiers essais montrant l'influence de la vitesse de chargement (figure 16) ont été effectués [Rusch, 1960]. Les mêmes phénomènes ont aussi été mis en évidence sur des géomatériaux (du grès figure 15) : plus la vitesse imposée est lente, moins le matériau est radoucissant dans la phase post-pic. Les mêmes tendances se retrouvent pour le sel gemme (figure 17), la vitesse la plus lente appliquée étant à notre connaissance  $10^{-9}\text{s}^{-1}$  [Horseman et al., 1993].

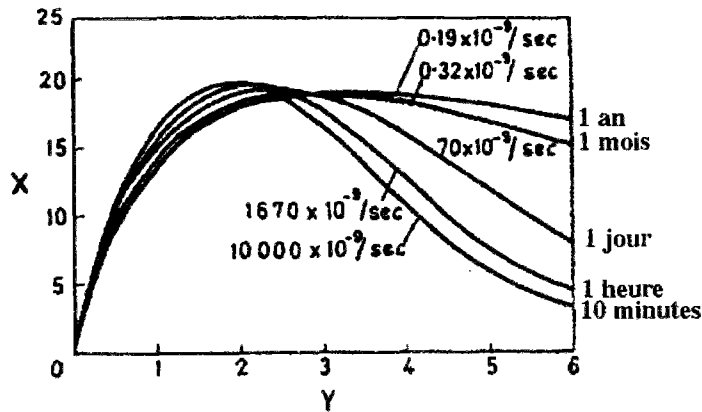
**Figure 15 :** Courbes contrainte déformation d'un grès pour différentes vitesses de déformation constantes imposées [d'après Bieniawski, 1970].

X = contrainte de compression monoaxiale [MPa];

Y = déformation axiale [ $10^{-3}$ ];

Z = durée de charge nécessaire pour atteindre une déformation de  $20.10^{-3}$  aux vitesses indiquées.





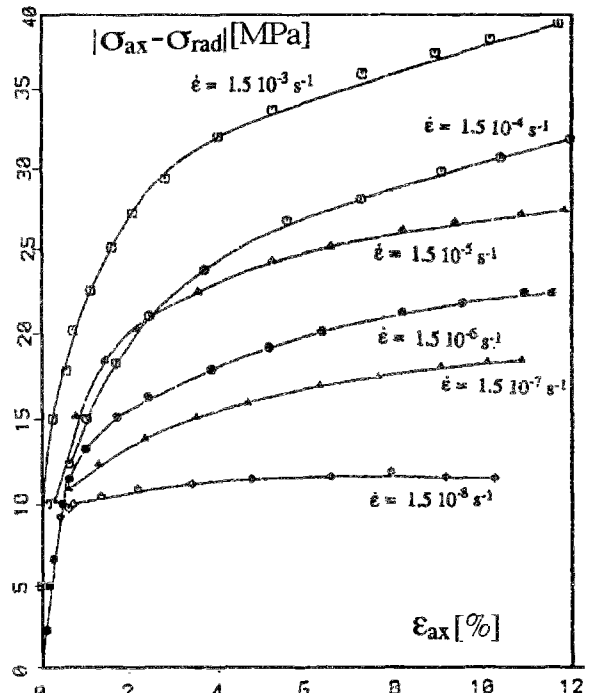
**Figure 16 :** Courbes contrainte déformation d'un béton pour différentes vitesses de déformation constantes imposées [d'après Rusch, 1960].

X = contrainte de compression mono-axiale [MPa];

Y = déformation axiale [ $10^{-3}$ ];

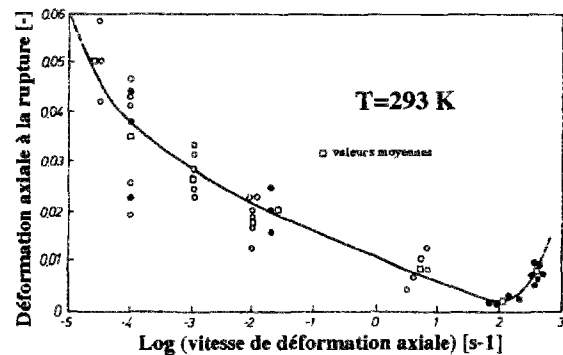
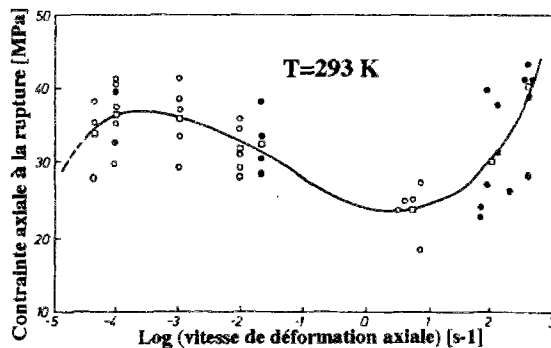
Z = durée de charge nécessaire pour atteindre une déformation de  $6.10^{-3}$  aux vitesses indiquées.

Des vitesses supérieures ou égales à  $10^2 \text{s}^{-1}$ , ont pu être appliquées sur des échantillons de sel gemme, en utilisant le chargement dynamique fourni par une barre de Hopkinson [Klepaczko et al., 1989, 1991]. Ces auteurs donnent, pour du sel gemme des Mines De Potasses d'Alsace (M.D.P.A.), en fonction de la vitesse de déformation (comprise en  $10^{-5} \text{s}^{-1}$  et  $10^3 \text{s}^{-1}$ ), l'évolution de la contrainte de rupture et de la déformation à la rupture. La vitesse de déformation a peu d'influence sur la contrainte maximale (figure 18), tandis que la déformation à la rupture subit une nette diminution lorsque la vitesse de chargement s'accroît. Le sel gemme serait donc d'autant moins ductile que la vitesse de déformation est élevée.



**Figure 17 :** Effet du taux de déformation sur la relation contrainte-déformation d'un sel artificiel en compression triaxiale [d'après Heard, 1972].

La contrainte de confinement est de 200 MPa.

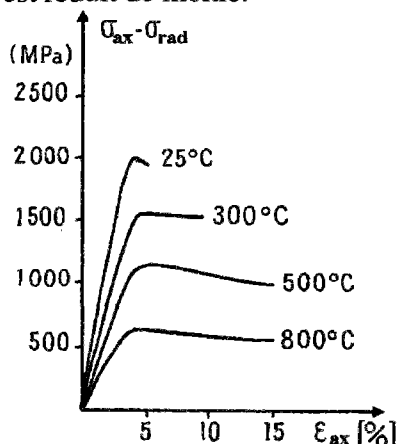


**Figure 18 :** Influence de la vitesse de chargement sur la contrainte à la rupture (à gauche) et sur la déformation à la rupture [Klepaczko, Gary et Barberis, 1991].

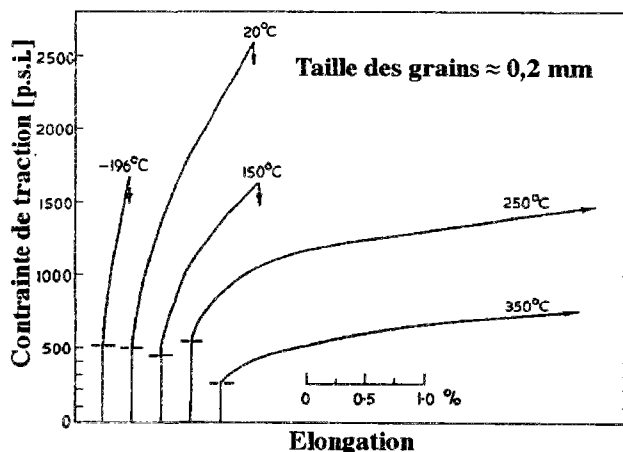
Les vitesses les plus faibles sont appliquées à l'aide d'une presse électromécanique ( $3,12 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$  à  $1,04 \cdot 10^{-2} \text{s}^{-1}$ ), les vitesses intermédiaires ( $3,2 \text{s}^{-1}$  à  $7,3 \text{s}^{-1}$ ) avec une presse hydraulique, et les essais à la barre de Hopkinson permettent les chargements les plus rapides (supérieurs à  $10^2 \text{s}^{-1}$ ).

### 2.3. Température

L'augmentation de la température a pour effet d'augmenter les dispositions du matériau à subir une déformation ductile, et d'abaisser très sensiblement le seuil de plasticité ou la résistance de pic (figure 19). On retrouve ce comportement pour le sel tant en traction (figure 20), qu'en compression (figure 21) et également à l'échelle du monocristal. Lorsque la température augmente de 20°C à 350°C, le module tangent chute d'un rapport de 15, tandis que le seuil de plasticité est réduit de moitié.

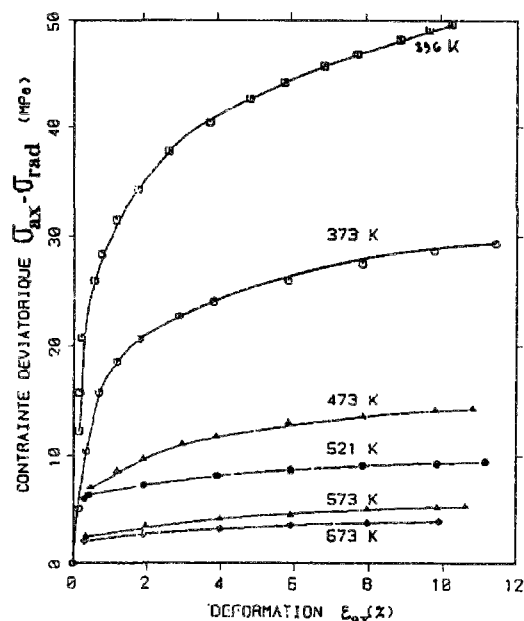


**Figure 19 :** Effet de la température sur la relation contrainte-déformation du calcaire de Solenhofen lors d'essais triaxiaux [d'après Heard, 1960].  
L'augmentation de la température a pour effet d'augmenter la ductilité du matériau, et d'abaisser très sensiblement le seuil de plasticité ou la résistance de pic.

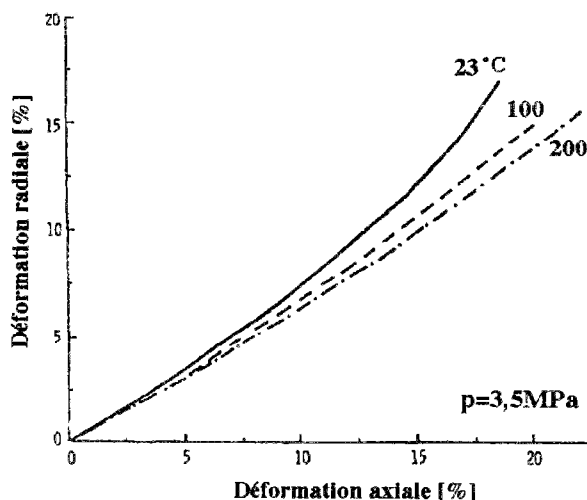


**Figure 20 :** Effet de la température sur le comportement en traction d'un sel polycristallin (halite) artificiel d'une taille de grain donnée d'environ 0,2 mm [d'après Stokes, 1966].

La transition fragile-ductile se produirait entre 150 et 250°C. (1000psi=6,8MPa).



**Figure 21 :** Courbes contrainte-déformation d'un sel polycristallin, à diverses températures [d'après Heard, 1972].  
La contrainte de confinement est de 200 MPa, et la vitesse de déformation est comprise entre  $1,2 \cdot 10^{-5}$  et  $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .



**Figure 22 :** Compression triaxiale : déformation radiale en fonction de la déformation axiale à différentes températures sur du sel du Nouveau Mexique [d'après Wawersik et Hannum, 1980].

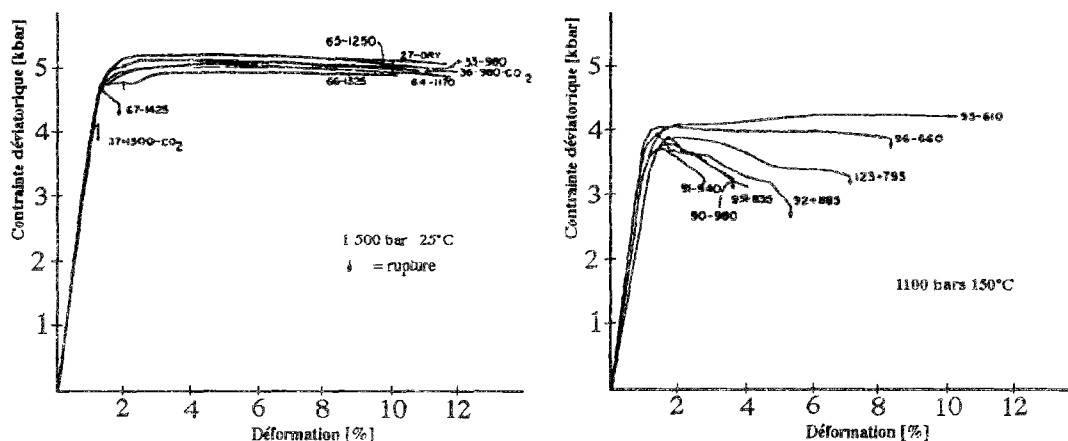
L'augmentation de la température provoque une diminution relative de la déformation radiale par rapport à la déformation axiale, et donc une diminution de la dilatance. La déformation radiale est la moyenne des déformations mesurées par deux jauges extensométriques mesurant le diamètre (disk gauge) à un tiers et à la moitié de la hauteur de l'échantillon. Le chargement imposé est de  $11,9 \text{ N.s}^{-1}$  sur des éprouvettes de 100mm de diamètre.



L'augmentation de la **température** contribue à réduire la dilatance du sel (figure 22). Les effets cataclastiques avec forte dilatance sont supprimés au profit de modes de déformation à volume constant [Wawersik et Hannum, 1980]. Le sel devient en effet moins visqueux (plus fluide) et plus ductile lorsque la température s'accroît.

## 2.4. Pression interstitielle

Griggs [1936] a montré que des échantillons de calcaire de Solenhofen soumis à un confinement, mais protégés par une membrane, avaient un comportement plus ductile que d'autres échantillons soumis au même chargement, mais sans membrane (la résistance à la compression sous 1GPa est accrue de 40%). En d'autres termes, le contact direct entre la roche et le fluide de confinement augmente la fragilité d'une roche pour une même pression de confinement [Heard, 1960]. Cette tendance est retrouvée sur le sel gemme par Fokker et al.[1993], qui montrent que l'absence de jaquette permet de rompre l'éprouvette pour un déviateur égal à la résistance en compression simple, quelle que soit la pression de confinement (le fluide de confinement étant soit de l'azote, soit du pétrole).



**Figure 23 :** Courbes contrainte-déformation du calcaire de Solenhofen soumis à une pression interstitielle [d'après Heard, 1960].

Les chiffres reportés sur chaque courbe indiquent le numéro de l'essai et la pression interstitielle exprimée en atmosphère (1 atm.=0,1MPa). A gauche : 25°C, 150MPa de pression de confinement; à droite : 150°C, 110MPa de pression de confinement.

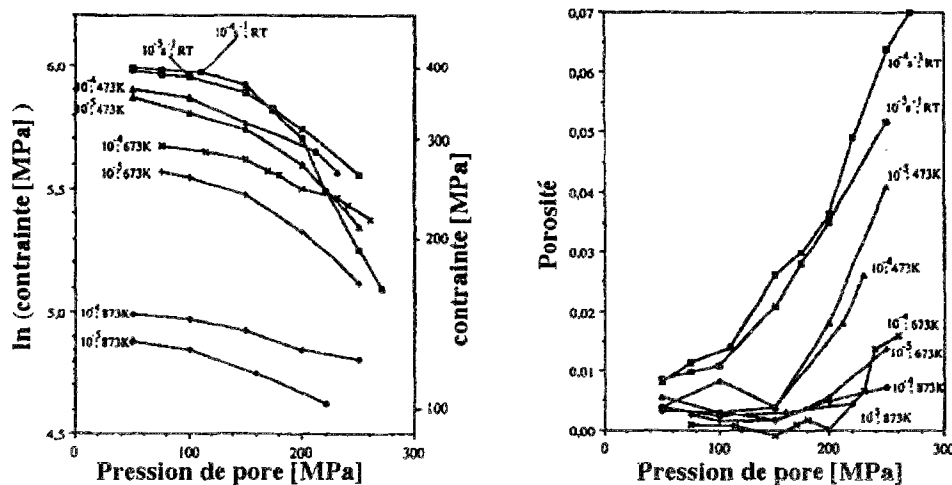
Sur du calcaire, Heard [1960] a montré que la roche est d'autant plus ductile que sa pression interstitielle est faible. La transition fragile-ductile est encore plus nette lorsque la température est accrue (figure 23). Concernant le sel gemme, les notions de pression interstitielle et de perméabilité (ou d'imperméabilité) sont délicates à utiliser, en raison de l'importance des effets de surface du fluide au contact du solide. La perméabilité intrinsèque du sel gemme étant beaucoup plus faible que celle de la plupart des autres roches (d'environ  $10^{-5}$  à  $10^{-6}$  Darcy contre 0,1 Darcy environ pour un calcaire), une influence de la pression interstitielle est plus difficile à mettre en évidence. De plus, le sel gemme est un matériau soluble dans l'eau<sup>3</sup>, au contact de la-

<sup>3</sup> A pression atmosphérique et à température ambiante, on peut dissoudre jusqu'à environ 350 g de sel dans un litre d'eau.

quelle des phénomènes de dissolution et de recristallisation se produisent. Spiers et al. [1984] montrent que l'application d'une contre pression de 7,5 MPa sous un confinement de 10 MPa, provoque une réponse en déformation volumique plus proche des essais sans contre pression et sous 10 MPa de confinement, que de ceux réalisés sous 2,5 MPa de confinement (figure 14). Cela montre que, dans ce cas, l'effet de la pression de confinement prévaut sur celui de la pression interstitielle.

## 2.5. Influences interdépendantes

Des essais réalisés sur du marbre de Carrare [Fischer et Paterson, 1989] ont montré les influences de la pression interstitielle, de la vitesse de chargement et de la température sur la contrainte et la porosité, mesurée ou évaluée pour une déformation axiale de 10%.



**Figure 24 :** État de contrainte (à gauche) et porosité (à droite) pour 10% de déformation axiale en compression d'un marbre de Carrare [d'après Fischer et Paterson, 1989].

La pression de confinement est de 300 MPa, les vitesses de déformation de  $10^{-4}\text{s}^{-1}$  et  $10^{-5}\text{s}^{-1}$ . Le fluide interstitiel est de l'argon, et les valeurs de porosité sont déduites d'un polynôme de degré deux interpolé sur quatre mesures par température.

On constate plusieurs influences interdépendantes (figure 24) :

- plus la vitesse de chargement est lente, plus la contrainte et la porosité sont faibles, même si pour cette dernière, la tendance ne soit pas très nette;
- plus la température est élevée, plus la contrainte et la porosité sont faibles;
- plus la pression interstitielle est forte, moins la contrainte est élevée et plus la porosité est forte.

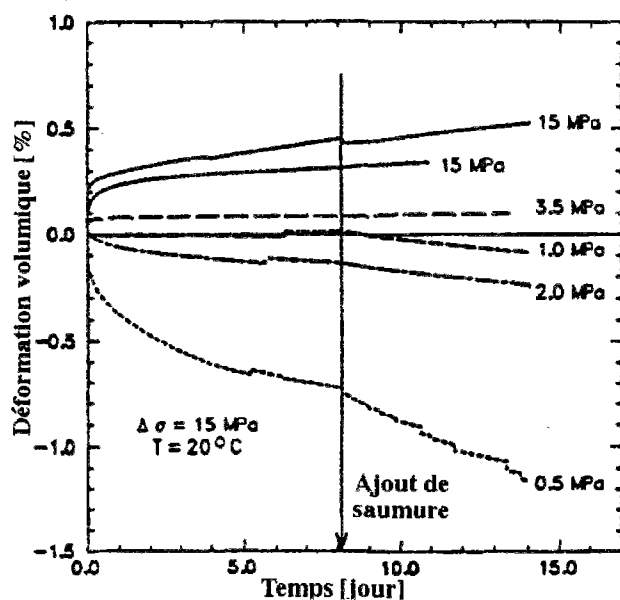
## 2.6. Présence d'eau ou de saumure

La plupart des roches subissent peu de phénomènes physico-chimiques au contact de l'eau, et ceux-ci sont relativement lents. Le sel gemme, quant à lui, est très influencé par la présence d'eau, principalement en raison de sa solubilité.

Horseman [1988, p 56] fait référence à une expérience réalisée sur des cristaux de sel soumis à une traction. Le polycristal perd son aspect fragile lorsqu'il est plongé dans de l'eau chaude

(dont la température n'est pas précisée), au point qu'il est possible de l'étirer sans difficulté jusqu'à en faire des nœuds! Ce phénomène s'appelle "effet Joffe" (du nom du principal chercheur en la matière en 1924). De nombreuses théories ont été proposées pour expliquer cette ductilité accrue, la plus répandue étant l'hypothèse d'un effet de surface. Cet effet est significatif dans un sel polycristallin, si l'eau (ou éventuellement la vapeur d'eau) peut pénétrer dans les microfissures et à la surface des grains, pour agir d'une certaine façon sur les surfaces internes de ces défauts.

Brodsky et Munson [1991] ont réalisé des essais de fluage sur du sel pur du W.I.P.P. ("Waste Isolation Pilot Plant" au Nouveau Mexique, USA) afin d'étudier l'influence de la saumure sur le fluage du sel gemme. Les échantillons ont été soumis à une température ambiante ( $20^{\circ}\text{C}$ ) et à un déviateur de 15 MPa; la pression de confinement variant d'un essai à l'autre. Pour de faibles confinements, le comportement était dilatant et, pour de forts confinements (supérieurs à 3,5 MPa), contractant.



**Figure 25 :** Influence de la présence de saumure sur la déformation volumique d'un échantillon de sel pur du W.I.P.P. soumis au fluage [d'après Brodsky et Munson, 1991].

Tous les échantillons réagissent à la présence de saumure, et ce, d'autant plus que la pression de confinement est faible.

Les variations de volume sont déduites des mesures de deux extensomètres verticaux et d'un disque de déformations latérales ("disk gage").

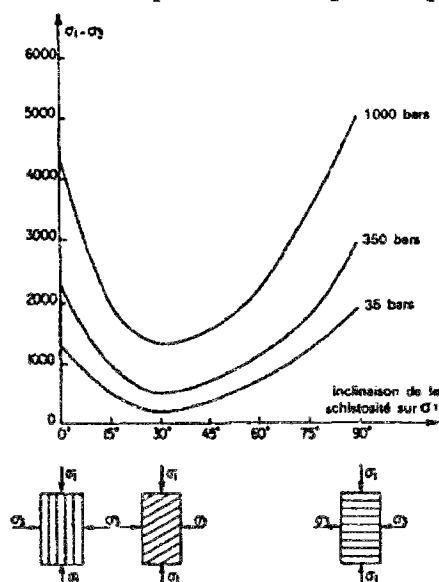
Après 8 jours de fluage, de la saumure est introduite entre la paroi cylindrique de l'échantillon et la membrane de protection du fluide de confinement, à une pression de 0,07 MPa. Tous les échantillons réagissent instantanément à la présence de saumure (figure 25). Ceux dont le confinement est supérieur à 3,5 MPa retrouvent à terme leur vitesse de fluage antérieure; par contre on observe un changement notable de la vitesse de fluage de ceux dont le confinement est faible. L'adjonction de saumure provoque une accélération de la dilatance pour les confinements les plus faibles.

Les effets de la saumure sont donc principalement ressentis sur les échantillons sous faible confinement dont le comportement est dilatant. Cela démontre que la saumure affecte davantage les mécanismes de déformation associés à la fissuration (ouverture, fermeture ou cicatrisation), que les micromécanismes générateurs des déformations viscoplastiques.

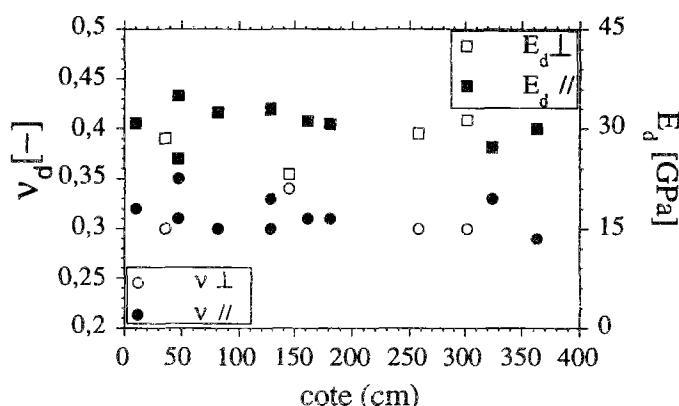
## 2.7. Anisotropie des roches

Il existe une échelle à laquelle une roche ne peut plus être considérée isotrope. Dans toutes les roches sédimentaires, la stratification introduit une anisotropie; il en est de même pour la schistosité et tous les types de foliation des roches métamorphiques. L'anisotropie influence le comportement des roches, les courbes effort-déformation étant différentes selon l'orientation du chargement par rapport à la schistosité. Le pic des contraintes est ainsi très différent selon l'orientation du chargement (figure 26).

La présence de bancs intercalaires (marno-anhydritiques, par exemple) à l'échelle du massif stratifié, font que la masse de sel gemme n'est pas homogène, et qu'il y règne une anisotropie des propriétés mécaniques. Le sel gemme est considéré comme isotrope à l'échelle décimétrique. Des mesures ultrasoniques réalisées sur des échantillons de sel gemme des MDPA dans le sens parallèle et dans le sens perpendiculaire à la stratification du dépôt salifère, ne montrent pas d'anisotropie des paramètres élastiques (figure 27).



**Figure 26 :** Variation du pic des contraintes en fonction de l'inclinaison de la schistosité d'un échantillon de schiste soumis à une compression [Mattauer, 1973].



**Figure 27 :** Coefficients élastiques dynamiques du sel gemme des M.D.P.A. [Lahlou et al., 1992a].

Les mesures sont réalisées sur des échantillons cylindriques d'éclatement 1 dont l'axe est parallèle ou perpendiculaire au litage, et prélevés dans le sondage dit de référence. Le coefficient de Poisson dynamique  $\nu_d$  et le module d'Young dynamique  $E_d$  sont présentés en fonction de la cote sur la carotte.

## 2.8. Taille des grains

Il est difficile d'émettre une règle générale sur l'influence de la taille des grains des roches, chacune ayant un comportement spécifique dépendant de la nature même des grains la constituant. Cependant, en ce qui concerne le sel gemme, des essais de traction [Stokes, 1966] réalisés sur du sel artificiel (synthétisé en laboratoire) montrent que le comportement des polycristaux est plus ductile lorsque la taille des grains augmente (figure 28).

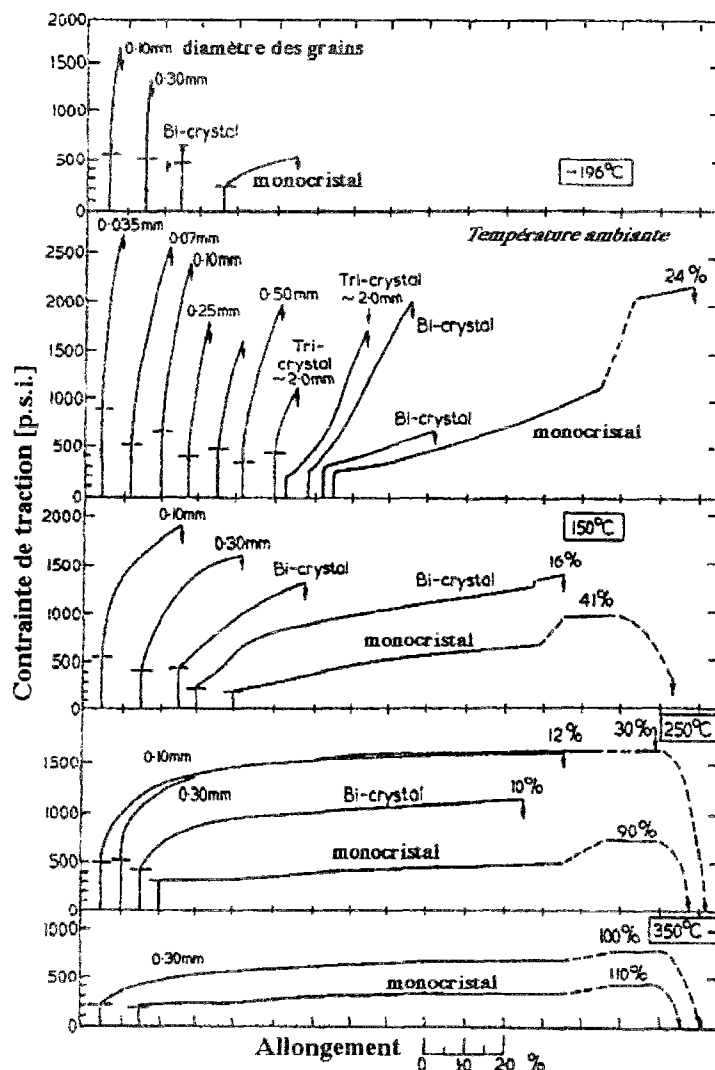


Figure 28 : Essai de traction sur du sel polycristallin artificiel [d'après Stokes, 1966].

Le comportement des polycristaux devient plus ductile lorsque :

- la température augmente;
- la taille des grains augmente.

Les essais sont réalisés sur une machine Instron à une vitesse de déformation imposée de  $5.10^{-5} \text{ s}^{-1}$  sur des échantillons de longueur 12 mm environ. (1000psi = 6,8MPa).

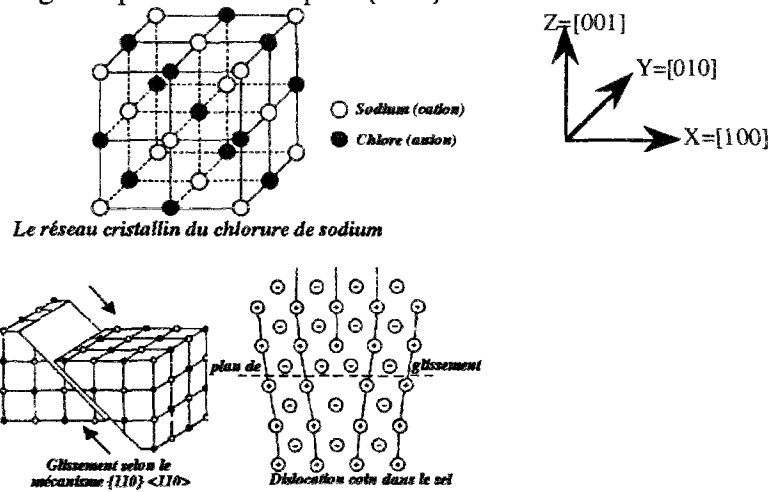
### 3. Le monocristal de chlorure de sodium (halite)

Le chlorure de sodium (NaCl) est cristallisé selon un réseau du type "cubique à faces centrées" (C.F.C.) dont la distance inter-atomique est d'environ  $5,63 \text{ \AA}$  [Colas, 1993]. Certains métaux tels que le cuivre ou l'aluminium possèdent la même structure, ce qui explique probablement certaines de leurs propriétés communes, lors du fluage à haute température [Blum, 1973], ou l'allure à trois phases de leur courbe d'écrouissage [Aubertin et al., 1987]. La différence essentielle avec les métaux est que le NaCl est ionique : son réseau est constitué de deux sous-réseaux C.F.C., l'un formé par les ions  $\text{Na}^+$  et l'autre par les ions  $\text{Cl}^-$  (figure 29). Cela impose l'orientation des plans de glissement préférentiels. Dans les métaux C.F.C. monoatomiques, les dislocations se produisent d'abord dans des plans du réseau pour lesquels l'énergie à vaincre est la plus faible, et ne dépendent que de la distance inter atomique : il s'agit des plans les plus denses  $\{111\}^4$ .

<sup>4</sup>  $\{111\}$  désigne dans le repère local du réseau cristallin la famille de plans dont la normale non unitaire est de coordonnées ( $X=1, Y=1, Z=1$ ) ou une combinaison par permutation des indices, y compris en les changeant de signe.

Dans un cristal ionique, le mouvement de la dislocation dans une direction donnée est facilité ou non selon la nature de l'ion rencontré. Pour le monocristal de NaCl, le mouvement de dislocation nécessitant le moins d'énergie se produit sur un plan  $\{101\}$  dans les directions  $\langle 10\bar{1} \rangle$ <sup>5</sup>.

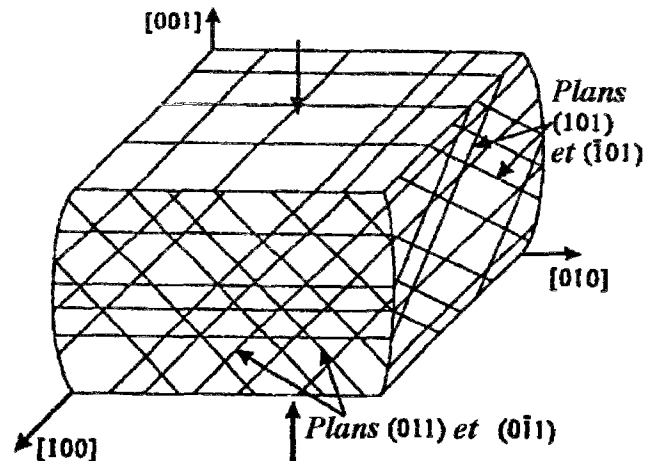
**Figure 29 :** Réseau cristallin du chlorure de sodium et plan de glissement préférentiel [d'après Horseman et Passaris 1984]. Le glissement se produira préférentiellement selon un mécanisme  $\{101\}\langle 10\bar{1} \rangle$ , provoquant le développement de dislocations.



### 3.1. Les mécanismes de glissement

On définit un mécanisme ou système de glissement par une famille de plans glissant dans la même direction. Il est caractérisé par la normale à la famille de plans  $\underline{n}$  et la direction du glissement  $\underline{m}$ . On distingue 24 systèmes ou mécanismes de glissement principaux répartis en 3 familles : 6 systèmes dodécaédriques (ou orthogonaux), 12 systèmes octaédriques et 6 systèmes cubiques [Carter et Heard, 1970].

Concernant le **système dodécaédrique (ou orthogonal)  $\{101\}\langle 10\bar{1} \rangle$** , il existe 6 plans de glissement associés à une direction de glissement. On les déduit par permutation circulaire sur les indices admissibles (figure 31). Un tel glissement est représenté schématiquement sur la figure 29, et sur la figure 30, quatre systèmes sont visualisés au cours d'une compression selon un axe cristallographique. On peut aussi définir 6 systèmes opposés qui correspondent, pour un même plan, à une direction de glissement opposée.



**Figure 30 :** Déformation en tonneau d'un monocristal de sel artificiel [d'après Wanten, Spiers et Peach, 1993]. Quatre mécanismes de glissement du système orthogonal sont activés, lors d'un chargement de compression selon un axe cristallographique. En général, les quatre mécanismes ne peuvent être activés en même temps car un seul mécanisme prédomine, les autres se désactivant.

<sup>5</sup>  $\langle 10\bar{1} \rangle$  désigne la direction du glissement décrite par le vecteur non unitaire de coordonnées dans le repère local ( $X=1, Y=0, Z=-1$ ), ou une combinaison par permutation des indices, y compris en les changeant de signe. L'indication  $\{ \}$  définit un glissement sans combinaison, tandis que la notation  $\{ \} \langle \rangle$  est réservée à une famille de glissements.

$\underline{n}$	0	1	-1	0	-1	-1
	1	0	-1	-1	0	1
	1	1	0	1	1	0
$\underline{m}$	0	1	1	0	-1	1
	1	0	-1	-1	0	1
	-1	-1	0	-1	-1	0

Figure 31 : Tableau des vecteurs définissant les mécanismes orthogonaux.  
 $\underline{n}$  est la normale au plan de glissement,  $\underline{m}$  est la direction du glissement.

Dans la famille du **système octaédrique**  $\{111\} \langle 10\bar{1} \rangle$ , on dénombre 4 plans de glissement et, sur chaque plan, on distingue 3 directions de glissement, soit au total 12 systèmes, auxquels on peut également ajouter les 12 systèmes opposés. Les orientations des vecteurs normaux et de direction sont données dans le tableau de la figure 33. Un glissement de ce type est schématisé sur la figure 32. Il existe également 12 systèmes opposés.

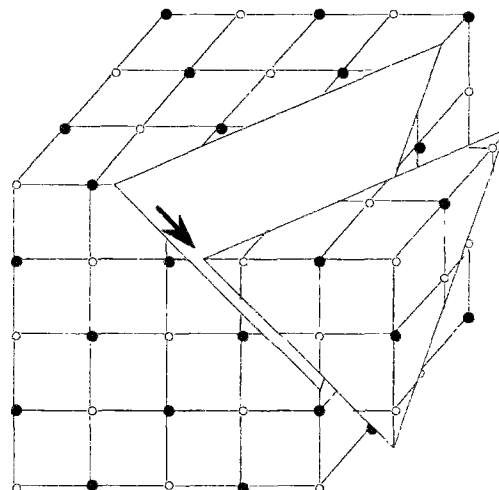


Figure 32 : Schéma d'un système de glissement octaédrique.

$\underline{n}$	1			1			-1			-1		
	1			-1			-1			1		
	1			1			1			1		
$\underline{m}$	-1	1	0	1	0	-1	1	-1	0	-1	1	0
	1	0	-1	1	-1	0	-1	0	1	-1	0	1
	0	-1	1	0	-1	1	0	-1	1	0	1	-1

Figure 33 : Tableau des vecteurs définissant les mécanismes octaédriques.  
 $\underline{n}$  est la normale au plan de glissement,  $\underline{m}$  est la direction du glissement.

Dans la famille du **système cubique**  $\{010\} \langle 101 \rangle$ , il y a 3 plans de glissement auxquels sont associées 2 directions de glissement, soit au total 6 systèmes de glissement. Un schéma de ce type de mécanisme est indiqué sur la figure 34, tandis que le tableau de la figure 35 présente les vecteurs relatifs à la définition des mécanismes. On peut aussi définir 6 systèmes opposés.

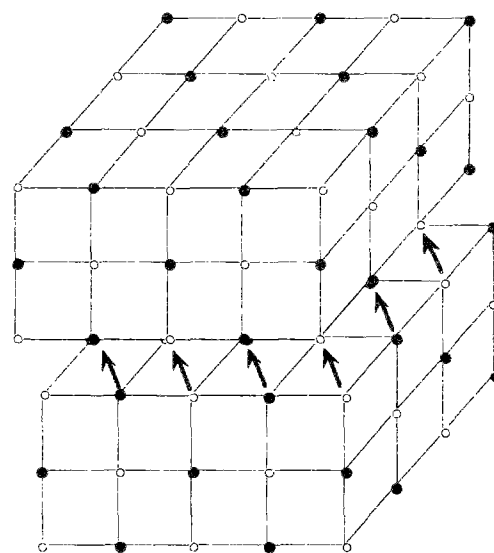


Figure 34 : Schéma d'un système de glissement cubique.

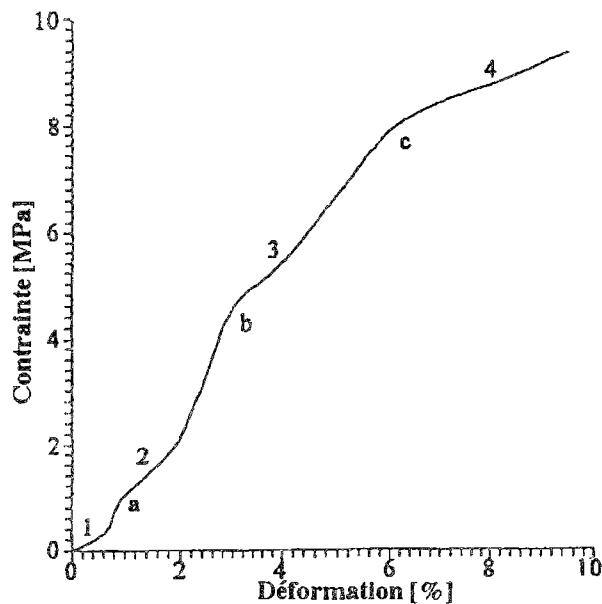
n	1	0	0
	0	1	0
	0	0	1
m	0	1	1
	0	-1	1
	1	0	-1
	1	1	0

**Figure 35 :** Tableau des vecteurs définissant les mécanismes cubiques.  $\underline{n}$  est la normale au plan de glissement,  $\underline{m}$  est la direction du glissement.

### 3.2. Identification des mécanismes de glissement

Un monocristal soumis à un chargement se déforme tout d'abord élastiquement, ce qui consiste à rapprocher ou à éloigner les atomes du réseau sans en modifier la structure. La déformation irréversible qui apparaît lors de l'intensification de la sollicitation est provoquée par le développement de mouvements dislocations au cours du glissement suivant un mécanisme. Les photographies (non reproduites ici) de différents auteurs montrent des bandes parallèles, distantes de quelques microns, correspondant à un mécanisme activé.

Les différents mécanismes évoqués plus haut ne se produisent pas nécessairement tous à tout moment. Pour activer un mécanisme, il faut atteindre un certain niveau d'énergie, mais il faut aussi qu'un autre mécanisme ne vienne pas contrarier le mouvement du premier. C'est ainsi que certains mécanismes sont actifs puis se désactivent. Il semblerait également que le nombre de mécanismes activés est d'autant plus important que la vitesse de sollicitation est faible [Wanten et al., 1993]. Au cours d'un chargement compressif, cet auteur a activé jusqu'à 4 mécanismes de glissement du système orthogonal (figure 36).



**Figure 36 :** Activation successive de 4 mécanismes de glissement du système orthogonal [d'après Wanten, Spiers et Peach, 1993].

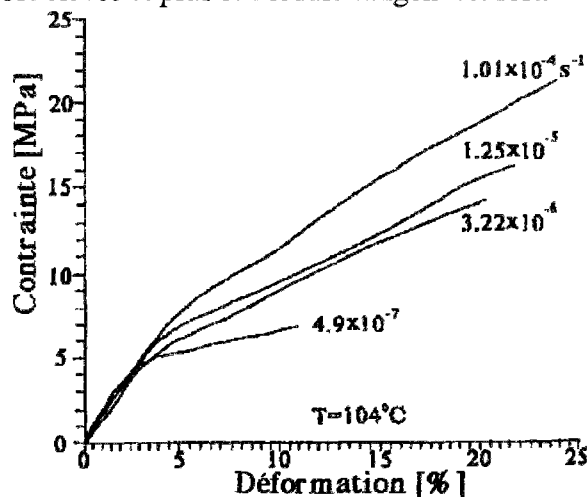
Le monocristal de sel artificiel est chargé en compression selon un axe cristallographique, à une température de 75°C et à une vitesse de  $4 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ . On distingue les trois seuils d'activation (a, b et c).

La mise en évidence de l'activation des différents mécanismes se fait en appliquant un chargement à un monocristal, soit en traction, soit en compression, éventuellement sous confinement. Le monocristal est taillé de manière à ce que l'orientation du réseau active un mécanisme plutôt qu'un autre (figures 39, 40 et 41). L'observation de l'échantillon permet de connaître la nature du mécanisme mis en jeu (orientation du plan et direction du glissement).



### 3.3. Influence de la vitesse de chargement et de la température

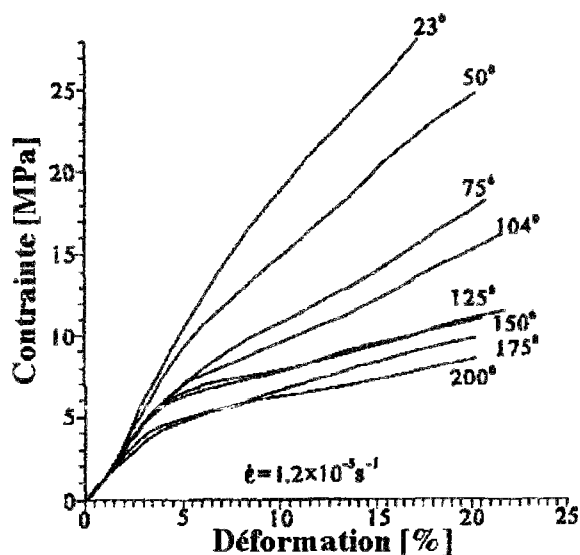
Sur le monocristal de NaCl, l'effet de la vitesse de chargement est net (figure 37). Plus la vitesse est élevée et plus le module tangent est fort.



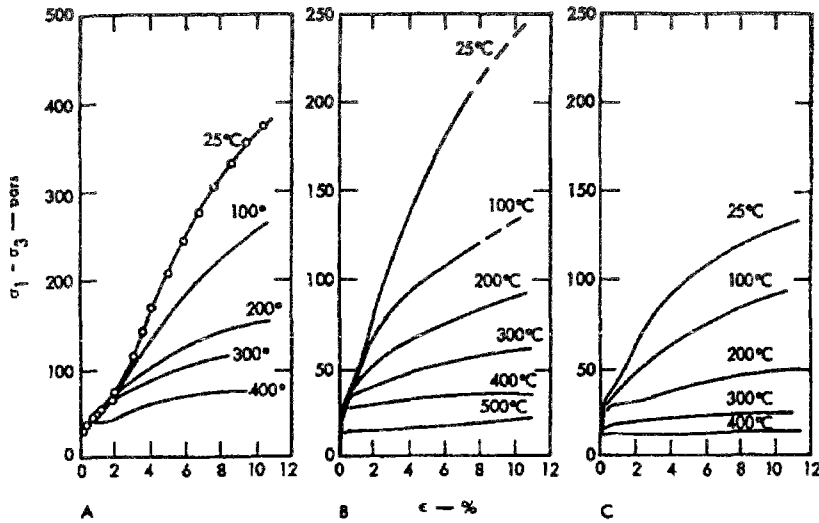
**Figure 37 :** Influence de la vitesse de chargement en déformation sur le comportement en compression uniaxiale d'un monocristal artificiel de NaCl de Harshaw Chemical Company [d'après Wanten Spiers et Peach, 1993]. Le changement de pente au cours de l'écroutissage est dû à l'activation de mécanismes différents.

Pour une même vitesse de chargement, l'élévation de la température provoque une activation plus aisée des mécanismes de glissement. Le module tangent diminue lorsque la température augmente (figure 38).

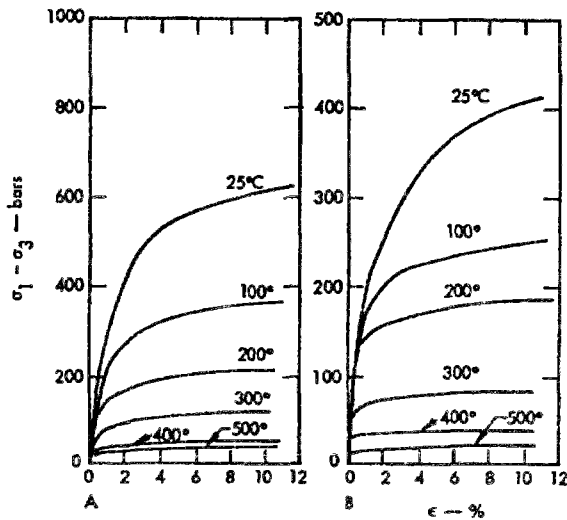
**Figure 38 :** Influence de la température sur le comportement en compression uniaxiale du monocristal de NaCl de Harshaw Chemical Company [d'après Wanten, Spiers et Peach, 1993]. Le changement de pente des courbes d'écroutissage serait dû à l'activation de différents mécanismes.



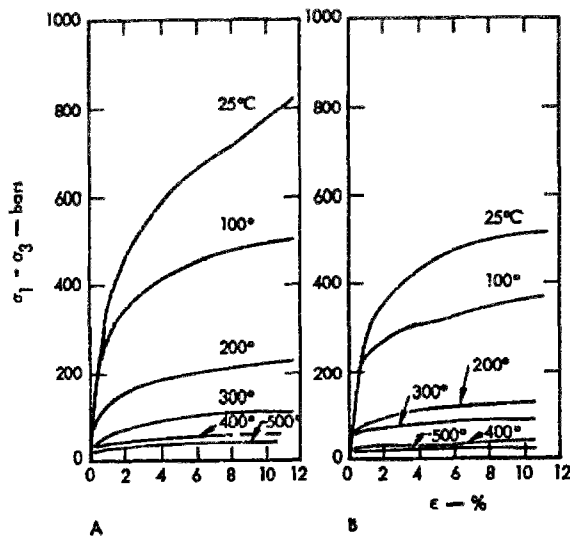
On retrouve les mêmes tendances pour l'activation en extension des différents mécanismes (figures 39, 40, 41), la pression de confinement étant de 200 MPa [Carter et Heard, 1970]. On constate que pour les conditions de chargement imposées, en compression comme en extension, le monocristal peut atteindre des déformations de l'ordre de 10%, sans montrer aucun raidouissement. L'écroutissage positif est d'autant moins marqué que la température est élevée et que la vitesse de déformation est faible.



**Figure 39 :** Courbes contrainte-déformation d'un monocrystal de sel soumis à un chargement en extension [Carter & Heard, 1970]. L'extension est parallèle à la direction [001], et active le système dodécaédrique. La pression de confinement est de 200 MPa. Les vitesses de déformation sont :  
A :  $1,1-1,4 \cdot 10^{-1} \text{s}^{-1}$   
B :  $1,1-1,5 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$   
C :  $1,1-1,5 \cdot 10^{-7} \text{s}^{-1}$



**Figure 40 :** Courbes contrainte-déformation d'un monocrystal de sel soumis à un chargement en extension [Carter & Heard, 1970]. L'extension est exercée à  $45^\circ$  de [100] dans le plan (010). Les mécanismes  $\{11\bar{1}\}$ ,  $\{110\}$ ,  $\langle 1\bar{1}0 \rangle$  sont activés. La pression de confinement est de 200 MPa. Les vitesses de déformation sont :  
A :  $1,1-2,4 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$   
B :  $1,1-2,3 \cdot 10^{-6} \text{s}^{-1}$



**Figure 41 :** Courbes contrainte-déformation d'un monocrystal de sel soumis à un chargement en extension [Carter & Heard, 1970]. L'extension est exercée à  $30^\circ$  de la direction [100] selon la direction  $[0\bar{1}1]$ , activant le système de glissement  $\{100\} \langle 1\bar{1}0 \rangle$ . La pression de confinement est de 200 MPa. Les vitesses de déformation sont :  
A :  $1,1-2,3 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$   
B :  $1,1-2,3 \cdot 10^{-6} \text{s}^{-1}$

Les systèmes dodécaédriques sont les premiers à entrer en jeu. En introduisant le facteur de Schmid comme le rapport entre la scission réduite sur le système de glissement et la compression appliquée, Carter et Heard [1970] quantifient l'importance des mécanismes selon la direction de sollicitation (tableau de la figure 42).

Système de glissement axe de compression	$\{011\}\langle\bar{1}\bar{1}0\rangle$	$\{100\}\langle110\rangle$	$\{111\}\langle\bar{1}\bar{1}0\rangle$
$[001]$	4 avec 0,50	6 avec 0,00	8 avec 0,41
direction faisant un angle de $30^\circ$ avec $(001)$ dans la direction $(0\bar{1}1)$	4 avec 0,07	2 avec 0,47 1 avec 0,43	2 avec 0,34
$[011]$	4 avec 0,25	4 avec 0,35	4 avec 0,41

**Figure 42 :** Tableau du nombre de systèmes parmi différentes familles de systèmes de glissement atteignant un maximum du facteur de Schmid pour différentes directions de l'axe de compression [Carter et Heard, 1970].

A faible température et à grande vitesse de déformation, ce sont les mécanismes dodécaédriques qui paraissent dominer, tandis que sous des températures élevées et de faibles vitesses de déformation, ce sont les systèmes octaédriques. Avec l'augmentation de la température, les systèmes cubiques puis les systèmes octaédriques s'activent (tableau de la figure 42).

Système de glissement	Température	Nombre de systèmes actifs
dodécaédrique $\{011\}\langle\bar{0}1\bar{1}\rangle$	$<0,5 T_m$	2
cubique $\{100\}\langle\bar{0}1\bar{1}\rangle$	$>0,5 T_m$	3
octaédrique $\{111\}\langle\bar{0}1\bar{1}\rangle$	$>0,5 T_m$	5
glissement plissé (wavy slip) $\{011\}\langle\bar{0}1\bar{1}\rangle$ et $\{100\}\langle\bar{0}1\bar{1}\rangle$	$\approx 0,4 T_m$	5

**Figure 43 :** Nombre de systèmes actifs pour un monocristal de sel à différentes températures [Stokes, 1966].

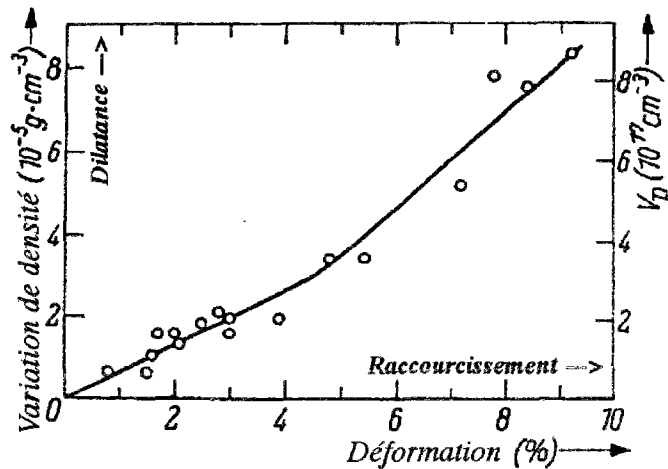
Concernant la densité de dislocation, Wanten et al. [1993] indiquent qu'elle passe d'environ  $5 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2}$  à plus de  $10^8 \text{ cm}^{-2}$ , tandis que pour Carter et Heard [1970], elle varie de  $10^4 \text{ cm}^{-2}$  à  $10^8\text{-}10^{10} \text{ cm}^{-2}$ .

### 3.4. Variations de volume dues aux mouvements de dislocations

Le mouvement des dislocations provoque de petites variations de volume dans un monocristal. Pour Lemaitre et Chaboche [1985, p20], "la variation de volume due à l'augmentation de la densité des dislocations reste toujours très faible". Davidge et Pratt [1964] évaluent la variation de masse volumique à  $10^{-2} \text{ kg.m}^{-3}$ , atteignant pour 10% de déformation longitudinale presque  $10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}$  (figure 44). Le sel gemme ayant une densité d'environ  $2160 \text{ kg.m}^{-3}$ , les variations relatives de densité dues aux mouvements des dislocations atteignent  $5 \cdot 10^{-7}$ . En supposant que la masse est conservée, on a :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = - \frac{\Delta \rho}{\rho} = - \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \quad (2)$$

et puisque la masse volumique varie peu ( $\rho \approx \rho_0$ ), la variation relative de volume est du même ordre de grandeur que la variation relative de masse volumique.



**Figure 44 :** Variation de densité dans un monocristal de sel en fonction de la déformation [d'après Davidge et Pratt, 1964].

La variation de densité est de l'ordre de  $10^{-2} \text{ kg.m}^{-3}$ , et est relié (à droite) au nombre de paires de lacunes par unité de volume. On constate un changement de pente autour de 4% de déformation.

D'après les auteurs, les principales variations de densité seraient liées à l'apparition de défauts volumiques plutôt qu'au seules dislocations.

### 3.5. Cristallisation dynamique

Sous l'effet d'un chargement mécanique (en absence de fluide solvant), un cristal peut se dissoudre dans la zone chargée et recristalliser selon une géométrie différente [Gratier, 1984], à la suite de processus thermodynamiques liés à des changements de phase. Spiers et Brzesowsky [1993], montrent cet effet sur du sel artificiel, où deux grains se retrouvent solidaires après chargement mécanique. Pour Senseny et al. [1992], ce phénomène a été rarement observé sur du sel gemme déformé sous des conditions d'applications géotechniques, et semble s'activer pour des températures élevées.

### 3.6. Mécanismes de fluage

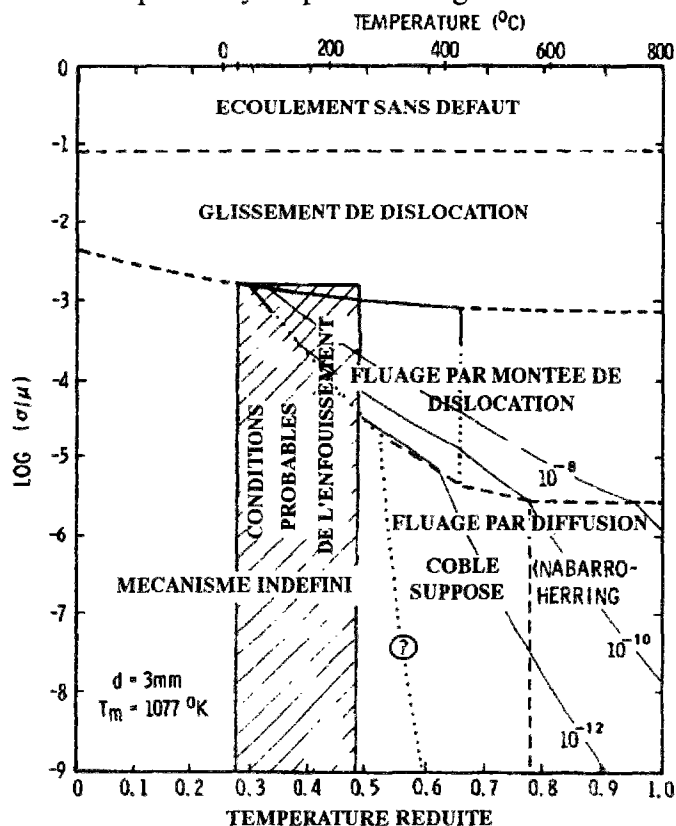
L'étude des **mécanismes de fluage** (déformation différée) sur le monocristal de NaCl a été effectuée à haute température, proche du point de fusion ( $801^\circ\text{C}$ ) par Poirier [1973]. Selon cet auteur, le mécanisme prépondérant du fluage est le glissement des dislocations sur les systèmes dodécaédriques, contrôlés par la montée, ce qui n'est pas en accord avec la carte des mécanismes de déformation du sel gemme en fonction de la contrainte et de la température (figure 45), déterminée par Munson et Dawson [1984].

D'après Poirier, le fluage primaire est suivi du fluage secondaire (ou stationnaire), qui s'établit lorsque la polygonisation<sup>6</sup> est achevée. La montée des dislocations serait à l'origine de la polygonisation. Celle-ci pourrait apparaître sous des températures inférieures à  $100^\circ\text{C}$  et sous de faibles contraintes.

Horseman et al. [1993] montrent, sur des essais d'écroutissage réalisés à vitesse axiale très lente ( $10^{-9} \text{ s}^{-1}$ ) et sous 15MPa de confinement, qu'à  $50^\circ\text{C}$ , ce sont les mécanismes de glissement de dislocation qui prédominent, tandis qu'à  $100^\circ\text{C}$ , la polygonisation se manifeste. En

<sup>6</sup> La polygonisation est un empilement de lignes de dislocations formant des figures géométriques polygonales, se produisant après d'importantes déformations plastiques.

étudiant la taille des “sous-grains”, ainsi obtenus par polygonisation, en fonction de la contrainte déviatorique atteinte pour 10% de déformation axiale logarithmique, ils proposent une relation de puissance empirique entre la taille de ces sous-structures et la contrainte. De la sorte, l'observation de la taille des polygones servirait de “paléopiezomètre”, afin de retrouver la contrainte passée ayant permis leur genèse.



**Figure 45 :** Carte des mécanismes de déformation du sel gemme [d'après Munson et Dawson, 1981, traduction Bérest, 1991].

Cette carte indique également quelques trajectoires à vitesse de déformation constante et la zone correspondant aux conditions probable d'un site de stockage souterrain. La taille des grains est de 3mm.  $\mu$  est le module de cisaillement,  $T_m$  la température de fusion et  $\sigma$  la contrainte déviatorique. On distingue ainsi 4 zones où la nature des mécanismes est connue : l'écoulement sans défaut, le glissement des dislocations, la montée des dislocations, la diffusion, plus une zone où les mécanismes sont inconnus.

Les mécanismes des déformations différées observées au cours du fluage du monocristal de sel sont des mouvements de dislocations. Ils se font à volume constant, tout au moins pour de faibles déformations. L'hypothèse des déformations volumiques nulles est généralement formulée pour modéliser le comportement viscoplastique.

Les principaux mécanismes de déformation du sel gemme sont de trois natures [Spiers et al., 1986; Munson et Dawson, 1984; Gratier, 1984] :

- les mouvements de dislocation (glissement et montée) intervenant notamment dans les domaines habituels de sollicitation thermomécanique de laboratoire (température, contrainte déviatorique, vitesse de déformation);
- la diffusion associée à de faibles sollicitations lentes;
- la dissolution et la précipitation en présence d'une faible quantité de saumure.

Ces mécanismes sont tous liés essentiellement au déviateur des contraintes, et n'entraînent aucune variation de volume significative. Ils conduisent à des déformations différées viscoplastiques, caractérisables par des essais de fluage.

Après une phase de fluage transitoire, on identifie un fluage stationnaire exprimé par la loi de Norton-Hoff :

$$\dot{\epsilon}_{eq}^{VP} = A(T) \sigma_{eq}^n \quad (3)$$

pour laquelle l'exposant  $n$  varie de 1 à 6. Les plus petites valeurs sont obtenues dans le cas d'un fluage par diffusion ou par solution-précipitation, tandis que le fluage par dislocation conduit à des exposants souvent compris entre 3 et 6. Horseman et al. [1993] indiquent que pour des contraintes déviatoriques élevées ou des vitesses de déformations élevées (mécanismes de glissement de dislocations), l'exposant  $n$  est de l'ordre de 5,5 pour le sel de Avery Island; sous faible contrainte, faible vitesse de déformation ou température élevée (mécanisme de diffusion), l'exposant serait 3,4.

L'influence de l'humidité modifie la vitesse de fluage [Hunsche et Schulze, 1993], mais cet effet s'atténue considérablement sous fort confinement [Brodsky et Munson, 1991].

La fissuration du sel se traduit par l'accélération du fluage (fluage tertiaire).

### 3.7. Conclusions sur le comportement du monocristal de sel

Les mécanismes de glissement sont au nombre de 24 mais seulement un petit nombre d'entre eux s'activent généralement (jusqu'à quatre) dans les conditions de température ambiante. Une température élevée ou une vitesse de chargement faible conduisent vers des modules tangents réduits, et des seuils de plasticité diminués, comparativement à une température basse ou une vitesse élevée (figures 35 à 39). Par exemple, entre 200°C et la température ambiante, le module tangent varie de 1 à 8 pour une vitesse de déformation de  $10^{-5}\text{s}^{-1}$ , tandis que le seuil de plasticité augmente de 1 à 3 ou 4. Multiplier la vitesse de déformation par un million produit une augmentation du module tangent de 1 à 2 ou 6 selon le mécanisme activé et à une augmentation du seuil de plasticité d'environ 30%.

La pression de confinement n'influe pas sur le comportement du monocristal, que ce soit en compression ou en extension.

En l'absence d'endommagement, le monocristal de chlorure de sodium se déforme sous l'action d'un chargement mécanique en produisant des variations de volume très faibles, voire négligeables.

#### 4. Mécanismes de déformation du sel gemme

Le comportement du sel gemme subit l'influence de plusieurs facteurs extérieurs que l'on retrouve sur la plupart des roches : pression, température, vitesse de déformation. Le rôle de la pression interstitielle paraît moins clair, peut être en raison de la difficulté de sa mesure compte tenu de la faible perméabilité du sel gemme.

On retrouve sur le polycristal les effets mis en évidence sur le monocristal de NaCl (influence de la température et de la vitesse de déformation). Le comportement du polycristal manifeste d'autres aspects dus à l'agrégation des cristaux de halite : l'influence de la contrainte moyenne qui, en devenant de plus en plus compressive augmente la ductilité de la roche, n'a pas été perçue sur le monocristal. Nous verrons plus loin si cet effet tient à la plasticité du sel gemme. L'activation des mécanismes de glissement dans chaque grain de sel constitutif de la roche halitique donne une réponse à l'essai d'écrouissage différente de celles du monocristal chargé selon des axes préférentiels. Le polycristal supporte des contraintes déviatoriques supérieures à celles que supporte un monocristal, mais est plus fragile, tout au moins sous les faibles confinements, et peut présenter un radoucissement.

A température ambiante, un certain nombre de systèmes parmi les six systèmes dodécaédriques peuvent s'activer dans un monocristal de NaCl. Ils se réduisent à deux systèmes linéairement indépendants [Groves et Kelly, 1963]. Or dans un polycristal, pour que les cristaux adjacents puissent se déformer sans incompatibilité plastique, il leur faut au moins cinq systèmes linéairement indépendants [Von Mises, 1928]. Le petit nombre de systèmes indépendants du cristal NaCl conduit à une incompatibilité de déformation plastique entre les grains et par conséquent à des contraintes internes pouvant mener à une fissuration.

La rupture des matériaux cristallins trouve sa source dans les déformations plastiques locales des grains et de leur interface. Ceci est vérifié pour tous les types de rupture, qu'elle soit fragile, ductile ou même par fatigue cyclique, dynamique ou non. Comme la déformation plastique des matériaux ductiles est directement reliée aux mouvements des dislocations, le fluage tertiaire est souvent associé à un changement plus ou moins continu de la microstructure du matériau, dû à la coalescence des dislocations, qui génère des vides dans la structure cristalline, d'où une détérioration progressive du matériau soumis à une contrainte déviatorique constante [Aubertin et al., 1987].

La présence fréquente d'impuretés peut également intervenir sur le comportement du sel gemme, bloquer des mécanismes de déformation et provoquer des concentrations de contraintes. Fokker et al. [1993] avouent que trois ruptures d'éprouvettes en chargement compressif d'extension sur onze essais étaient concentrées sur des niveaux argileux ou des inclusions argileuses.

## 5. Identification de l'endommagement sous chargement mécanique

*“L'endommagement, comme le diable, invisible mais redoutable”*. Cette boutade mise en exergue par Lemaître et Chaboche [1985] en tête du chapitre sept de leur ouvrage résume l'idée que l'endommagement est difficile à quantifier. On se heurte à ce problème lorsque l'on étudie le comportement d'un matériau, surtout lorsque l'on veut introduire cette notion de dégradation des propriétés mécaniques dans un modèle. La notion d'endommagement, intuitive du point de vue qualitatif est assez insaisissable quantitativement. Dans une vision physique, l'endommagement est la création de microfissures ou de microvides au sein de la matière. La mesure de leur surface ou de leur volume est une évaluation de l'endommagement mais, outre sa très grande difficulté pratique, elle ne permet pas de déduire simplement l'influence de l'endommagement sur la résistance du matériau [Lemaitre et Chaboche, 1978].

Nous présentons ici une revue de quelques méthodes d'identification de l'endommagement et de son évolution.

### 5.1. Méthodes d'auscultation

Les méthodes d'auscultation<sup>1</sup> consistent à “écouter” au sens large, les bruits émis par le corps sous sollicitation, ainsi que la réponse du matériau soumis à un signal particulier (lumière visible, ondes ultrasonores, rayons X, etc....), voire de mesure à distance.

#### 5.1.1. Observation au microscope

L'observation naturelle au microscope apporte des informations principalement qualitatives sur l'évolution et la nature de la fissuration. De plus elle ne peut pas être facilement réalisée au cours d'un chargement, et ne considère que la surface d'un échantillon ou, dans le cas d'un matériau plus ou moins translucide tel que le sel, une profondeur proche de la surface (il ne s'agit que d'une simple observation au microscope optique et non de la microscopie de transmission). Cette observation permet néanmoins de comprendre les mécanismes de déformation et la formation de vides (dislocations et glissement aux joints de grains pour le sel).

Pour mélanger les cartes des deux paquets d'un jeu de carte coupé, on peut utiliser la technique consistant à égrener simultanément chaque paquet avec le pouce afin d'intercaler les cartes sur un coin, puis à pousser un paquet vers l'autre de sorte que les cartes, à force, s'enchevêtrent. Si les paquets ne sont pas placés de manière à ce que les cartes soient parallèles, le mélange est difficile, des contraintes se développent sur la tranche des cartes où le déplacement est bloqué,

---

<sup>1</sup> On généralise ainsi le terme médical d'origine introduit par Laennec au début du 19<sup>ème</sup> siècle, qui consistait à écouter les bruits naturels du corps humain soit l'oreille accolée au corps du patient (auscultation immédiate) soit à l'aide d'un stéthoscope (auscultation médiate).



engendrant des flexions. Au contact de deux monocristaux soumis à un chargement, l'enchevêtrement des plans de glissement a peu de chance de se produire parfaitement et, à la manière du mélange du jeu de cartes, des contraintes se développent à la suite d'incompatibilité des déformations au contact de deux cristaux. Si la contrainte moyenne n'est pas assez élevée, des contraintes de traction peuvent se produire, et générer des décohésions et un développement des microfissures ou des microvides préexistants.

Pour le sel gemme, Stokes [1966] a constaté le blocage du glissement aux joints de grains et l'amorçage de fissures à l'intersection des bandes de glissement et des joints.

En périphérie du polycristal, on observe également au joint entre deux cristaux, le glissement d'un grain sur l'autre sous l'action d'un chargement déviatorique [Zaoui et al., 1993]. Une technique récemment employée à l'Ecole Polytechnique pour le sel gemme est la suivante : l'éprouvette de sel est marquée par un gravage de 0,6mm de pas, et un dépôt par évaporation à travers un masque de grille d'or de 150µm. Les observations sont effectuées après décharge complète de l'éprouvette (annulation de la contrainte déviatorique et de la pression de confinement), phase pendant laquelle déformations et fissuration peuvent intervenir. La contribution du glissement intergranulaire à la déformation totale atteint 10 µm sous 0,6% de déformation totale (720 µm) et 150 µm pour une déformation totale de 3% (3600 µm). La rupture intergranulaire se produit en particulier à partir de points triples qui sont des sites d'incompatibilité de déformation plastique et donc de concentration de contraintes. Après déformation, la plasticité est particulièrement marquée dans les zones à gros grains et reconnaissable aux ondulations de surface qu'elle provoque et à la fissure intergranulaire.

### 5.1.2. Auscultation ultrasonique

Les ultrasons sont des ondes matérielles dont la fréquence est supérieure à 30 kHz. Comme toutes les ondes acoustiques, leur propagation est perturbée par des discontinuités.

Le principe de l'auscultation ultrasonique consiste à émettre un signal ultrasonore sous forme d'impulsion (Dirac) et d'analyser sa propagation dans une éprouvette de laboratoire ou une structure en place. Les transducteurs piézo-électriques peuvent être en contact direct avec le matériau ou non. Cela dépend de l'amplitude des signaux émis, de l'atténuation du milieu et de la nature du matériel et du traitement utilisés. On s'intéresse au premier train d'onde mesuré, c'est à dire aux ondes de compression (ou ondes P), la dissociation des autres ondes enregistrées ensuite (de cisaillement, de surface, de réflexion ...) étant difficile en raison des multiples interférences. Les propriétés de biréfringence des ondes de cisaillement (ondes S) peuvent également être utilisées [Crampin, 1981]. D'autres méthodes de traitement des signaux sont en développement, par exemple l'analyse non linéaire par décomposition en série de Volterra d'un signal acoustique transmis à travers un matériau sollicité mécaniquement [Bazargan et Liu, 1992].

Les transducteurs piézo-électriques sont en général placés de part et d'autre de l'échantillon, selon des directions différentes des axes de chargement, tout en assurant le meilleur contact possible avec l'éprouvette, en utilisant éventuellement une pâte spéciale ("couplant"). Cette condition se dégrade lorsque l'échantillon est directement en contact avec les transducteurs et se déforme beaucoup (évolution en tonneau). Cette situation peut être évitée lorsque les transducteurs ne reposent pas directement sur l'échantillon. Un contact indirect (au travers d'un talon en acier par exemple) présente cependant l'inconvénient d'augmenter le temps de parcours des ondes, de même que leur amortissement et leurs réflexions sur les bords.

L'auscultation ultrasonique a été initialement utilisée pour comparer les échantillons de laboratoire avant essai. La propagation des ondes de compression est perturbée par la présence de fissures préexistantes, ainsi que par la composition minéralogique de la roche. La mesure de la **célérité des ondes P** varie sensiblement en fonction de la nature des impuretés, et ne peut donc pas de ce fait être considérée comme une grandeur intrinsèque directement liée aux caractéristiques rhéologiques (figure 46).

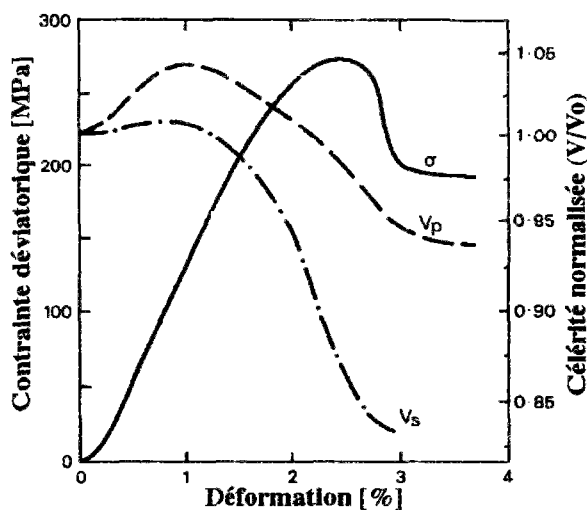
Minéral	Halite	Carbonates	Anhydrite	Argiles
Vitesse ondes P (m / s)	4000-4500	2000-3000	5000-6000	1500-2500

**Figure 46 :** Tableau donnant les ordres de grandeurs des vitesses des ondes de compression de quelques substances minérales rencontrées dans les roches salifères.

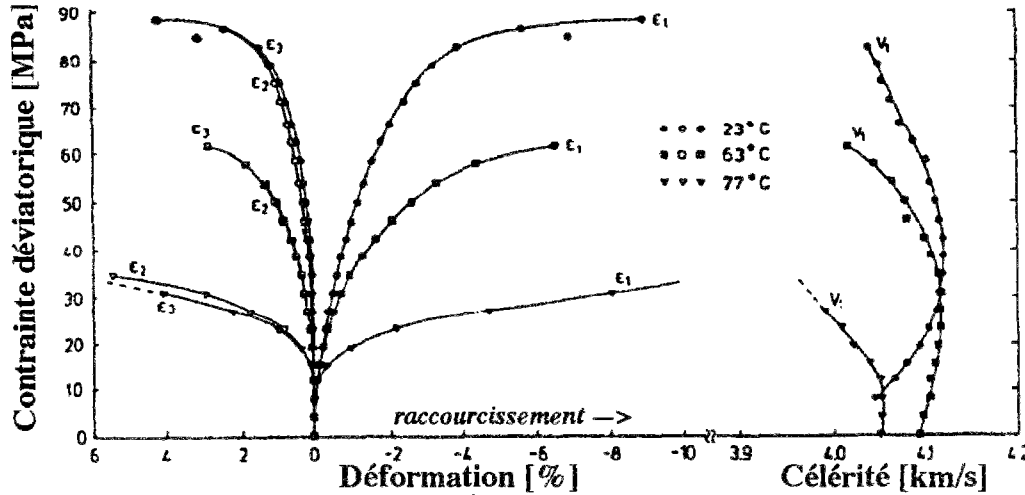
Les vitesses des ondes de compression et de cisaillement mesurées selon l'axe de chargement au cours d'un essai de compression ne varient pas de façon monotone (figure 47 sur du grès et figure 48 sur du sel gemme).

**Figure 47 :** Variation des vitesses des ondes de compression ( $V_p$ ) et de cisaillement ( $V_s$ ) sur du grès de Darley Dale sous 50MPa de pression de confinement et une vitesse de déformation axiale de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$  [Sammonds et al., 1989].

L'augmentation des vitesses correspondrait à la phase de serrage. La décroissance qui suit serait due à l'ouverture de nouvelles fissures principalement verticales. En effet, la propagation des ondes de compression est affectée surtout par des fissures perpendiculaires à la direction de propagation, tandis que celle des ondes de cisaillement l'est davantage par des fissures parallèles à la direction de propagation. La chute plus rapide de la vitesse des ondes de cisaillement que celle des ondes de compression serait ainsi liée à un développement principal de fissures parallèles à l'axe de chargement.



La vitesse des ondes de compression varie assez peu avec la température ou la contrainte déviatorique [Kern et Franke, 1984, p187], même lorsque le matériau est très déformé et manifeste une dilatance marquée. Les diminutions les plus significatives des célérités sont observées au-delà de la résistance maximum, alors que la rupture macroscopique est développée. De ce fait, les célérités des ultrasons renseignent tardivement sur le développement de l'endommagement.



**Figure 48 :** Courbe d'érouissage et variation de la vitesse des ondes de compression à différentes températures sur du sel gemme [Kern et Franke, 1981].

Essai réalisé sur un cube de sel d'Herfa (Allemagne) de 42 mm de côté. La contrainte de confinement est de 30 MPa, la vitesse de chargement de 0,31 MPa/min. La vitesse de propagation des ondes de compression, corrigée en fonction de la déformation de l'échantillon, est mesurée dans l'axe du chargement. Elle augmente pendant la phase de serrage (fermeture des micro fissures subsistant malgré le confinement), puis décroît lorsque commencent à se propager de nouvelles micro fissures. La décroissance de la célérité serait plus marquée lorsque la température est la plus élevée.

Les ondes de cisaillement (ondes S) sont aussi affectées par la présence de fissures. En particulier si le matériau présente une anisotropie due à la fissuration, elles sont sujettes à un phénomène de biréfringence : les ondes se découpent pour ne plus se reconstituer, en se propageant avec deux directions de polarisation orthogonales, l'une parallèle au plan de fissuration, l'autre perpendiculaire à ce plan [Crampin, 1981]. Cependant, ce phénomène est difficile à observer sur des échantillons de petites dimensions, car les ondes S se propagent plus lentement que les ondes P ( $v_S \approx 2400$  m/s,  $v_P \approx 4300$  m/s pour le sel gemme) et interfèrent avec les réflexions diverses générées par les ondes P. Les vitesses des ondes P et des ondes S sont liées aux propriétés des matériaux (module d'Young E, Coefficient de Poisson  $\nu$ , module de cisaillement G, coefficient de Lamé  $\lambda$ , masse volumique  $\rho$ ) :

$$v_P = \sqrt{\frac{E \cdot (1 - \nu)}{\rho \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}$$

$$v_S = \sqrt{\frac{E}{2 \cdot \rho \cdot (1 + \nu)}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (4)$$

$$\text{soit } \nu_d = \frac{1}{2} \frac{2 \left( \frac{v_S}{v_P} \right)^2 - 1}{\left( \frac{v_S}{v_P} \right)^2 - 1} \quad \text{et } E_d = \rho \cdot v_S^2 \frac{4 \left( \frac{v_S}{v_P} \right)^2 - 3}{\left( \frac{v_S}{v_P} \right)^2 - 1} \quad (4\text{bis})$$

Les paramètres élastiques dynamiques peuvent être ainsi déduits de mesures des vitesses des ondes élastiques, ce qui ne donne pas les mêmes valeurs que pour les essais quasi statiques, pour lesquels le module d'Young E est généralement plus faible. Nous verrons au chapitre suivant une analyse des résultats des différentes mesures sur le sel gemme des MDP.

Les mesures traditionnellement réalisées sont celles du temps de parcours, ainsi que celle de l'atténuation. La mesure du temps de parcours est plus simple que celle de l'atténuation. En effet, l'amplitude des signaux s'avère très sensible à la condition de contact "transducteur échantillon" (surface de contact, force sur le capteur,...). Cette méthode n'est pas limitée par une forme particulière de l'échantillon. Cependant un grand élanement de l'échantillon, bien qu'utile de point de vue de l'uniformité du champ de contrainte, favorise de multiples interférences, et complique la mesure de l'atténuation.

La principale difficulté est liée à l'amortissement des ondes dans les géomatériaux. En effet, des ondes de très petite longueur d'onde seraient idéales pour étudier des fissures de petites dimensions, mais elles s'amortissent car leur énergie est trop faible pour se propager de part et d'autre d'un échantillon de dimensions ordinaires. Dans la pratique, on est souvent contraint de travailler à des fréquences assez basses (0,2 à 1 MHz, avec les transducteurs actuels).

Comme nous venons de le voir, la célérité des ondes de compression varie assez peu au cours d'un essai menant à la rupture d'un géomatériau. C'est pourquoi la mesure de l'**atténuation** paraît d'une plus grande utilité pour évaluer l'endommagement. Le coefficient d'atténuation s'exprime en fonction de la longueur  $L$  du chemin parcouru par l'onde, des énergies  $E_1$  et  $E_2$ , respectivement avant et après le parcours :

$$\alpha = \frac{10}{L} \text{Log} \frac{E_1}{E_2} \quad (5)$$

La mesure de l'atténuation des ondes de compression et la fréquence de coupure (fréquence maximale transmise observée dans le spectre de fréquence) permettent d'identifier le seuil d'endommagement. Dans la pratique, on ne retient souvent que l'amplitude du signal transmis, au lieu du coefficient d'atténuation, car on suppose le signal source normé et l'on effectue une mesure comparative (figure 49).

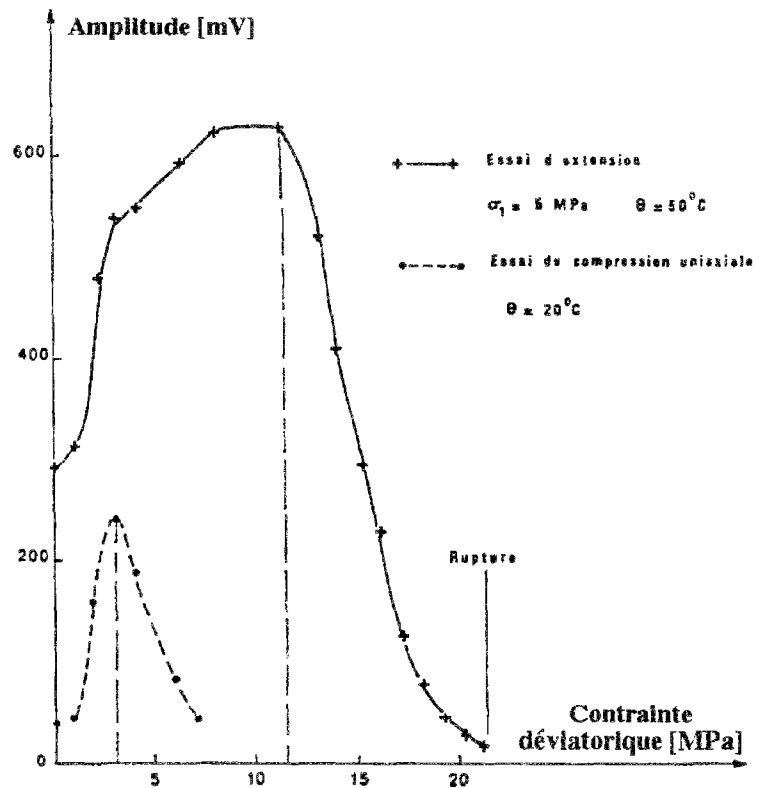
L'identification du seuil d'endommagement est plus aisée si les fissures ouvertes sont perpendiculaires à la direction de propagation des ondes. Pour un essai triaxial de compression (contrainte axiale supérieure à la contrainte de confinement), une mesure radiale serait préférable. Dans le cas d'un essai triaxial d'extension, une mesure axiale sera retenue. La densité de fissure est déduite des variations du coefficient de Poisson entre l'état initial et l'état actuel, ce qui suppose la connaissance de la vitesse des ondes de cisaillement, comme le suggère la formule (4bis).

Sur le sel gemme, l'auscultation ultrasonique a été utilisée dans le cas d'essais uniaxiaux et triaxiaux de révolution, des essais triaxiaux vrais et des expériences sur modèle réduit [Roest et Gramberg, 1984]. Des mesures d'atténuation au cours d'essais de compression triaxiale et d'essais de fluage ont aussi été réalisées [Ghoreychi, 1987].

**Figure 49 :** Amplitude d'un signal acoustique ultrasonore transmis en fonction du déviateur lors d'un essai de compression uniaxiale, et d'un essai d'extension [Ghoreychi, 1987].

Pour l'essai uniaxial, les capteurs sont positionnés selon le diamètre de l'échantillon, tandis que pour l'essai d'extension, ils sont de part et d'autre de la hauteur.

Le maximum d'amplitude, équivalent au maximum de l'atténuation, se produit pour un déviateur bien en deçà du déviateur pour lequel la rupture macroscopique intervient. Ce seuil peut caractériser le début de l'endommagement.



### 5.1.3. Emission acoustique

L'étude de l'émission acoustique consiste à "écouter" la roche : on enregistre au moyen de transducteurs piézo-électriques les bruits et microbruits (ondes acoustiques) émis au cours de la fissuration de la roche. On essaie de déterminer l'hypocentre des ondes captées.

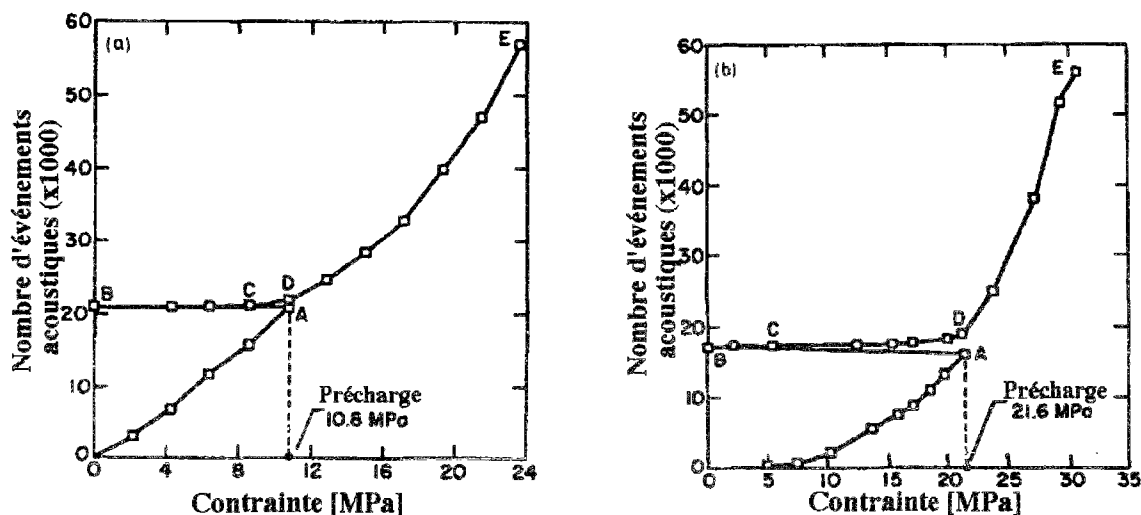
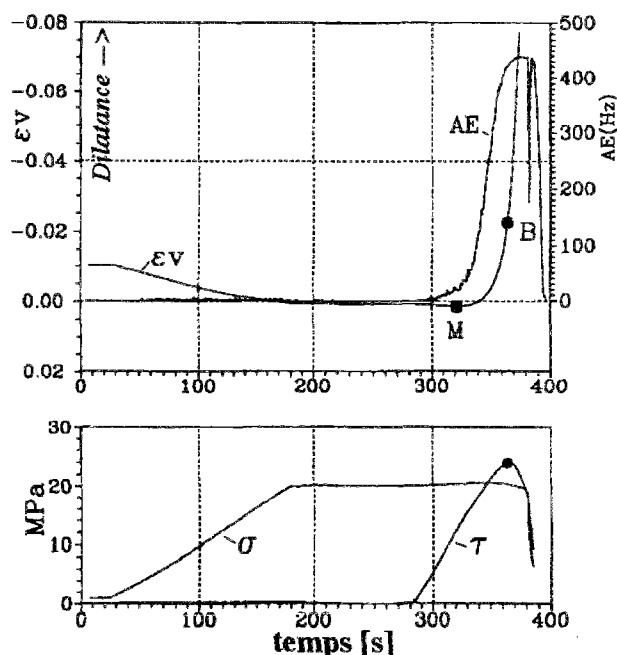
Cette méthode a été utilisée au laboratoire et in situ pour apprécier le seuil de sollicitation entraînant la microfissuration de géomatériaux, menant elle-même éventuellement à la rupture macroscopique (ruine de la structure).

La méthode d'émission acoustique ne présente de l'intérêt que si le seuil de microfissuration est décelé bien avant que la rupture macroscopique n'ait lieu. Ce n'est pas toujours le cas des géomatériaux, dont la fissuration peut être associée à des émissions acoustiques significatives seulement au voisinage de la résistance ultime; ou dans d'autres cas, des microbruits peuvent apparaître dès le début du chargement.

Des émissions acoustiques sont détectables lors de réactions chimiques dans des milieux aqueux, et en particulier lors de la dissolution du sel. On peut par cette méthode étudier les phénomènes de dissolution-recristallisation à une interface solide-liquide ("pressure solution") : dissolution sous fortes contraintes, recristallisation sous faibles contraintes. Les émissions sont beaucoup plus importantes dans le sel gemme que dans du sel monocristallin ou polycristallin artificiel [Hardy, 1988], en raison de la présence plus importante d'inclusions et d'impuretés diverses dans le sel gemme.

**Figure 50 :** Évolution au cours d'un essai triaxial sur le sel de Asse, de la fréquence de l'émission acoustique et de la déformation volumique avec l'état de contrainte [Hunsche, 1993].

La fréquence des émissions acoustiques (AE) est presque nulle lors du chargement hydrostatique, où seule la contrainte moyenne ( $\sigma$ ) augmente. Elle s'accroît légèrement avec l'application d'une contrainte déviatorique octaédrique ( $\tau$ ) tant que la déformation volumique ( $\epsilon_v$ ) est décroissante, puis fortement dès que le comportement est dilatant (au-delà du point M). Enfin, elle se stabilise autour du pic (B) des contraintes, puis décroît avec la décroissance de l'état de contrainte.



**Figure 51 :** Émissions acoustiques cumulées lors de chargement uniaxial sur du sel de potasse [Hardy, 1993]. Un cycle constitué d'une décharge (AB) puis d'une recharge (BCD) ne provoque presque pas de nouvelles émissions acoustiques.

Les déformations irréversibles du sel gemme sont associées à des émissions acoustiques, l'initiation de la dilatance entraînant une accélération du nombre d'émissions acoustiques. Deux résultats importants sont montrés sur les figures 50 et 51 :

- L'émission acoustique est inexistante au cours d'un chargement hydrostatique, et se développe au cours du chargement déviatorique. La fréquence des impulsions s'accroît notablement dès que le comportement devient dilatant [Hunsche, 1993].
- L'émission acoustique cesse lorsque le déviateur des contraintes est réduit, et reprend à la recharge pour une valeur proche de la contrainte d'écrouissage précédemment atteinte. L'absence d'émission acoustique pour une contrainte inférieure à la contrainte précédemment atteinte est appelée effet Kaiser [Hardy, 1993].

Une investigation plus élaborée concernant l'auscultation ultrasonique est envisageable par **tomographie**<sup>2</sup>, dont un exemple est donné sur du granite par Yukutate [1989]. En reconstituant des cartes de vitesse des ondes P selon deux plans perpendiculaires à l'axe de l'échantillon cylindrique, on met en évidence la présence d'une fissuration localisée débutant en surface de l'échantillon.

#### 5.1.4. Tomodensitométrie

La tomodensitométrie appelée "scanner" dans le domaine médical est une méthode de contrôle non destructif basée sur la mesure de l'atténuation de rayons X<sup>3</sup> qui est d'autant plus forte que l'échantillon balayé est dense. Si la densité radiologique a été reliée par un étalonnage préalable à l'état de compaction du matériau testé, les cartes de densités radiologiques enregistrées sur des sections de 3 mm d'épaisseur peuvent fournir, avec une résolution de  $0,7 \times 0,7 \times 3 \text{ mm}^3$ , des renseignements sur l'évolution de l'état de déformation d'un échantillon au cours d'un essai de compression [Tillard et al., 1991]. Raynaud et al. [1989] définissent le volume élémentaire de résolution, appelé "voxel", par les dimensions  $0,35 \text{ mm} \times 0,35 \text{ mm} \times 1 \text{ à } 5 \text{ mm}$ . L'évolution de ces techniques en plein essor permet peut-être aujourd'hui des résolutions encore plus fines.

Cette technique est utilisée en vue d'obtenir des images destinées à des comparaisons plutôt qualitative, sa résolution demeurant encore assez faible. Si elle est efficace pour l'auscultation du corps humain (dont la densité proche de 1 varie selon les organes de géométrie a priori connue), la tomodensitométrie s'applique plus difficilement aux roches dont les densités sont assez uniformes à l'échelle de la résolution.

De plus, l'auscultation aux rayons X ne peut se faire aujourd'hui que dans un "scanner", appareil destiné initialement à un usage médical. Le déchargement des éprouvettes est évité dès lors qu'une cellule triaxiale peut être introduite dans le scanner. Ce confort d'étude n'existait pas lors des premières auscultations au scanner. Cette méthode est aussi utilisée en mécanique des sols, notamment sur du sable dont la densité excède rarement 1,7.

En comparant la densité radiologique moyenne (que l'on peut relier à la densité après étalonnage) obtenue dans différentes coupes d'un échantillon cylindrique de sel gemme, Allemandou et Dusseault [1993] montrent que les éprouvettes sont plus endommagées au centre que sur les extrémités après un chargement déviatorique. Ce résultat corrobore des observations expérimentales montrant l'existence d'un cône très peu endommagé juste au contact des plateaux, délimité par une zone fortement endommagée.

---

<sup>2</sup> La tomographie permet d'obtenir une image nette d'un seul plan de coupe d'un corps, avec effacement des autres plans. Le procédé physique d'investigation peut être des rayons X, des ondes acoustiques etc....

<sup>3</sup> Onde électromagnétique de longueur d'onde inférieure à  $10 \text{ \AA}$ .

### 5.1.5. Stéréocomparaison

La stéréocomparaison est une méthode de mesure, sans contact, des grands déplacements et des grandes déformations d'un objet soumis à des déformations planes [Desrues, 1983].

La perception du relief par l'être humain n'est possible que grâce à l'existence d'une vision binoculaire et au traitement de l'image effectué par le cerveau. Ce sont les différences des signaux enregistrés par nos rétines qui sont interprétées comme un relief. On utilise en cartographie des photographies aériennes prises d'avion de deux points de vue différents (parallaxe spatiale), à partir desquelles il est possible de reconstituer le relief des zones survolées en procédant à une restitution stéréophotogrammétrique.

D'une manière analogue, au cours d'un essai biaxial, des clichés photographiques sont pris à des étapes de déformation différentes (parallaxe temporelle). La Stéréocomparaison de ces clichés, grâce aux déplacements de surface de l'éprouvette, fera apparaître un relief, totalement fictif bien sûr. Ainsi les fissures ont l'aspect de falaises, alors que les zones à faible gradient de déformation apparaissent planes.

Lors d'une restitution stéréophotogrammétrique, le champ de déplacement peut alors être mesuré entre un couple de clichés avec une précision d'environ 10  $\mu\text{m}$ , voire de 5  $\mu\text{m}$  environ sur négatifs [Torrenti et al., 1989, 1990], en tout point d'un semis de points (plus dense dans les zones à fort gradient) et le long des fissures ou des bandes de cisaillement. La partie déviatorique du champ de déformation peut ensuite être séparée de sa partie volumique et son caractère diffus peut être discerné de la localisation en bande de cisaillement ou de la fissuration [Tillard et al., 1991].

La stéréocomparaison a été développée avec succès pour la mesure de déplacements sur une surface plane [Butterfield et al., 1970; Bonneval, 1972; Beynet et al., 1977; Desrues, 1983]. Si l'on veut définir les déplacements tridimensionnels d'objets, on est conduit à procéder par stéréophotogrammétrie classique, à parallaxe spatiale, de façon à obtenir des couples de clichés représentatifs chacun d'un état tridimensionnel à un instant donné. On obtient ainsi les coordonnées spatiales d'un certain nombre de points, à des instants différents, dont on déduit l'évolution des déplacements au cours du temps. Cette méthode a déjà été utilisée pour mesurer l'écoulement des glaciers au cours du temps.

Nous nous sommes posé la question de la présence de déformations localisées au sein du sel gemme, et avons envisagé la mise en œuvre d'essais sur des plaques de sel gemme, en suivant l'exemple de Bénéïja [1992] qui a réalisé des essais en compression simple sur des plaques de béton. La complexité du montage en déformations planes (problème d'importants efforts supportés par une substance transparente), ou du traitement tridimensionnel dans le cas d'expériences en contraintes planes nous ont fait renoncer à la poursuite dans cette voie, à ce stade de l'étude.



### 5.1.6 Thermographie infrarouge

Lors de la déformation irréversible d'un matériau, une partie de l'énergie est dissipée sous forme de chaleur. La quantité d'énergie émise sous forme de rayonnement infrarouge est fonction de la température et de l'émissivité du matériau. L'énergie émise est d'autant plus forte que la température est élevée.

La mesure de thermographie infrarouge permet d'étudier les processus d'endommagement qui précèdent la propagation de fissure instable dans des éprouvettes en appliquant un chargement oligocyclique à une fréquence élevée de 100Hz par exemple [Luong, 1990, 1993]. En appliquant ce même type de chargement par intermittence sur une éprouvette cylindrique en compression uniaxiale, un seuil de fissuration peut être identifié en étudiant l'accélération du taux de génération de chaleur au point le plus chaud, tel que cela est proposé sur du sel gemme par Luong [1993].

## 5.2. Méthodes mécaniques

Les méthodes mécaniques incluent les mesures réalisées à même le matériau et modifiant le chargement mécanique, soit en faisant varier une pression ou un volume de fluide (perméabilité), soit en tenant compte des variations du trajet de chargement.

### 5.2.1. Mesure de la perméabilité

La mesure de la perméabilité d'un échantillon peut être reliée à l'évolution de la microfissuration de celui-ci. Si de nouvelles fissures s'ouvrent dans un géomatériau, et qu'il y a coalescence des vides, la perméabilité va s'accroître avec l'endommagement. La mesure de la perméabilité est donc très utile pour caractériser l'endommagement, mais des valeurs très faibles sont difficile à mesurer.

La perméabilité peut être évaluée par des mesures transitoires ou stationnaires de débit ou de pression ("pulse test"). Cependant, compte tenu de la très faible perméabilité du sel gemme (de l'ordre de  $10^{-5}$  mDarcy ( $10^{-20}$  m<sup>2</sup>) pour un matériau sain et  $10^{-1}$  mDarcy pour un matériau endommagé), il est difficilement envisageable d'entreprendre de telles mesures sur des échantillons habituellement utilisés lors des essais triaxiaux classiques. En effet si l'on applique la loi de Darcy, qui peut être sujette à caution dans les milieux très peu perméables :

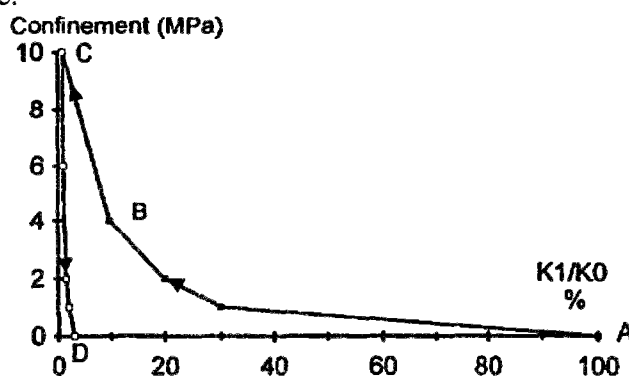
$$q = - S \frac{k_h}{\eta} \text{grad } P \quad (5)$$

où :  $q$  = débit volumique du fluide traversant une section  $S$  [m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>];  
 $k_h$  = perméabilité intrinsèque [m<sup>2</sup>];  
 $\eta$  = viscosité dynamique du fluide [Pa.s];  
 $\text{grad } P$  = gradient hydraulique [Pa.m<sup>-1</sup>];

à un échantillon de hauteur 100 mm, de diamètre  $\phi = 60$  mm, soumis à l'écoulement d'un fluide ayant la viscosité de l'eau ( $10^{-3}$  Pa.s) sous une pression de 1 MPa, l'écoulement théo-

rique de  $100 \text{ mm}^3$  de ce fluide au travers de la hauteur de l'échantillon de perméabilité  $10^{-20} \text{ m}^2$  nécessiterait un temps de 5 jours environ.

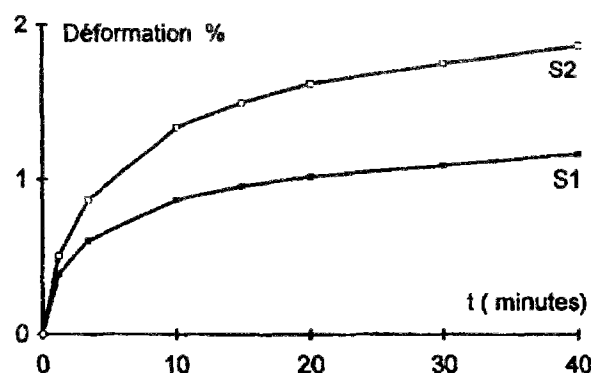
Pérami et al. [1993] ont effectué des mesures de perméabilité à l'air sur du sel gemme de Tersanne, ayant subi un traitement thermique afin d'accroître sa fissuration. Ils montrent (figure 52) qu'au cours du chargement hydrostatique, la perméabilité diminue considérablement (atteignant 10% de la valeur initiale sous 4 MPa de pression). Par ailleurs, une décharge hydrostatique successive à la charge montre une irréversibilité du comportement, puisque la perméabilité finale représente quelques pour-cent de la perméabilité initiale. Ces mesures nous informent sur le fait que la forme du réseau de microfissures a été modifiée au cours du chargement hydrostatique, au point de réduire les connexions du réseau. Il n'est cependant pas possible de conclure sur la fermeture des fissures, puisqu'aucune mesure de volume n'a été effectuée.



**Figure 52 :** Évolution de la perméabilité à l'air du sel gemme au cours d'un chargement hydrostatique [Pérami, Calleff, Espagne & Prince, 1993]. L'éprouvette de sel gemme a une perméabilité initiale (A) de  $200 \mu\text{Darcy}$  ( $2 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$ ). Sous 4 MPa de confinement (B), la perméabilité est réduite à 10% de la valeur initiale, et sous 10 MPa, de 1%. Après décharge (D), la perméabilité demeure très faible, ce qui signifie que la forme du réseau initial de microfissures a été modifié.

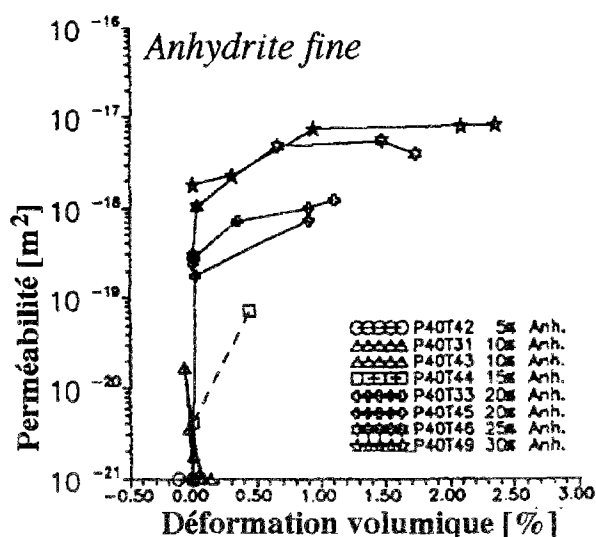
Ces mêmes auteurs montrent également que plus la perméabilité initiale est élevée, plus les déformations différées sont importantes (figure 53).

**Figure 53 :** Comparaison du fluage d'éprouvettes de sel gemme différemment microfissurées initialement [Pérami, Calleff, Espagne & Prince, 1993]. La perméabilité à l'air initiale était de  $3 \mu\text{Darcy}$  pour S1 et de  $12 \mu\text{Darcy}$  pour S2.



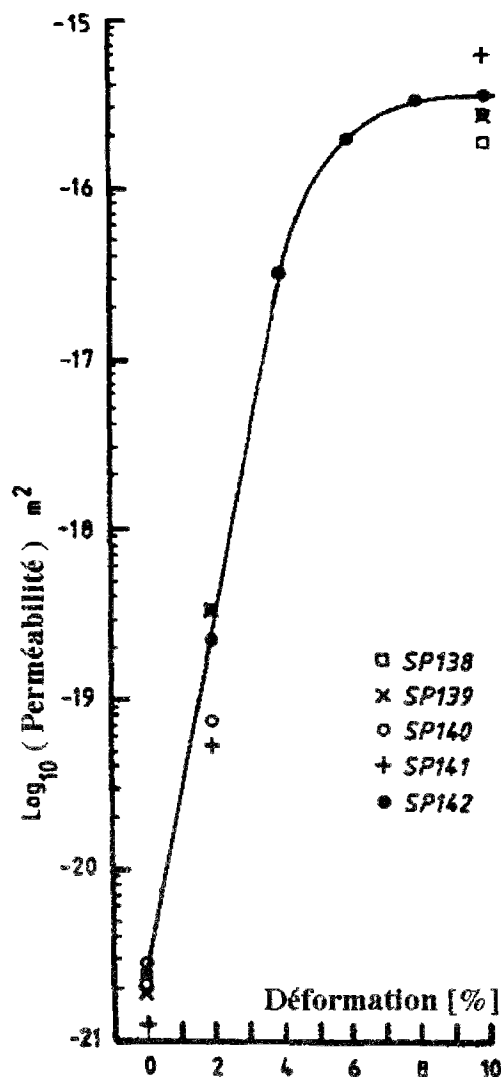
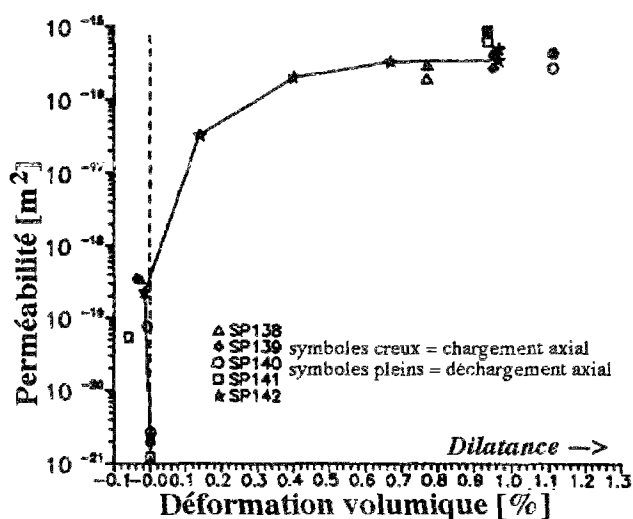
Au cours d'un essai d'écrouissage, la perméabilité peut varier de plusieurs ordres de grandeur, alors que les paramètres mécaniques varient généralement peu. Spiers et Peach [1989] donnent la variation de perméabilité au cours d'un essai d'écrouissage (figure 54) sous 5 MPa de confinement. La perméabilité augmente très rapidement, puis se stabilise. Ce résultat est également mis en évidence par Peach [1993] sur du sel artificiel contenant une fraction d'anhydrite variable (figure 55 et 56). On remarque que plus le sel est pur, plus faibles sont les variations de volume et de perméabilité.

**Figure 54 :** (à droite) Évolution de la perméabilité en fonction de la déformation déviatorique au cours d'essais d'écroutissage, [d'après Spiers & Peach, 1989]. La perméabilité à l'argon est mesurée sur du sel gemme d'Asse, déformé à une vitesse de déformation axiale de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , sous une pression de 5 MPa à une température de 20°C.



**Figure 55 :** Évolution de la perméabilité d'un sel artificiel avec la variation de volume au cours d'un essai d'écroutissage [d'après Peach, 1993].

Le sel artificiel testé contient de l'anhydrite dans des proportions variables. Le grain moyen du sel est de 300  $\mu\text{m}$  environ. Le chargement s'effectue à température constante (22°C), sous une pression de 20 MPa et à une vitesse de déformation de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . La perméabilité à l'argon est mesurable pour des valeurs supérieures à  $10^{-21} \text{ m}^2$ .



**Figure 56 :** Évolution de la perméabilité du sel gemme de Asse avec la variation de volume au cours d'un essai d'écroutissage [d'après Peach, 1991]. La déformation volumique ( $\Delta V/V_0$ ) se réfère au volume initial avant tout chargement. La dilatance est comptée positivement. La pression de confinement est de 5 MPa et la pression de fluide de 1,5 MPa.

Il convient de souligner que les résultats de ces essais montrent clairement une augmentation substantielle de la perméabilité du sel, sous l'effet d'une faible dilatance. Une augmentation de volume de 0,2% seulement entraîne une augmentation de perméabilité de quatre à cinq ordres de grandeur, la perméabilité atteignant  $10^{-16} \text{ m}^2$  (0,1 mDarcy). Ces valeurs se rapprochent de la perméabilité des formations géologiques considérées comme perméables par les hydrogéologues, telles que certains calcaires.

Un faible endommagement du sel gemme a donc une grande importance sur l'évolution de la perméabilité. Le sel faiblement endommagé, bien qu'il soit peu affaibli d'un point de vue mécanique ne peut assurer une parfaite étanchéité comparable à celle d'un milieu salifère sain.

Des variations de perméabilité in situ apparaissent lors du creusement d'un puits ou d'une galerie. Stormont et al. [1991] ont mesuré la perméabilité au gaz et à la saumure avant et après l'excavation d'un puits dans le sel gemme du WIPP. Les variations de perméabilité enregistrées permettent de déterminer autour du puits une zone perturbée (Disturbed Rock Zone) où le massif est endommagé (figure 57). Les principales variations de perméabilité et de pression à l'équilibre seraient contenues à moins de un rayon de la paroi du puits.

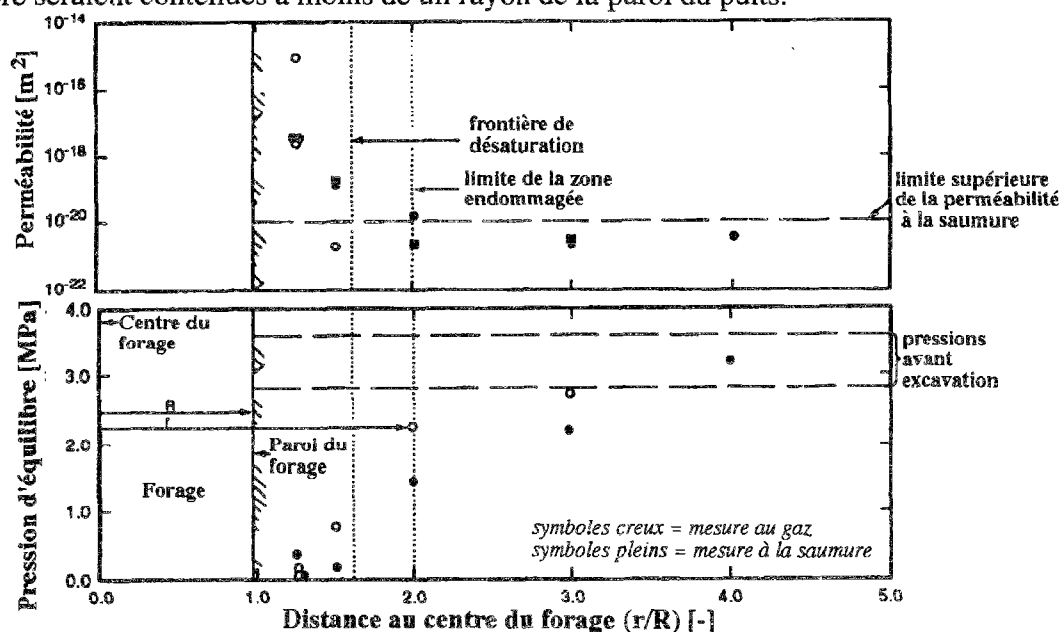


Figure 57 : Évolution de la perméabilité et de la pression d'équilibre après creusement à proximité d'un puits [Stormont, Howard et Daemen., 1991].

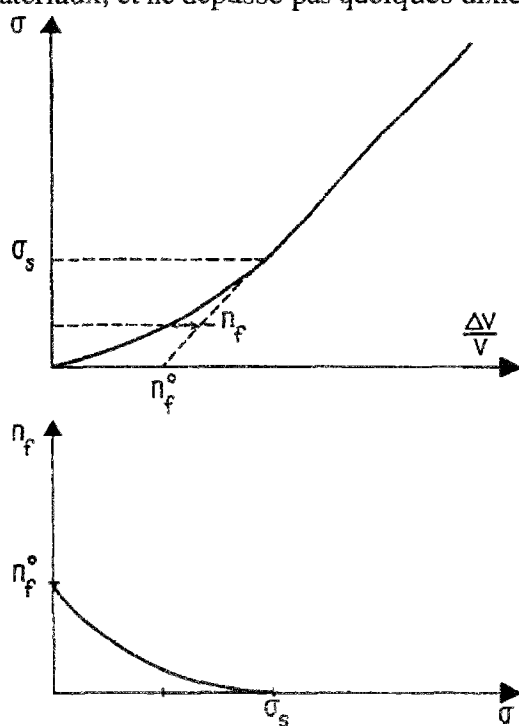
Le puits ( $\varnothing=96,5$  cm) a été creusé en huit heures. Les mesures de perméabilité se sont étendues sur 150 jours avant le creusement et 240 jours après. On constate que la perméabilité varie de plusieurs ordres de grandeur entre les mesures proches et éloignées du puits. La zone où le massif est endommagé se tient principalement dans l'espace compris entre la paroi du puits et une limite située à un rayon de la paroi. Cela témoigne d'une extension limitée de la zone endommagée autour des excavations souterraines.

### 5.2.2. Décharges quasi-statiques

Au cours des différents essais sur échantillon cylindrique (compression triaxiale, extension, fluage, relaxation) on peut décharger l'échantillon une ou plusieurs fois pour le soumettre à des essais non destructifs destinés à mesurer des paramètres susceptibles de caractériser l'état d'endommagement de l'échantillon. On peut réaliser par exemple :

- la mesure des **modules de charge** (module d'écrouissage) et de **décharge** (module d'Young) lors de chargement et de déchargement de l'échantillon par un faible déviateur de contrainte.
- la mise en contrainte hydrostatique (essai de compressibilité isotrope) permettant d'accéder en général au **module de compressibilité hydrostatique** et à la **porosité de fissures**.

La **porosité de fissures** peut être déterminée au laboratoire en effectuant un essai de compression hydrostatique sur un échantillon (figure 58). Elle excède rarement 1% pour les géomatériaux, et ne dépasse pas quelques dixièmes de pour-cent pour un sel sain.



**Figure 58** : Principe de la détermination de la porosité de fissures pour un essai de compression hydrostatique [Panet, 1976].

La courbe contrainte moyenne notée  $\sigma$  fonction de la déformation volumique (souvent identifiée à 3 fois la déformation axiale) des milieux élastiques fissurés est caractéristique : elle présente une concavité tournée vers le haut, puis, lorsque toutes les fissures sont reserrées, elle devient linéaire, le module de compressibilité  $K$  devenant alors égal à celui du milieu non fissuré.

L'intersection de la partie linéaire de la courbe avec l'axe des abscisses donne la valeur de la porosité de fissures initiales.

Remarque : la mesure uniaxiale de la déformation peut induire en erreur sur la variation de volume total au cas où il y ait une forte anisotropie de fissuration : résultat surestimé si nombre de fissures sont perpendiculaires à l'axe; résultat sous-estimé si les fissures sont majoritairement axiales.

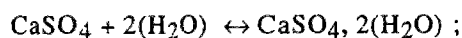
La porosité de fissures ne peut évidemment être mesurée que si le comportement au-delà de la limite de serrage est linéaire (sans aucune hystérésis liée à la plasticité ou à la viscosité). Cette condition est admissible pour du sel sain soumis à un état sphérique de contrainte; elle est discutable pour un sel endommagé dont le comportement mécanique n'est pas nécessairement caractérisé par une élasticité linéaire.

### 5.3. Déformations volumiques

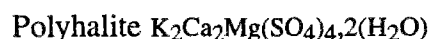
Sous chargement mécanique, les roches montrent des variations de volume. Ces variations ont des origines diverses : physico-chimique, thermique ou mécanique; ces trois effets étant éventuellement superposés.

Les variations de volume de nature **physico-chimiques** sont par exemple :

- le gonflement ou la dessiccation de certains minéraux argileux;
- le changement de phase par dissolution ou recristallisation sous l'effet de la contrainte, de la température ou par la présence "momentanée" d'eau . Par exemple, gypsification de l'anhydrite :



- la présence d'eau liée pouvant s'échapper sous certaines conditions de pression et de température. Dans certaines évaporites, par exemple :



Les variations de volume d'origine **thermique** (on parle de dilatation ou de contraction) suivent le coefficient de dilatation volumique de la roche ( $\alpha_v \approx 0,01\%/K$  pour le sel).

Les variations de volume d'origine **mécanique** sont liées à une sollicitation. Elles peuvent revêtir différentes natures :

- élastiques (échelle atomique et cristalline) : variation des espaces interatomiques;
- d'endommagement (échelle microscopique, intragranulaire et intergranulaire), entraînant des déformations volumiques parfois très importantes (jusqu'à plusieurs dizaines de pourcent) :
  - coalescence de microvides préexistants;
  - ouverture de fissures.
- plastiques purs ou viscoplastiques (échelle intragranulaire ou intergranulaire), pour lesquels les déformations volumiques sont très faibles ( $10^{-7}$  à  $10^{-6}$ ) :
  - dislocations en vis, en coin ou en boucle;
  - diffusion des grains et des atomes.

La **dilatance** dépend de la densité (contractance dans les sols lâches, dilatance dans les sols denses).

Dans une roche, l'augmentation de volume d'origine mécanique peut-être<sup>4</sup> due à la propagation de microfissures générées par des concentrations de contraintes aux extrémités des microfissures préexistantes (au sens de Griffith<sup>5</sup>). La diminution de volume est quant à elle principalement associée à la fermeture des microfissures (la déformation d'une matrice beaucoup moins rigide que les grains peut aussi intervenir dans ce sens).

Au laboratoire, on constate que la dilatance est prononcée lors d'essais uniaxiaux (plus de compression simple que lors de fluage uniaxial), mais peut être inexistante ou non perceptible lors d'essais triaxiaux à fort confinement. Par ailleurs, une roche à température élevée a un comportement moins dilatant qu'une roche à basse température. Ces indications générales sont applicables au sel gemme.

Parmi les essais classiques de laboratoire (compression triaxiale, extension, fluage et relaxation), la relaxation apporte peu d'information sur l'endommagement car la fissuration évolue a priori assez peu lors d'une décharge (même si la relaxation n'est pas à vrai dire une décharge).

Pour le sel, la manifestation d'une variation de volume au cours d'un **fluage stationnaire** n'est pas conforme à la loi de Norton, généralement admise pour ce matériau.

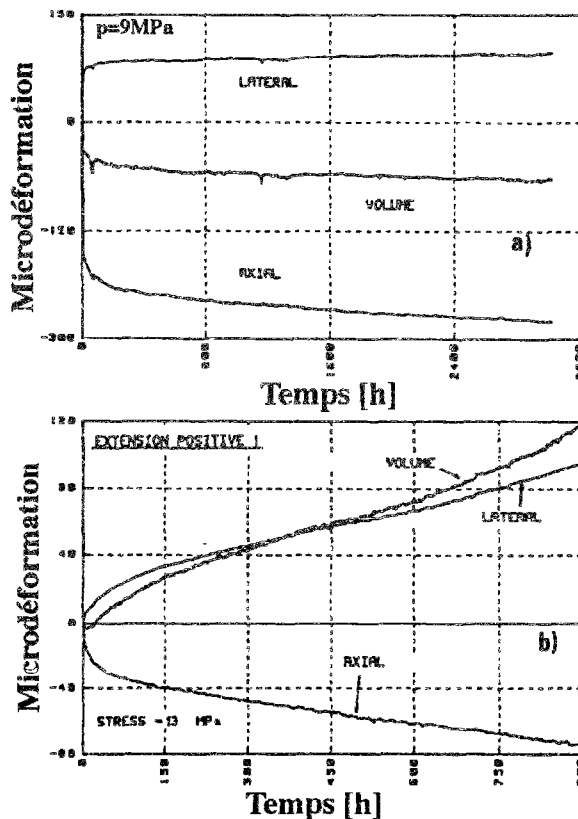
---

<sup>4</sup> Certaines roches plastiques ou viscoplastiques obéissant à une loi associée ou non changent de volume sans se fissurer (argiles suivant un critère de Cam-Clay par exemple).

<sup>5</sup> Le critère de rupture de Griffith postule que la rupture d'un matériau fragile est initiée par des ruptures en tension aux extrémités de microfissures préexistantes elliptiques aplaties conservant leur forme jusqu'au moment de la rupture.

Pérami et al. [1993] comparent la perméabilité, initialement identique, de deux échantillons de sel après des histoires de chargement différentes. Les deux éprouvettes suivent un chargement hydrostatique à 20MPa puis un chargement déviatorique de 35MPa. La première est déchargée et sa perméabilité n'indique aucune variation par rapport à l'état initial. La seconde subit un fluage pendant 40 minutes, provoquant une déformation de 4%. Après décharge, on constate que la perméabilité a augmenté de 300%. On en déduit que la fissuration nouvelle de la deuxième éprouvette est générée par le fluage primaire très court.

D'après Lajtai et Scott Duncan [1988], sous de faibles contraintes axiales, la potasse (roche composée essentiellement de KCl et de NaCl) a un comportement contractant au cours du fluage, associé à un fluage stationnaire (figure 59a). Sous de fortes contraintes, on observe par contre un comportement dilatant à long terme, avec apparition d'un fluage tertiaire (figure 59b).



**Figure 59:** Influence de la contrainte déviatorique sur les déformations lors d'un essai de fluage uniaxial sur de la potasse de Rocanville, Saskatchewan, Canada [Lajtai et Scott Duncan, 1988].

• a) Pour une faible contrainte axiale (9 MPa soit de l'ordre de la moitié de la résistance à la compression) on observe un fluage secondaire stationnaire et une déformation volumique uniquement contractante.

• b) Pour une forte contrainte axiale (13 MPa soit environ les 3/4 de la résistance à la compression), le fluage tertiaire est mis en évidence surtout sur les déformations transversales et volumiques. La déformation volumique est contractante au début de l'essai puis dilatante ensuite.

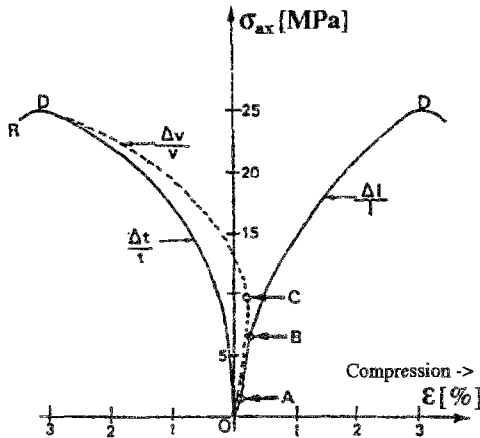
La déformation latérale est calculée d'après la mesure effectuée par une chaîne extensométrique circonférentielle située à mi-hauteur, et la déformation axiale est mesurée par un extensomètre axial accroché à l'échantillon sur 100 mm.

La déformation volumique est

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{ax} + 2.\varepsilon_{lat}$$

La déformation pendant un fluage triaxial sur du sel du Nouveau Mexique ne se ferait à volume constant que pour une **pression de confinement**  $\sigma_3 > 20,7$  MPa [Wawersik et Hannum, 1980]. Horseman et Passaris [1984, p 146] ont fait la même observation sur le sel d'Atwick. On n'oubliera cependant pas que les déformations volumiques présentées pour les essais de fluage sont incomplètes, car le chemin de contrainte entre l'état naturel et l'essai n'est pas considéré dans sa totalité. En effet, la phase de chargement jusqu'à la contrainte requise pour l'essai de fluage, provoque sans doute des déformations volumiques semblables à celles de l'essai de compression uniaxial.

Le comportement du sel gemme ou de la potasse lors d'un **essai de compression triaxiale** est très semblable à celui des autres roches : une phase contractante (serrage des fissures pré-existantes) est suivie d'une phase dilatante (figures 60 et 61). Ces résultats classiques ont cependant des interprétations légèrement différentes selon les auteurs, notamment sur les limites des différentes phases des courbes.



**Figure 60** : Essai de compression uniaxiale sur du sel de Bresse avec mesure de variation de déformations latérales [Bergues et al., 1987].

Chargement  $\dot{\sigma} = 0,1 \text{ MPa.s}^{-1}$ . La déformation radiale est mesurée par un capteur ancré de part et d'autre d'un diamètre de l'échantillon. Les déformations volumiques sont

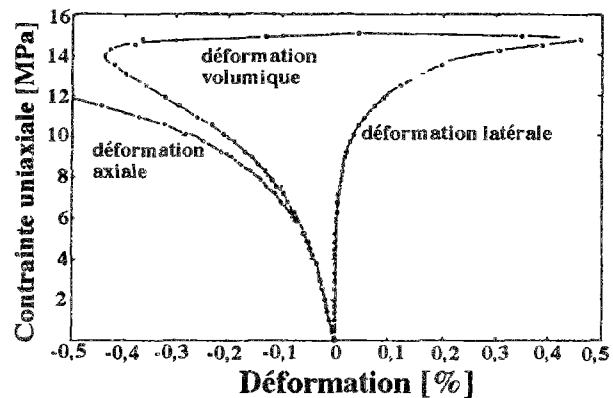
$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \cdot \frac{\Delta t}{t}$$

On distingue 5 phases :

- Serrage (OA) : fermeture des fissures ou compaction du sédiment argileux;
- Élasticité (AB);
- Dilatance (BC) avec fissuration se développant dans la direction  $\sigma_{\alpha\alpha}$ ;
- Foisonnement (CD) : fissuration intense, apparition de fissure parallèle à la direction  $\sigma_1$ ;
- Perte de résistance (DR) : jusqu'à la ruine du matériau.

**Figure 61** : Compression uniaxiale (potasse de Rocanville) [d'après Lajtai et Scott Duncan, 1988]. Chargement à vitesse de déformation contrôlée non précisée. La déformation axiale est mesurée par un extensomètre axial accroché à l'échantillon sur 100 mm. La déformation latérale est calculée d'après la mesure effectuée par une chaîne circonférentielle située à mi-hauteur. Le changement de tendance de la variation de volume (contractance à dilatance) serait causé par l'apparition de fissures parallèles à la direction du chargement. La déformation volumique est  $\epsilon_v = \epsilon_{ax} + 2 \cdot \epsilon_{lat}$ . On distingue :

- de 0 à 5 MPa : "élasticité";
- vers 5 MPa : transition entre les déformations "élastiques" et les déformations "ductiles";
- de 5 à 10 MPa : déformations "ductiles";
- de 10 à 14 MPa : développement de microfissure.



#### 5.4. Critères de rupture du sel gemme

L'écriture de critère de rupture n'est pas aisée et repose essentiellement sur des considérations empiriques. On peut néanmoins le définir pour un élément de volume comme le critère d'amorçage d'une microfissure [Lemaitre et Chaboche, 1985]. On peut utiliser la variable taux de restitution d'énergie élastique  $-Y$  représentant l'énergie élastique du matériau vierge équivalent :

$$-Y = \frac{1}{2} \underline{\underline{\epsilon}}^e : \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{\epsilon}}^e \quad (6)$$

Le critère consiste à postuler que l'amorçage d'une fissure macroscopique correspond à une valeur critique de ce matériau, intrinsèque à chaque matériau, de cette énergie. Celle-ci doit être



identifiée à l'énergie de décohésion de la matière (qui peut être évaluée par l'essai unidimensionnel de traction). On remarquera qu'un critère "énergétique" fait intervenir les déformations et la loi de comportement du matériau, ou les contraintes et les déformations.

S'agissant du sel gemme, dont le comportement viscoplastique est marqué, il est d'usage de distinguer la rupture à court terme (instantanée) de la rupture différée.

#### 5.4.1. Rupture à court terme

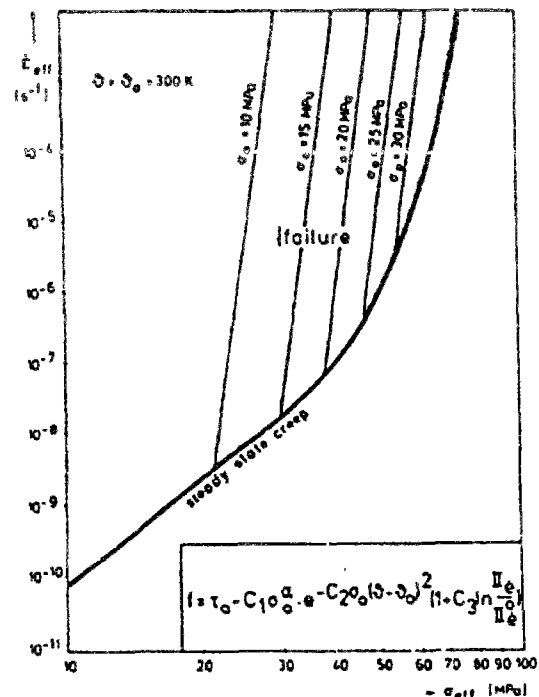
La rupture d'un matériau soumis à un chargement déviatorique coïncide avec la contrainte déviatorique maximale supportée, avant l'apparition de la phase radoucissante.

L'hypothèse d'un critère de rupture en contrainte (fonction notamment de la contrainte moyenne et du deuxième invariant du déviateur) est généralement adoptée, en particulier pour des ruptures à court terme. Certains auteurs font cependant intervenir la déformation dans le critère, soit sous forme intrinsèque [Preece et Foley 1983], soit par l'intermédiaire du deuxième invariant des vitesses de déformation [Wallner 1981 et 1984]. Le critère que propose ce dernier fait aussi intervenir la contrainte moyenne  $\sigma_m$ , ainsi que le second invariant du déviateur des contraintes  $J_2$  et la température  $T$ , trois paramètres influant sur le comportement du sel gemme :

$$f = \sqrt{\frac{2J_2}{3}} - C_1 \sigma_m (1 + C_3 \ln \frac{\dot{\epsilon}_{II}}{\dot{\epsilon}_{II}^0}) \cdot e^{-C_2 \sigma_m (T - T_0)^2} \quad (7)$$

$C_1, C_2, C_3$  sont des constantes et  $\epsilon_{II}$  le second invariant des déformations, lequel est dérivé par rapport au temps. Les variables indicées 0 se rapportent à l'état initial.

Sur la base d'essais d'écroutissage et de fluage, Wallner [1981a, 1981b] donne des résultats (figure 62) dans le plan  $(\log \frac{\partial \epsilon_{eff}}{\partial t}, \log |\sigma_{eq}|)$ , arguant que la rupture du sel ne dépend pas que des contraintes en jeu, mais aussi de la vitesse de déformation, et que plusieurs chemins de chargement de nature différente mèneraient au même point de rupture dans ce plan. Pour des vitesses de chargement inférieures à  $10^{-9} s^{-1}$ , il n'y aurait plus de rupture selon ce critère. Une telle vitesse de chargement est d'environ grandeur de la vitesse de fluage stationnaire classiquement observée au laboratoire.



**Figure 62 : Critère de rupture [Wallner 1981]**  
Ce critère est basé sur les variables état de contrainte, vitesse de déformation (et leurs invariants) et température.

Aubertin et al. [1987] citent le critère de Butcher, écrit avec la convention des compressions positives :

$$\begin{aligned} \sigma_{eq} &= a_1 + a_2 \quad \text{si} \quad \sigma_m < a_3 \\ \sigma_{eq} &= a_1 + a_2 - a_1 \left[ 1 - \frac{\sigma_m}{a_3} \right]^2 \quad \text{si} \quad \sigma_m \geq a_3 \end{aligned} \quad (8)$$

Wallner [1983] propose dans le plan {contrainte moyenne, contrainte octaédrique} une surface de rupture déterminée à l'essai triaxial axisymétrique sur du sel de Asse (figure 63) qui s'écrit sous la forme d'une loi de puissance.

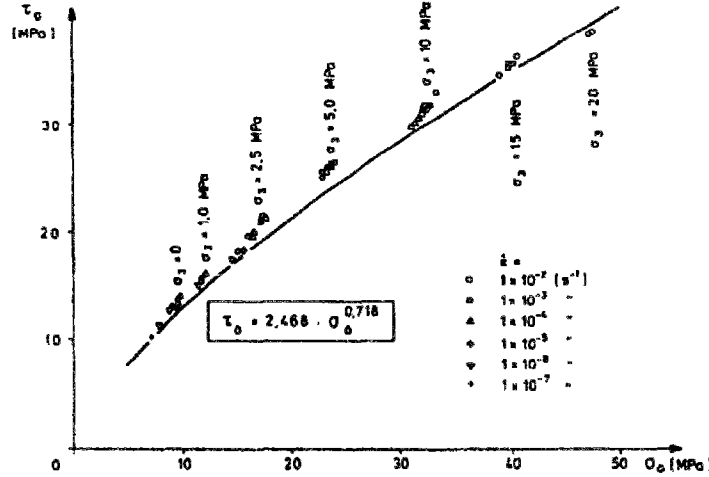


Figure 63 : Surface de rupture sur du sel de Asse [Wallner, 1983].

On remarque que les résultats correspondent à des essais de compression réalisés à des vitesses de chargement variant de  $10^{-2} \text{s}^{-1}$  à  $10^{-7} \text{s}^{-1}$ .

Hambley et al. [1989] se basent sur les résultats d'essais de Hunsche [1984] réalisés sur une presse triaxiale vraie pour examiner les différents critères possibles pouvant convenir pour caractériser la rupture du sel de Gorleben, obtenue selon des géométries de contraintes variées (paramètre de Lode égal à 1; 0; 0,3; -1). Il en résulte que le critère de Mohr-Coulomb généralisé est adapté pour décrire la rupture dans la partie linéaire des courbes du plan {contrainte moyenne; contrainte déviatorique} et que le critère de Yin et al. [1988] est recommandé pour décrire la partie non-linéaire. Le critère de Mohr-Coulomb s'écrit :

$$\sqrt{J_2} \cos \theta + \sqrt{\frac{J_2}{3}} \sin \theta \sin \phi - \frac{I_1}{3} \sin \phi - c \cos \phi = 0 \quad (9)$$

où  $c$  est la cohésion,  $\phi$  l'angle de friction interne et  $\theta$  l'angle de Lode.

Les résultats donnent :

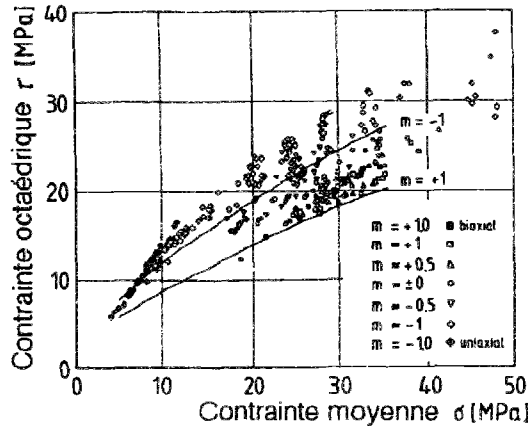
$$\begin{aligned} \sqrt{J_2} &= 4,845 + 0,375 I_1 \quad (\text{pour } m=-1) & \sqrt{J_2} &= 3,220 + 0,278 I_1 \quad (\text{pour } m=-0,3) \\ \sqrt{J_2} &= 2,262 + 0,266 I_1 \quad (\text{pour } m=0) & \sqrt{J_2} &= 1,584 + 0,247 I_1 \quad (\text{pour } m=1) \end{aligned}$$

Quant au critère de Yin et al., il s'exprime par :

$$I_2 = a + b I_1 I_3^{1/3} \quad (10)$$

Les valeurs numériques font l'objet d'un simple traitement statistique ( $a=434$  et  $b=0,5$ ).

Hunsche [1991] propose une équation conservative de rupture qui inclut, par un produit de trois fonctions, l'effet de la contrainte moyenne, de la géométrie des contraintes, et de la température (tableau de la figure 64).



Surface de rupture

$$\tau_B = f(\sigma) \cdot g(m) \cdot h(T)$$

avec :

$$f(\sigma) = b (\sigma/\sigma_*)^p$$

$$g(m) = 2k / [(1+k) + (1-k)J_m]$$

$$h(T) = \begin{cases} 1 & \text{for } 20^\circ\text{C} \leq T \leq 100^\circ\text{C} \\ 1 - c(T - 100^\circ\text{C}) & \text{for } 100^\circ\text{C} \leq T \leq 280^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$b = 2.7 \text{ MPa} \quad p = 0.65$$

$$k = 0.74 \quad \sigma_* = 1 \text{ MPa}$$

$$c = 0.002 \text{ K}^{-1}$$

Figure 64 : Surface de rupture déduite d'essais triaxiaux vrais [Hunsche, 1993].

$\tau_B$  est la contrainte octaédrique de rupture au pic.  $m$  est le paramètre de Lode.

Dans un plan déviatorique, Hunsche [1993] représente les surface de rupture pour différentes pression de confinement sur la base de résultats d'essai triaxiaux vrais permettant des trajets de chargement suivant des géométries de contrainte variées (figure 65).

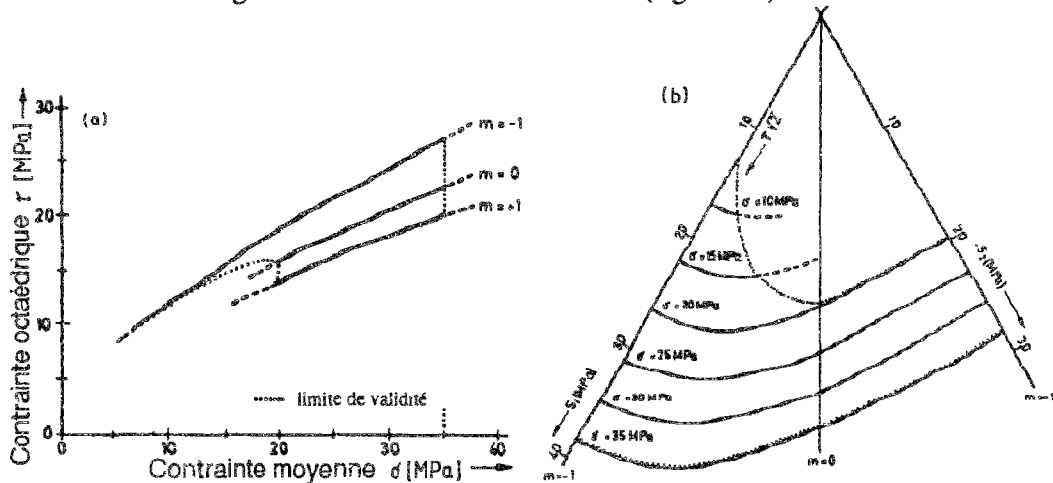


Figure 65 : Surface de rupture (a) dans le plan {contrainte moyenne; contrainte octaédrique} (b) dans le plan déviatorique déduite d'essais triaxiaux vrais [Hunsche, 1991].

$\tau$  est la contrainte octaédrique de rupture au pic.  $m$  est le paramètre de Lode.

Hunsche [1984] montre que la résistance au pic est affectée par la température. Plus la température est élevée, plus faible est la résistance maximale du sel gemme (figure 66).

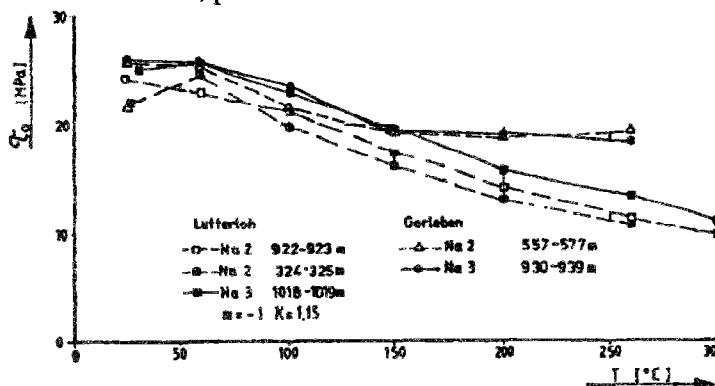


Figure 66 : Évolution de la contrainte de rupture avec la température [Hunsche, 1984].

Ces essais sont réalisés en compression triaxiale vraie sur du sel gemme allemand, à partir d'un état de contrainte moyenne de 25MPa. L'auteur précise que sous forte température, la détermination du maximum de déviateur est difficile en raison de la nature ductile de la rupture.

Pour les chargements réalisés, les figures 63 et 66 montrent que la vitesse de déformation a peu d'influence sur le critère de rupture en compression (ce qui est confirmé par la figure 62), et que l'augmentation de la température réduit modérément la résistance en compression.

D'autres critères de rupture classiques sont utilisés en mécanique des roches. L'expression du **critère de Griffith** est donnée par Jaeger et Cook [1963] et, avec la convention des compressions négatives, on a :

$$\begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3)^2 &= -8 T_0 (\sigma_1 - \sigma_3) \text{ si } \sigma_1 + 3 \sigma_3 < 0 \\ \sigma_3 &= T_0 \text{ si } \sigma_1 + 3 \sigma_3 > 0 \quad \text{avec } \sigma_1 < \sigma_3 \quad \text{et } T_0 = \text{résistance en traction} \end{aligned} \quad (7)$$

L'extension du **critère de Griffith** proposée par Murrell s'écrit :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 = -24 T_0 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (8)$$

et dans le cas de l'essai triaxial axisymétrique, il reste :

$$\sigma_d^2 = -4 T_0 \sigma_m \quad (8\text{bis})$$

La formule du **critère de Coulomb** utilisée par Jaeger et Cook [1963], s'exprime en fonction de l'angle de friction interne  $\phi$  et de la cohésion  $S_0$  :

$$\sigma_1 [(\mu^2 + 1)^{1/2} - \mu] - \sigma_3 [(\mu^2 + 1)^{1/2} + \mu] = -2 S_0 \quad \text{où } \mu = \text{tg}(\phi) \quad (9)$$

**Hoek et Brown** [1980] ont proposé un critère de rupture basé sur l'identification de la rupture par le pic des contraintes au cours d'un essai triaxial de compression, qui s'exprime dans le plan des contraintes principales majeure et mineure  $\{\sigma_3 ; \sigma_1\}$  sans tenir compte du mode de rupture. Ce critère s'exprime avec la convention des compressions positives. La première version, recommandée pour les roches intactes s'écrit :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + C_0 \sqrt{\frac{m \sigma_3}{C_0} + 1} \quad (10)$$

où  $C_0$  correspond à la résistance en compression simple.

la résistance en traction étant  $T_0 = \frac{C_0}{2} (m - \sqrt{m^2 + 4})$

Pour appliquer ce critère empirique à un massif rocheux, Hoek [1983] a apporté une modification :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + C_0 \sqrt{\frac{m \sigma_3}{C_0} + s} \quad (10\text{bis})$$

où  $s=1$  dans le cas d'un massif intact.

Résistance à la compression  $R_c = C_0 \sqrt{s}$        $T_0 = \frac{C_0}{2} (m - \sqrt{m^2 + 4s})$

Un autre critère empirique généralisant le critère de Hoek et Brown, consiste en une **loi de puissance** [Brook, 1993]. La relation entre les contraintes majeure et mineure déduites des essais triaxiaux s'écrit :

$$\sigma_1 = A C_0 \left[ \frac{\sigma_3}{C_0} + \frac{T_0}{C_0} \right]^n \quad \text{avec } R_c = A C_0 \left( \frac{T_0}{C_0} \right)^n \quad \text{et Résistance à la traction } R_t = -T_0$$

Brook recommande de prendre :  $A = \left( \frac{C_0}{T_0} \right)^n$ , ce qui réduit à trois le nombre de paramètres.

Roche	A	n	$T_0 / C_0$
Argile	3,9	0,50	0,1
Calcaire	4,2	0,62	0,1
Grès	5,2	0,61	0,067
Granite	5,2	0,55	0,05
Moyenne des roches	4	0,6	0,1

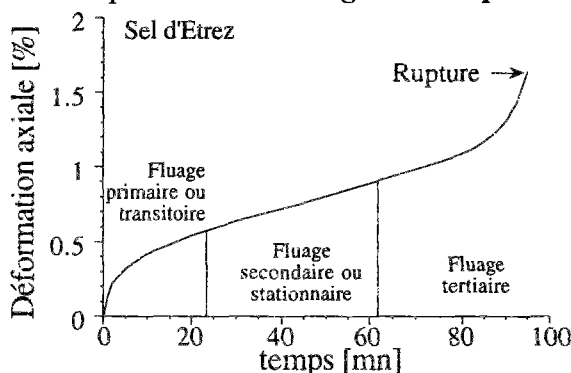
Figure 67 : Tableau des coefficients de la fonction loi de puissance pour essais triaxiaux de compression (d'après Brook [1993]).

### 5.4.2. Rupture par fluage

La rupture par fluage a été étudiée sur le sel gemme dans quelques rares études spécifiques [Rokahr et Staudtmeister, 1983; Nair et Singh, 1973]. Elle se manifeste après un début de fluage tertiaire (figure 67), correspondant à une accélération de la déformation macroscopique et faisant suite au fluage primaire ou transitoire (ralentissement de la déformation) et au fluage secondaire (vitesse de déformation constante).

Pendant un essai de fluage, l'intensité de la contrainte déviatorique qui conduit à la ruine de l'éprouvette peut être passablement plus faible que celle qui produit la rupture à court terme. Ce phénomène est appelé **fatigue statique** [Aubertin et al., 1987]. Le temps devient ici le facteur prépondérant qui contrôlera la rupture du matériau.

Le comportement au **fluage en compression** prend l'allure de la courbe de la figure 68.

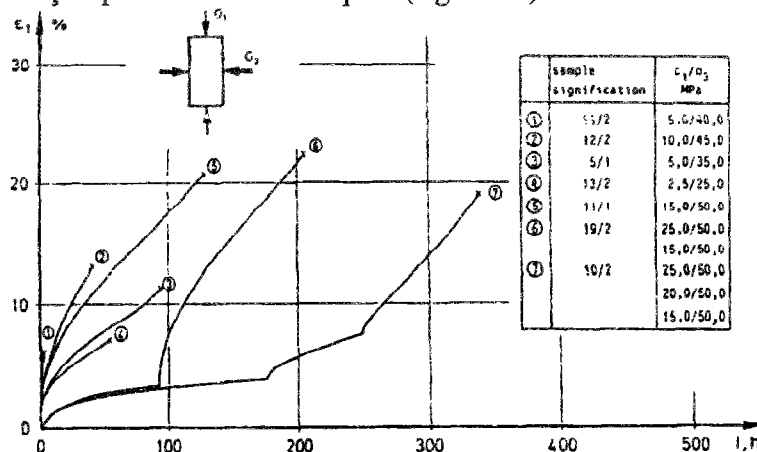


**Figure 68 :** Essai de fluage en compression simple [d'après Charpentier, 1983]

On observe les trois phases de fluage : primaire, secondaire et tertiaire s'achevant sur la rupture de l'échantillon.

La contrainte axiale est de 20 MPa.

Sur des éprouvettes de sel gemme soumises à un **fluage en extension** (ce qui rapproche davantage des essais réalisés en traction sur des métaux), on observe la phase tertiaire du fluage de façon plus ou moins marquée (figure 69).



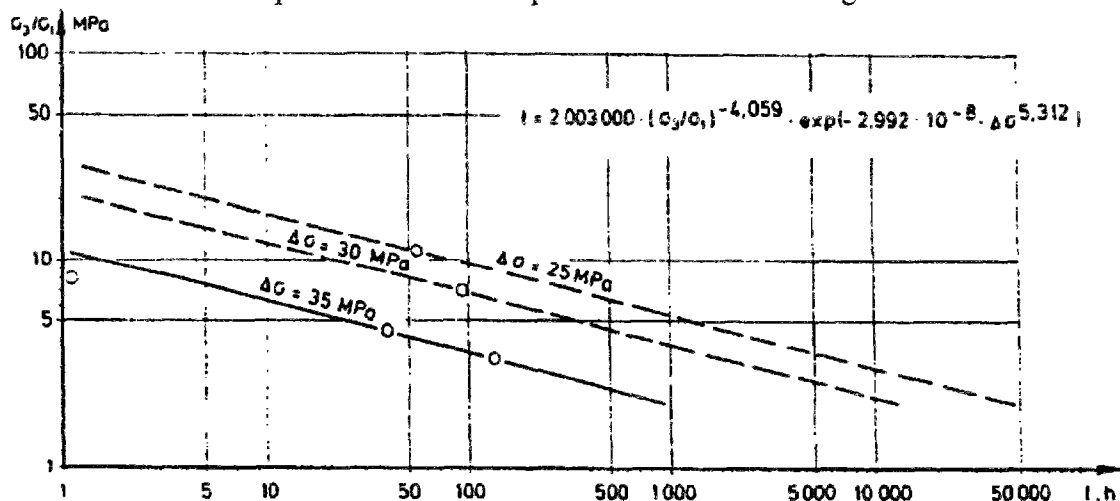
**Figure 69 :** Résultats d'essais de fluage en extension [Rokahr et Staudtmeister, 1983].

Sel provenant de Erslev (Allemagne). Pression de confinement  $\sigma_3$  et contrainte axiale sont indiquées pour chaque essai.

Les échantillons sont cylindriques, d'élancement 2 (diamètre 90 mm, hauteur 180 mm). La déformation axiale indiquée est une déformation logarithmique. La contrainte de confinement a une influence sur l'instant de la rupture et sur les déformations maximales atteintes.

La difficulté des essais en extension sur les géomatériaux réside dans l'inhomogénéité de ces derniers. En effet, la présence éventuelle d'impuretés (ou de joints entre les grains) peut induire des ruptures "rapides" liées aux caractéristiques mécaniques plus faibles de celles-ci.

Rokahr et Staudtmeister [1983], proposent une relation linéaire fonction du déviateur dans le plan ( $\log(\sigma_3/\sigma_1); \log(t)$ ), qui dépend de la nature du sel gemme (figure 70). On remarquera que la prédiction de l'instant auquel se produit la rupture d'un échantillon soumis au fluage est d'un intérêt limité quant à l'application à une structure, car dans celle-ci se produit également une relaxation des contraintes qui n'existe bien sûr pas dans un essai de fluage.



**Figure 70 :** Résultats d'essais de rupture par fluage [Rokahr et Staudtmeister 1983].  
Sel provenant de Erslev (Allemagne). Une formule donne, en fonction des paramètres de chargement, les temps de rupture déduits de ces expériences.

### 5.5. Conclusion sur les mesures de l'endommagement

Nous avons présenté plusieurs méthodes d'évaluation de l'endommagement. Certaines apportent des informations qualitatives (observation au microscope), d'autres ne donnent que des informations tardives (célérité des ondes acoustiques) ou demandent un dispositif expérimental lourd pour leur mise en œuvre sur des roches soumises à un fort chargement mécanique (stéréophotogrammétrie, tomодensitométrie). Pour caractériser l'endommagement du sel gemme, bien que ce soit une mesure indirecte, nous avons retenu la **mesure de variation de volume** pour trois raisons essentielles :

- la variation de volume du sel gemme sous chargement mécanique à température constante est attribuée à l'endommagement, car les principaux mécanismes de déformation du sel gemme sain n'entraînent pas de déformation volumique significative;
- la variation de volume procure une bonne corrélation avec l'émission acoustique et la variation de perméabilité, qui sont deux indicateurs d'endommagement efficaces;
- la mesure de variation de volume est une technique facile à mettre en œuvre au laboratoire pour des essais triaxiaux rapides ou longs, assurant une mesure en continu sous un chargement mécanique variable. Le volume de l'éprouvette à tout instant peut être calculé à partir de différentes méthodes de mesure (annexe I) : des jauges, des mesures extensométriques ou des mesures de volume global.

## 6. Quelques modèles d'endommagement

La théorie de l'endommagement décrit l'évolution entre le matériau vierge et l'amorçage de la fissure macroscopique. On distingue plusieurs types d'endommagement [Lemaitre et Chaboche, 1985] :

- l'endommagement plastique ductile qui accompagne les grandes déformations dans les métaux;
- l'endommagement viscoplastique, ou de fluage, qui accompagne les déformations viscoplastiques dans les métaux;
- l'endommagement de fatigue dû à la répétition des cycles de contrainte;
- l'endommagement fragile qui est provoqué par des sollicitations monotones pour les matériaux tels que la plupart des roches et le béton.

Concernant les roches, on distingue deux types d'endommagement fragile :

- élastique-fragile, pour lequel les déformations irréversibles, après décharge sont considérées comme négligeables; l'endommagement est donc responsable exclusivement de la modification des caractéristiques élastiques du matériau;
- plastique-fragile, pour lequel des déformations irréversibles permanentes apparaissent après chaque décharge, en plus de la modification des caractéristiques élastiques.

Deux approches se distinguent pour la modélisation :

- les modèles microscopiques sont intégrés sur l'élément de volume représentatif par des techniques mathématiques d'homogénéisation, liant les propriétés microscopiques au comportement macroscopique [Bui et Stolz, 1987];
- l'approche macroscopique pour la formulation des équations du problème : elle repose sur la théorie de l'endommagement du milieu continu homogène dans laquelle on considère quelques paramètres d'endommagement comme variables internes.

C'est sur l'approche macroscopique que notre attention s'est portée en particulier. Les modèles qui la suivent sont principalement de deux natures :

- ceux qui utilisent la variable  $D$  [Kachanov, 1958; Lemaitre et Chaboche, 1978, 1985; Krajcinovic et Lemaitre, 1987];
- ceux qui utilisent le formalisme de la plasticité avec une partition sur les déformations [Dragon et Mroz, 1979; Bazant, 1980; Abou-Ezzi, 1989], ou une partition sur les contraintes [Dougill, 1976, 1983; Cheng et Dusseault, 1993].

Des extensions récentes de ces théories ont été développées en s'appuyant sur la théorie de la localisation des déformations [Mazars et Bazant (eds), 1989], en conservant le concept de milieu continu [Billardon et Doghri, 1989; Desoyer et Leroux, 1994; Desoyer et Cormery, 1994], ou en se plaçant dans le cadre d'un milieu "non-local" [Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987, Pijaudier-Cabot, 1992]. Dans un milieu non-local, les grandeurs énergétiques (le taux de resti-

tution d'énergie, par exemple) sont définies non pas localement en tout point, mais sur un volume représentatif alentour particularisé par une longueur dite caractéristique. L'élasticité est traitée classiquement et l'endommagement en non-local. Cette approche présente des avantages quant à la mise en œuvre numérique du point de vue de la convergence du calcul numérique et de son insensibilité vis-à-vis du maillage.

### 6.1. Modèles utilisant la variable D

Ces modèles s'appuient sur les travaux de Kachanov et de Rabotnov concernant le fluage. Une variable particulière permet de décrire l'état du matériau : l'endommagement de rupture qui indique le degré de détérioration de la matière et sa perte de résistance. Contrairement aux variables de déformation qui décrivent les mouvements (réversible ou non), l'endommagement est lié à la création et à la propagation de micro décohésions (microfissures, microvides) qui diminuent la résistance du matériau et conduisent finalement à l'amorçage d'une rupture macroscopique.

La variable d'endommagement décrit globalement la présence de microdéfauts. Cette variable est nulle pour le matériau vierge ( $D=0$ ) et égale à une valeur critique à la rupture ( $D_c \leq 1$ ). Ces modèles sont utilisés pour les métaux, mais aussi pour le béton [Mazars et Pijaudier-Cabot, 1989]. On définit la contrainte équivalente  $\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}$  régnant au sein du matériau endommagé par :

$$\tilde{\underline{\underline{\sigma}}} = \frac{1}{1-D} \underline{\underline{\sigma}} \quad (11)$$

Le paramètre d'endommagement est un scalaire dans les cas les plus simples (étude unidimensionnelle), mais peut être généralisé à un tenseur. Une seconde hypothèse est l'équivalence des déformations entre le matériau sain et le matériau endommagé. La relation entre la contrainte et la déformation du matériau sain étant supposée connue :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = F(\underline{\underline{\sigma}}, t, \dots) \quad (12)$$

la même fonctionnelle est utilisée pour le matériau endommagé :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = F(\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}, t, \dots) \quad (13)$$

Lemaitre et Chaboche [1985] proposent une formulation thermodynamique où le potentiel thermodynamique "énergie libre" dépend de la variable d'endommagement  $D$ , en plus de la déformation élastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ , de la température  $T$  et des variables internes  $V_k$ , telles que les variables d'écrouissage. Le potentiel se découple en un potentiel thermoélastique endommageable  $\Psi_e$  et un potentiel plastique  $\Psi_p$  :

$$\Psi = \Psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, T, D) + \Psi_p(T, V_k) \quad (14)$$

Les différentes variables se déduisent par dérivation du potentiel multiplié par la masse volumique par rapport à la variable associée. Les hypothèses formulées sur le potentiel interagissent avec le choix de la loi de comportement et de l'évolution des paramètres.



Desoyer et Cormery [1994] ont proposé une variante du modèle à variable  $D$  scalaire, où tous les paramètres élastiques ne sont pas affectés par la même variable d'endommagement, mais seulement le module de cisaillement  $G$ , le module de compressibilité  $K$  demeurant constant. Ils montrent que la localisation des déformations peut se produire dans la phase d'écrouissage positive, tandis qu'avec le modèle classique, la localisation des déformations ne se produit que dans la phase radoucissante.

Notons enfin que l'hypothèse de l'endommagement isotrope décrit par une variable scalaire unique sur un matériau devenant anisotrope n'est pas satisfaisante car, dans le cas d'une traction simple, elle impose que le coefficient de Poisson demeure constant, ce qui ne semble pas être le cas expérimentalement [Nouailhas, 1982].

## 6.2. Modèles suivant le formalisme de la plasticité

Dans ce type de modèles, le matériau est considéré homogène et continu, et les théories générales de la Mécanique des Milieux Continus sont utilisées avec, éventuellement, de nouvelles hypothèses sur le comportement du matériau, qui servent à compléter les équations du problème et à déterminer l'évolution des nouveaux paramètres d'endommagement introduits.

### 6.2.1. Théorie de la plasticité avec écrouissage :

Dans la théorie de l'élastoplasticité en petites transformations, la vitesse de déformation  $\underline{\dot{\epsilon}}$  se compose de la partie élastique réversible  $\underline{\dot{\epsilon}}^e$ , récupérable après décharge, et de la partie plastique irréversible  $\underline{\dot{\epsilon}}^p$ , on a donc  $\underline{\dot{\epsilon}} = \underline{\dot{\epsilon}}^e + \underline{\dot{\epsilon}}^p$  (figure 71). La vitesse élastique s'exprime linéairement en fonction de la vitesse des contraintes  $\underline{\dot{\sigma}}$  par  $\underline{\dot{\epsilon}}^e = \underline{\underline{R}} : \underline{\dot{\sigma}}$  avec  $\underline{\underline{R}}$  étant le tenseur de compliances élastiques du quatrième ordre, qui est symétrique et défini positif.

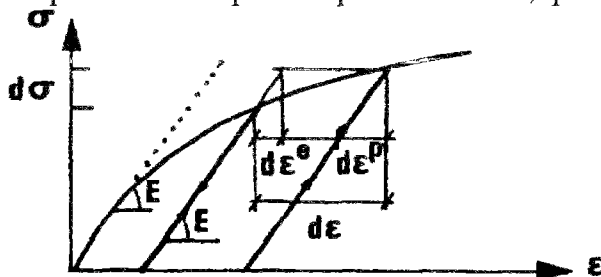


Figure 71 : Comportement élastoplastique en uniaxial.

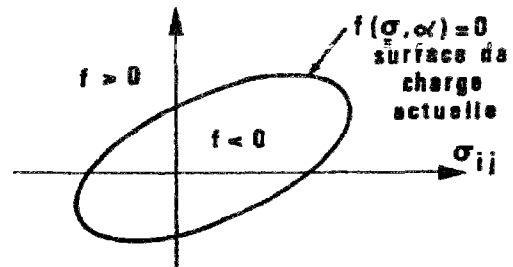


Figure 72 : Surface de charge  $f(\underline{\sigma}, \alpha) = 0$ , dans l'espace des contraintes pour  $\alpha$  donné.

On suppose l'existence d'une fonction de charge  $f(\underline{\sigma}, \alpha)$  qui définit dans l'espace des contraintes  $\underline{\sigma}$  pour une valeur donnée de  $\alpha$ , le domaine élastique  $f(\underline{\sigma}, \alpha) \leq 0$ , et la frontière de plasticité  $f(\underline{\sigma}, \alpha) = 0$  (figure 72). La forme et l'évolution de cette frontière dépendent de l'histoire du chargement (évolution des paramètres internes  $\alpha$ ).

On suppose aussi l'existence d'un potentiel scalaire régulier  $g(\underline{\sigma}, \alpha)$  tel que :

$$\underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^p = \lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (15)$$

$\lambda$  étant un multiplicateur scalaire non négatif. La vitesse plastique  $\underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^p$  est donc dirigée vers la normale extérieure à la surface équipotentielle. Dans le cas où le matériau est standard  $f \equiv g$ , et on a :

$$\underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^p = \lambda \cdot \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (15bis)$$

qui est la loi dont l'écoulement est associée.

D'autre part, il faut préciser les conditions de charge plastique et de décharge élastique :

- Un point matériel est en charge plastique si  $f(\sigma, \alpha) = 0$  et  $\dot{f}(\sigma, \alpha) = 0$ , et en décharge élastique si  $f(\sigma, \alpha) < 0$  ou ( $f(\sigma, \alpha) = 0$  et  $\dot{f}(\sigma, \alpha) < 0$ ).  $f(\sigma, \alpha) < 0$  signifie qu'on est à l'intérieur de la surface de charge, et n'importe quel incrément de contrainte induit une déformation élastique. Le multiplicateur  $\lambda$  est déterminé par la condition de consistance  $\dot{f}(\sigma, \alpha) < 0$  en étant sur la frontière de charge, donc on a :

$\lambda > 0$  si on a charge plastique, et

$\lambda = 0$  en décharge élastique.

$\lambda$  est fonction de la vitesse des contraintes  $\underline{\dot{\underline{\sigma}}}$  (écrouissage positif) ou de la vitesse des déformations  $\underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}$  (écrouissage quelconque).

Le paramètre d'écrouissage est une mesure de la déformation plastique ou de l'énergie plastique dissipée.

Pour plus de détails sur l'élastoplasticité, on peut se reporter à Halphen et Salençon [1987] par exemple.

Certains modèles élastoplastiques permettent de reproduire des comportements de matériau endommagés, et d'inclure en particulier la modélisation de la phase radoucissante. C'est le cas de celui proposé par Bérest et al. [1979], où les auteurs se sont attachés à reproduire le comportement contrainte-déformation, avant et après le pic de contrainte.

### 6.2.2. Partition sur les contraintes

Ce procédé consiste à écrire la vitesse de la contrainte totale comme la somme des vitesses de contraintes liées à l'élasticité et aux phénomènes irréversibles.

Dougill (1976) dans son modèle élastique-fragile, propose une surface seuil d'endommagement de la forme :

$$F(\underline{\underline{\varepsilon}}, H_k) = 0 \quad (16)$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  est le tenseur des déformations et  $H_k$  des variables internes décrivant l'histoire de l'endommagement, qui restent inchangées durant la décharge élastique et la recharge.

Les contraintes et les déformations sont reliées à tout instant par la loi de Hooke généralisée :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (17)$$

où  $\underline{\underline{S}}$  est le tenseur de rigidité actuel du matériau.

En considérant les vitesses, on aura :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + \underline{\underline{\dot{S}}} : \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\dot{\sigma}^{el}}} + \underline{\underline{\dot{\sigma}^{fr}}} \quad (18)$$

où :  $\underline{\underline{\dot{\sigma}^{el}}} = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$  est la composante élastique de  $\underline{\underline{\dot{\sigma}}}$  ;

et :  $\underline{\underline{\dot{\sigma}^{fr}}} = \underline{\underline{\dot{S}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$  est la composante d'endommagement de  $\underline{\underline{\dot{\sigma}}}$  .

Ces deux composantes du tenseur  $\underline{\underline{\dot{\sigma}}}$  apparaissent sur la figure 73 au centre (en uniaxial).

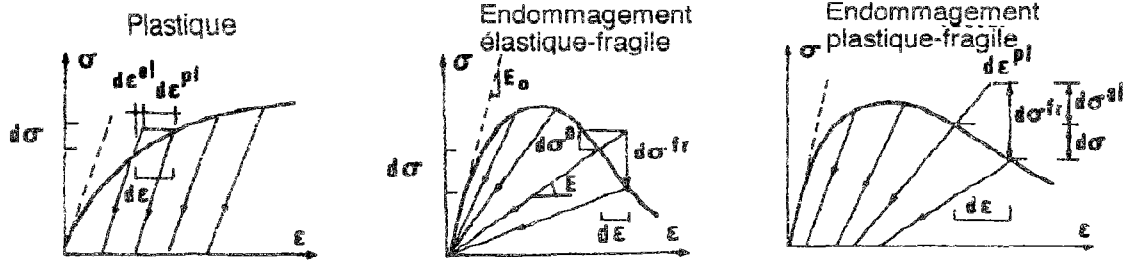


Figure 73 : Comportements caractéristiques [d'après Bazant, 1980]

Le choix de la fonction seuil d'endommagement implique que la charge endommageante ait lieu si :

$$F = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} > 0 \quad (19)$$

La décharge élastique a lieu si :

$$F < 0 \quad \text{ou} \quad (F = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} \leq 0) \quad (20)$$

La règle de normalité permet de déterminer  $\underline{\underline{\dot{\sigma}^{fr}}}$ , on a :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}^{fr}}} = \lambda \cdot \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (21)$$

La connaissance de  $\underline{\underline{\dot{\sigma}^{fr}}}$  ne nous permet pas de déterminer  $\underline{\underline{\dot{S}}}$ , en effet on dispose de la relation :

$$\underline{\underline{\dot{S}}} : \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\dot{\sigma}^{fr}}} \quad (22)$$

et si on suppose que  $\underline{\underline{\dot{S}}}$  est symétrique, on dispose de six équations à vingt et une inconnues, donc d'autres hypothèses sur le comportement doivent être prises pour résoudre ce système.

Dougill [1976, 1983] considère l'hypothèse de l'indépendance du chemin suivi en incrément de contrainte. Alors que Bazant [1980], qui suit la même démarche avec une fonction seuil d'endommagement dépendante des déformations, suppose que le tenseur de rigidité actuel initialement isotrope reste isotrope au cours de l'évolution de l'endommagement et se caractérise

par le module de cisaillement  $G$  et le module de compressibilité  $K$ , tous deux variables. Bazant [1980], associe aussi à l'endommagement la plasticité provoquée par le cisaillement (frottement interne) ; il introduit en plus une fonction de charge  $f(\underline{\sigma}, \alpha_k)$  pour la plasticité, huit paramètres caractéristiques du matériau sont alors nécessaires pour identifier les relations incrémentales reliant contraintes et déformations. Sur la figure 73, à droite, apparaît le couplage de l'endommagement et de la plasticité, dans le modèle de Bazant.

Cheng et Dusseault [1993] proposent que la distribution des microfissures soit décrite par une variable interne vectorielle  $\underline{D}$ , dont les composantes  $D_i$  sont égales à la densité locale des vides dans la direction  $n_i$ . Le potentiel d'énergie libre de Helmholtz  $\Psi$  s'écrit en fonction du tenseur des déformations linéarisées  $\underline{\varepsilon}$  et du vecteur  $\underline{D}$  voire de la masse fluide dans le cas d'un écoulement en milieu fracturé endommagé. Après vérification des principes thermodynamiques, la loi de comportement incrémentale s'exprime par :

$$\Delta \underline{\sigma} = K_1 \Delta \underline{\varepsilon} + K_2 \Delta \underline{D} \quad (23)$$

où  $K_1 = \rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}}$  est un tenseur d'ordre 4 et  $K_2 = \rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial D_m}$  est un tenseur d'ordre 3

De plus,  $\Delta \underline{D}$  dérive d'un potentiel de dissipation  $g(\underline{R}, \underline{D})$  où  $\underline{R}$  est la variable associée à  $\underline{D}$ .

### 6.2.3. Partition sur les déformations

Certains auteurs ont choisi de travailler sur des surfaces seuils d'endommagement en fonction des contraintes. Dragon et Mroz [1979], décomposent le taux des déformations  $\underline{\dot{\varepsilon}}$  en un taux élastique  $\underline{\dot{\varepsilon}}^0$  et un taux d'endommagement  $\underline{\dot{\varepsilon}}^f$ , on a pour le couplage Elasticité-Endommagement (figure 74) :

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{\dot{\varepsilon}}^0 + \underline{\dot{\varepsilon}}^f \quad (24)$$

La variable d'endommagement est tensorielle. Elle est définie par la moyenne d'un produit dyadique sur un volume représentatif de matière  $V^r$  :

$$\theta_{ij} = \frac{1}{V^r} \sum_{k=1}^m \int n_i^{(k)} b_j^{(k)} dS_{(k)} \quad (25)$$

où  $n_i^{(k)}$  est le vecteur unitaire normal à la surface de la fissure  $S_{(k)}$  et  $b_j^{(k)}$  est le vecteur de discontinuité du déplacement (ouverture de la fissure ou glissement) à la surface de la fissure. Ce paramètre est difficile à évaluer dans le cas général, mais si les fissures sont coplanaires,  $\underline{n}^{(k)} = \underline{n}(n_{1,0,0})$ , il ne demeure que trois composantes non nulles :

$\theta_{11} = n_1 b_1$  qui représente l'ouverture moyenne des fissures dans la direction normale à la surface de la fissure ;

$\theta_{12} = n_1 b_2$

$\theta_{13} = n_1 b_3$  sont les glissements moyens dans les directions 2 et 3 tangentes au plan de fissure.

Dans ce cas,  $\theta_{11}$  est également la contribution à la déformation volumique macroscopique due à la fissuration.

La surface seuil d'endommagement s'écrit  $F(\underline{\sigma}, \underline{\theta})$ ,  $\underline{\theta}$  étant la variable d'endommagement tensorielle :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^0 = \underline{\underline{A}} : \underline{\dot{\sigma}} \quad \text{et} \quad \underline{\dot{\varepsilon}}^f = \underline{\underline{B}} : \underline{\dot{\theta}} \quad (26)$$

d'où :

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{\underline{A}} : \underline{\dot{\sigma}} + \underline{\underline{B}} : \underline{\dot{\theta}} \quad (27)$$

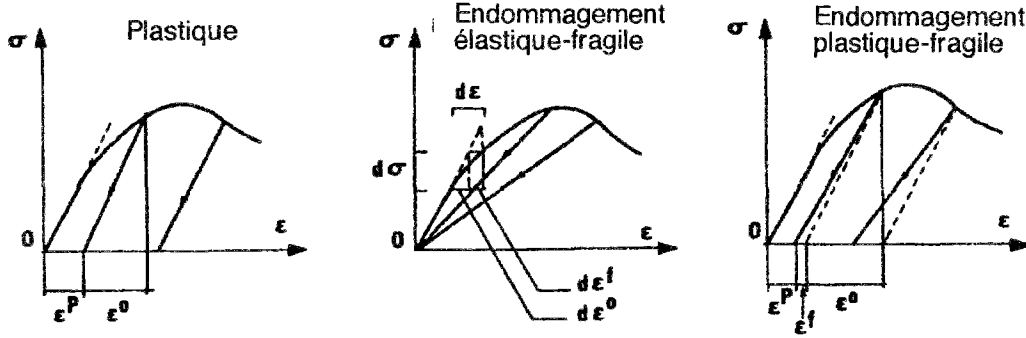


Figure 74 : Comportements caractéristiques dans le modèle de Dragon et Mroz [1979].

En considérant la loi de normalité associée pour  $\underline{\dot{\varepsilon}}^f$  et une hypothèse sur l'expression de l'énergie spécifique  $W(\sigma, \theta)$ , on peut déterminer les relations incrémentales de comportement ; on note que

$$\underline{\varepsilon} = \frac{\partial W(\sigma, \theta)}{\partial \sigma} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{A}} = \frac{\partial W^2(\sigma, \theta)}{\partial \sigma \partial \sigma} \quad ; \quad \underline{\underline{B}} = \frac{\partial W^2(\sigma, \theta)}{\partial \sigma \partial \theta} \quad (28)$$

Un couplage de l'endommagement avec la plasticité est aussi proposé dans Dragon et Mroz (1979) (figure 74, à droite), tel que :

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{\dot{\varepsilon}}^0 + \underline{\dot{\varepsilon}}^f + \underline{\dot{\varepsilon}}^p \quad (29)$$

où  $\underline{\dot{\varepsilon}}^p$  est la déformation permanente.

Les auteurs considèrent une seule surface de charge pour les deux phénomènes,  $F(\underline{\sigma}, \underline{\theta}, k)$  ou  $k$  est le paramètre d'écrouissage relatif à la plasticité, avec la loi de normalité associée pour  $\underline{\dot{\varepsilon}}^p$ . Dans leur application au béton, ils choisissent une fonction de charge dans le plan  $(I_1, \sqrt{J_2})$ .

### 6.3. Endommagement du sel gemme

Les modèles de comportement proposés pour le sel gemme s'attachent essentiellement à décrire l'aptitude au fluage de ce matériau. On citera la synthèse de Munson et Wawersik [1991] réalisée à l'occasion du congrès de la société internationale de mécanique des roches.

Wallner [1983] prend en compte les effets de la température et du comportement différé des roches salifères. Son modèle (à 14 paramètres), implanté dans le code ANSALT s'appuie sur une partition des déformations totales en somme des déformations élastiques, des déformations viscoplastiques (à déformation volumique nulle, faisant intervenir une fonction sinus hyperbolique) et des déformations de rupture dont l'évolution suit une loi normale sans écrouissage déterminée à partir de la surface de rupture.

Aubertin et al. [1991] proposent un modèle “viscoplastique unifié” nommé SUVIC comprenant des variables internes induisant un écrouissage isotrope et cinématique. Ce modèle est formulé pour de petites déformations pour des régimes d'écoulement soit semi-fragile à faible fissuration, soit ductile, c'est à dire sans tenir compte des déformations volumiques qui sont supposées nulles. Ce modèle comporte 16 constantes dont 12 sont à déterminer expérimentalement par des expériences de fluage ou de compression à vitesse de déformation axiale imposée, les autres étant des constantes de normalisation. Le modèle inclut des réglages possibles sur l'écrouissage isotrope et sur l'écrouissage cinématique. Les conditions d'utilisation pour le sel gemme sont pour des températures comprises entre 20°C et 200°C, des vitesses de chargement inférieures à  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et des pressions de confinement supérieures à 5MPa. Des développements complémentaires sont présentés par Aubertin et al. [1993b].

Une version de ce programme (SUVIC-D) a été développée pour modéliser le fluage tertiaire [Aubertin et al., 1993a, 1994], en s'appuyant sur le concept de la contrainte effective et de la variable D. Cette variable est scalaire et suit une évolution classique :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = A \left(1 - \frac{D}{D_c}\right)^{-k} \sigma^r \quad (30)$$

avec A, k, r et  $D_c$  constantes propres au matériau.

La constante k se détermine à partir d'essais de fluage où intervient le fluage tertiaire, en faisant l'hypothèse que la variable D dépend explicitement du temps.

Fossum et al. [1993] proposent un modèle d'endommagement de fluage en compression avec une partition sur les déformations, où la déformation irréversible est égale à la somme d'une déformation plastique et d'une déformation d'endommagement, correspondant respectivement aux mécanismes de mouvements de dislocation et aux mécanismes d'endommagement.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\partial \sigma_{eq}^c}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\epsilon}_{ij}^c + \frac{\partial \sigma_{eq}^d}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\epsilon}_{ij}^d \quad (31)$$

$\sigma_{eq}^c = |\sigma_1 - \sigma_3|$ ,  $\sigma_{eq}^d$  dépend des invariants des contraintes

$\dot{\epsilon}_{ij}^c$  se déduit de la réponse au fluage et dépend en particulier d'une variable d'endommagement

$\dot{\epsilon}_{ij}^d$  dépend de  $\sigma_{eq}^d$ , des caractéristiques du fluage et de la variable d'endommagement

la variable d'endommagement suit une loi d'évolution en vitesse dépendant de la variable elle-même et de  $\sigma_{eq}^d$

Cristescu a développé une loi de comportement élastoviscoplastique pour la modélisation du comportement des sables [1991a], et des roches avec application au sel gemme [1989]. Initialement basée sur une loi associée [Cristescu, 1985], le modèle a été développé en introduisant la non-associativité [Cristescu, 1989, 1993a, 1993b, Cristescu et Hunsche, 1991a, 1991b], puis en séparant le comportement transitoire du comportement stationnaire dans le cas du fluage [Cristescu et Hunsche, 1993]. Ce modèle utilise comme variable d'écrouissage la dissipation volumique (ou travail volumique irréversible), calculée comme l'intégrale de la puissance vo-

luminique irréversible  $w_{vt}^{irr}$ , par rapport au chargement initial. L'équation constitutive décrit la vitesse de déformation totale comme la somme de la vitesse de déformation élastique (deux premiers termes), de la vitesse de déformation transitoire (troisième terme) et de la déformation stationnaire (dernier terme) :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \frac{\underline{\underline{\dot{\sigma}}}}{2G} + \left( \frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right) \text{tr}(\underline{\underline{\dot{\sigma}}}) \underline{\underline{1}} + k_t \left\langle 1 - \frac{w_{vt}^{irr}}{H(\underline{\underline{\sigma}})} \right\rangle \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + k_s \frac{\partial S}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (32)$$

où F et H sont des fonctions exclusives de la contrainte moyenne et de la contrainte équivalente de Von Mises.

Bien que Hunsche [1993] ait montré une influence de l'orientation des contraintes principales sur la surface de rupture en compression et en extension, Cristescu [1993a, 1993b], ne différencie pas dans le modèle qu'il propose la compression de l'extension.

D'autres modèles se font forts de reproduire le comportement à court terme en tenant compte des déformations volumiques non nulles. Senseny et al. [1983] propose une loi non-associée avec un écrouissage isotrope et une surface de charge et un potentiel plastique de type Mohr-Coulomb et Drucker-Prager, la variable d'écrouissage étant la distorsion plastique.

Stormont et al., [1992] utilisent un critère hiérarchique de Desai [1989], qui permet de tenir compte de l'influence d'un troisième invariant des contraintes, tant dans la surface de charge que dans le potentiel plastique. Cette possibilité offerte dans le modèle n'est pas prise en compte car les auteurs supposent finalement identiques le comportement en compression et en extension. Le paramètre d'écrouissage est également une fonction de la distorsion plastique.

#### 6.4. Conclusion sur la modélisation de l'endommagement

Les modèles d'endommagement s'inspirent de plusieurs écoles de pensée. Certaines sont ancrées sur le formalisme de plasticité, d'autres sur la notion de contrainte effective (au sens de l'endommagement D), voire sur une combinaison des deux. Les modèles en développement aujourd'hui s'orientent vers l'étude de la localisation des déformations dans les géomatériaux, ouvrant les discussions sur l'apparition de déformations localisées avant ou après le pic des contraintes (violation du critère de positivité du travail de second ordre antérieur ou postérieur au critère de localisation).

Concernant le sel gemme, il n'y a pas de modèle d'endommagement spécifique, la plupart des modèles s'étant développés pour traduire le comportement différé. Peu de modèles prennent en compte la possibilité de déformations volumiques non nulles, permettant de prédire l'éventuelle apparition de la dilatance.

Par ailleurs, l'endommagement et la rupture sont souvent confondus et on s'attache essentiellement à la rupture macroscopique au sens de la résistance à long terme. Cette notion est généralisée sans aucune limitation du domaine de contrainte moyenne ou du trajet de chargement (pas de distinction entre compression et extension).

## **7. Conclusions**

L'endommagement se manifeste par l'apparition de microfissures et coalescence des vides. Il est donc accompagné généralement d'une augmentation de volume. Ce phénomène peut être considéré comme un indicateur efficace de l'endommagement dans le cas du sel gemme puisque les mécanismes de déformation responsables de la plasticité et de la viscoplasticité de ce matériau n'engendrent aucune variation de volume significative. Une faible dilatance du sel gemme peut donc être attribuée à une microfissuration et aboutir à une augmentation notable de la perméabilité, l'étanchéité initiale du sel sain étant alors considérablement réduite. La dilatance montre également une bonne corrélation avec l'émission acoustique.

Aussi retiendrons nous désormais la variation de volume en tant que facteur caractérisant l'initiation et l'évolution de l'endommagement du sel gemme, et ce tant dans les études expérimentales que dans les investigations théoriques devant aboutir à une loi de comportement du sel gemme endommagé.

En effet, nous pensons que la résistance maximum intervenant dans la plupart des autres critères de rupture renseigne tardivement sur la fissuration; son utilisation dans le calcul d'ouvrages souterrains peut donc entraîner une appréciation trop optimiste de leur évolution à long terme. Les critères de rupture à court terme du sel gemme sont très peu dépendants de la vitesse de déformation appliquée, et l'augmentation de la température provoque une diminution modérée de la contrainte maximale en compression.

Les mécanismes de déformation d'un sel endommagé se distinguent nettement de ceux d'un sel intact par le rôle primordial de la contrainte moyenne, paramètre qui n'affecte pas la déformation du sel sain quel que soit le mécanisme de déformation qui le régit (dislocation, diffusion, solution-précipitation).

Quant à la loi d'évolution de l'endommagement du sel gemme, aucun modèle complet permettant de faire une distinction entre la rupture et l'endommagement et de rendre compte de l'influence du trajet de chargement (compression, extension, traction,...) n'existe à notre connaissance à ce jour.

Nous verrons plus loin, quel concept parmi les différentes modélisations de l'endommagement rappelées en fin de chapitre s'avérera davantage justifié dans le cas particulier du sel gemme.



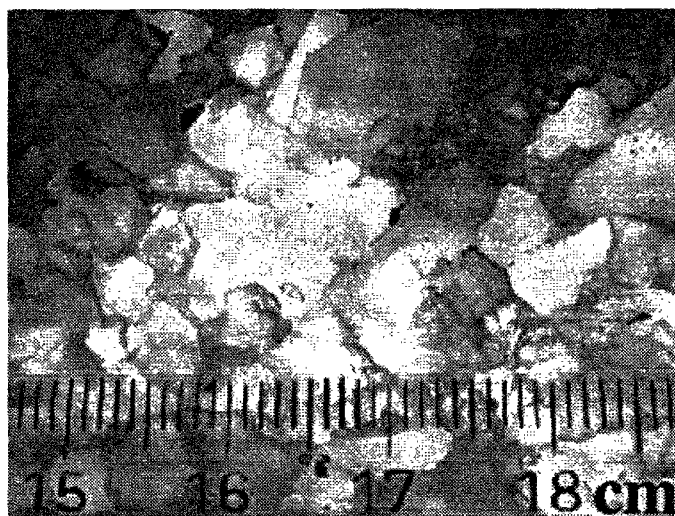






# Chapitre B

## Endommagement du sel gemme au laboratoire



Photographie d'une coupe de sel gemme des MDPA du banc S1.

**Résumé :** Le chapitre précédent a montré l'intérêt des mesures de variation de volume pour identifier l'endommagement. Au cours des essais de compression et d'extension sur du sel gemme, la déformation volumique mesurée sert d'indicateur d'endommagement. Nous décrivons les chemins de contraintes offerts par les chargements déviatoriques de compression et d'extension axisymétriques et les conditions d'essai. Puis, après l'écriture des équations utiles à l'interprétation des essais, nous présentons les résultats : le chargement hydrostatique et les phases déviatoriques renseignent sur la rhéologie du matériau, et sur la détérioration du sel gemme consécutive au chargement déviatorique. L'évolution des paramètres élastiques est souvent admise dans les modèles d'endommagement; c'est pourquoi une analyse des paramètres élastiques et de leurs méthodes de mesure est proposée. Quelques résultats d'essais sont ensuite présentés dans l'esprit des grandes déformations, et par ailleurs en cherchant les paramètres caractérisant le mieux l'évolution des points caractéristiques (limite de linéarité et pic des contraintes) déduits des essais : déformations, travail volumique et contraintes.

## 1. Introduction

Au laboratoire, on envisage principalement quatre genres d'essai sur les géomatériaux :

- Les **essais sur modèles réduits** (tube épais par exemple), visant essentiellement la prise en compte de l'effet de structure. Les champs de contrainte et de déformation ne sont pas nécessairement homogènes dans l'échantillon. On se tourne avec intérêt vers ces expériences dans le cas d'une étude de structure, ce qui n'est pas le cas du présent travail.

- L'**essai triaxial vrai** exige un montage expérimental lourd et onéreux dont la maîtrise dans le domaine du comportement dans la phase d'endommagement des géomatériaux est délicate (trois asservissements hydrauliques devant fonctionner de façon indépendante au cours d'une propagation rapide des fissures). Le comportement sur les arêtes de l'éprouvette cubique pose également des problèmes d'interprétation surtout sous l'effet de grandes déformations. Cet essai est réalisé sur le sel pour tester différents trajets de chargement [Hunsche, 1993]. Le triaxial vrai nous paraît utile au stade final d'une étude afin, par exemple, de généraliser à trois dimensions une loi de comportement. Il est également intéressant d'utiliser ce dispositif comme modèle réduit pour tester par exemple le comportement d'un géomatériau sous chargement lors du creusement d'un forage de petites dimensions (Gramberg et Roest [1984] sur le sel gemme; Henry et al.[1993] sur de l'argilite et du grès).

- L'**essai biaxial plan** permet de se placer en contraintes planes (mise en œuvre facile) ou de déformation plane (mise en œuvre délicate sur les roches, compte tenu des efforts mis en jeu). L'observation, dans la nature, des déformations pouvant mener à la rupture (glissement de terrain, écaillage, ...) et parmi les constructions humaines, de la géométrie des ouvrages (remblais, souterrains,...) indique que, le plus souvent, existe une symétrie par translation. Une modélisation et une étude expérimentale en déformation plane sont alors adéquates [Lee, 1970]. On y a recours également pour certaines études rhéologiques, pour lesquelles la géométrie plane procure des orientations privilégiées des discontinuités, par exemple la fissuration ou la localisation des déformations [Desrues, 1984].

- L'**essai triaxial axisymétrique** (ou essai triaxial de révolution) très utilisé en mécanique des sols et des roches est simple d'emploi. Il permet, sous l'hypothèse d'axisymétrie, de mesurer ou d'imposer les tenseurs de contrainte et de déformation, ce qui est particulièrement utile lors de la recherche d'une loi de comportement, comme c'est le cas dans notre étude. La compression et l'extension axiales permettent de faire varier la géométrie du chargement mécanique imposé au matériau. La mesure des variations de volume est réalisée en continu.

## 2. L'essai triaxial axisymétrique

Lors du chargement mécanique d'une structure, chaque point du matériau est soumis à des contraintes qui varient. Le tenseur des contraintes de Cauchy  $\underline{\underline{\sigma}}$  permet, à l'aide de six variables indépendantes de représenter l'état de contrainte en ce point. Ces variables sont les six composantes du tenseur des contraintes (symétrique d'ordre deux) si l'on se place dans un repère quelconque. Dans le repère principal, ce sont les trois composantes du tenseur et les trois angles de rotation permettant de déterminer l'orientation du repère principal par rapport à un repère géographique.

Au laboratoire, l'expérimentateur cherche à simplifier les conditions d'essai, de façon à réduire le nombre d'inconnues (on verra en annexe I que la pratique expérimentale soulève des questions, même sur les expériences les plus simples). Ainsi en réalisant des essais de chargement mécanique à symétrie de révolution sur des éprouvettes cylindriques simplifie-t-on les données du problème. D'une part on identifie les axes de chargement aux directions principales du tenseur des contraintes, et d'autre part on applique les contraintes de sorte que deux d'entre elles soient égales. On a ainsi une contrainte axiale  $\sigma_{ax}$ , et une contrainte radiale  $\sigma_{rad}$  (égale à la contrainte orthoradiale). Le tenseur des contraintes de Cauchy s'écrit dans le repère cylindrique de l'éprouvette :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{rad} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{rad} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Si le comportement du matériau ne fait pas intervenir la contrainte intermédiaire, par exemple si le critère de rupture ou de plasticité est du type Mohr-Coulomb ou de Tresca, l'essai triaxial est suffisant. Pour caractériser ces critères, il n'est pas nécessaire d'envisager d'autres types de chargement.

### 2.1. Chemins de contrainte

La géométrie du chargement de l'essai triaxial axisymétrique permet de décrire certains trajets dans l'espace des contraintes. Comme deux des contraintes principales sont égales, il est utile de réduire la représentation des chemins et des états de contrainte à un plan. Plusieurs plans, où apparaissent différentes combinaisons des contraintes principales, sont envisagés.

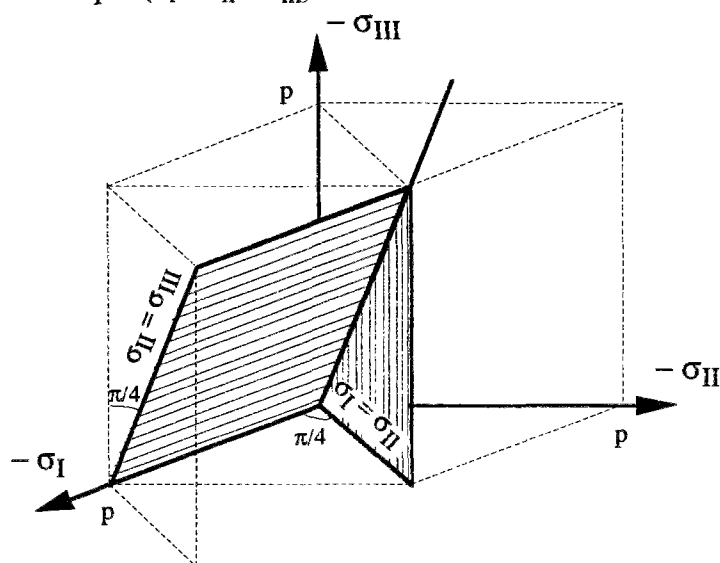
### 2.2. Espace des contraintes principales

L'espace des contraintes principales est tridimensionnel. Si l'on tient compte d'un ordre des contraintes principales avec la convention des compressions négatives, on a :

$$\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III} \quad (2.2)$$

Dans l'espace des contraintes principales, tout état de contrainte doit être compris entre les plans  $\sigma_I = \sigma_{II}$  et  $\sigma_{II} = \sigma_{III}$  de façon à vérifier l'état de contrainte ci-dessus (figure 1). Ces deux

plans ont pour intersection la droite trisectrice de l'espace, c'est à dire le trajet de chargement hydrostatique ( $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ ).

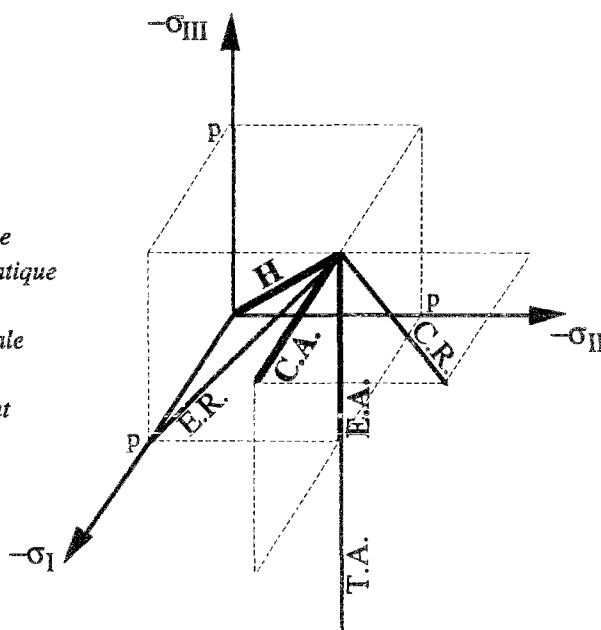


**Figure 1 :** Plans délimitant l'état de contrainte possible dans l'espace des contraintes principales compte tenu de leur ordre  $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$ .

L'état de contrainte en chargement compressif est compris dans l'espace délimité par la surface concave tridimensionnelle constituée des plans  $\sigma_I = \sigma_{II}$ ,  $\sigma_{II} = \sigma_{III}$  et  $\sigma_{III} = 0$ .

Les trajets de chargement réalisables à l'essai triaxial axisymétrique sont variés mais limités par le fait que deux des contraintes au moins doivent être égales, et aussi par les capacités du dispositif expérimental (on ne peut pas, par exemple réaliser de traction radiale avec le fluide de confinement).

E.A. = Extension Axiale  
C.A. = Compression Axiale  
H = Compression Hydrostatique  
E.R. = Extension Radiale  
C.R. = Compression Radiale  
T.A. = Traction Axiale  
p = pression de confinement

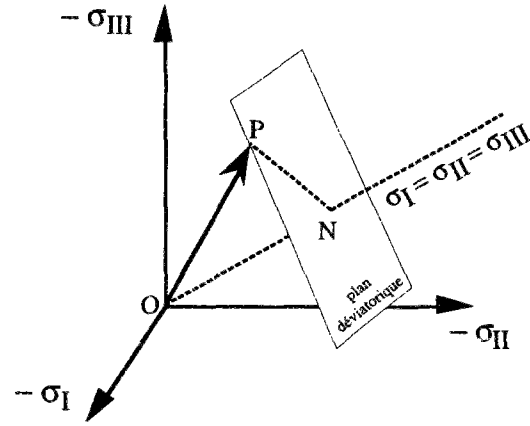


**Figure 2 :** Trajets de chargement dans l'espace des contraintes principales, réalisables à l'essai triaxial axisymétrique. En gras sont indiqués les trajets utilisés dans ce mémoire (en mode compressif).

On représente sur la figure 2 un schéma des trajets de chargement en contrainte les plus simples : à partir d'un chemin de chargement hydrostatique, une seule contrainte varie à la fois, soit la contrainte axiale, soit la contrainte radiale. On constate que le chargement en compression axiale et le trajet en extension axiale ne sont pas colinéaires dans cet espace, en raison d'une rotation des directions principales du tenseur des contraintes.

Dans cet espace, un état de contrainte est repéré par un point P de coordonnées ( $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$ ,  $\sigma_{III}$ ) de sorte que le vecteur OP définit le vecteur de contrainte (figure 3).

**Figure 3 :** Trisectrice et plan déviatorique dans l'espace des contraintes principales.



Ce vecteur peut se décomposer en deux :

$$\underline{OP} = \underline{ON} + \underline{NP} \quad (2.3)$$

où  $\underline{OP}$  est porté par la trisectrice de l'espace et  $\underline{NP}$  est contenu dans le plan déviatorique.

La **contrainte moyenne** est la moyenne des contraintes dans trois directions orthogonales, par exemple celles des directions principales :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3} \quad (2.4)$$

La norme du vecteur  $\underline{ON}$  de la figure ci-dessus dont les composantes dans le repère principal sont  $(\sigma_m, \sigma_m, \sigma_m)$  vaut :

$$\|\underline{ON}\| = \sqrt{3} |\sigma_m| \quad (2.5)$$

Le tenseur des **contraintes déviatoriques** associé au tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  s'écrit :

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \sigma_m \underline{\underline{1}} \quad (2.6)$$

Dans le repère principal des contraintes,  $\underline{\underline{s}}$  est diagonal et ses composantes sont, en utilisant un indice muet "i" :

$$s_i = \sigma_i - \sigma_m \quad (2.7)$$

ou

$$\underline{\underline{s}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \frac{\sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \frac{\sigma_{II} - \sigma_I - \sigma_{III}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \frac{\sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II}}{3} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Le vecteur  $\underline{NP}$  a pour composante dans le repère principal des contraintes  $(s_I, s_{II}, s_{III})$ . Sa norme vaut :

$$\|\underline{NP}\| = \sqrt{s_I^2 + s_{II}^2 + s_{III}^2} = \sqrt{\text{tr}(\underline{\underline{s}}^2)} \quad (2.9)$$

Dans le cas de l'**essai triaxial axisymétrique**, le tenseur déviateur des contraintes s'écrit :

$$\underline{\underline{s}} = (\sigma_{ax} - \sigma_{rad}) \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Pour des raisons pratiques, qui apparaîtront plus loin, on définit une valeur scalaire dénommée "**contrainte déviatorique**". Elle est positive en extension et négative en compression :



$$\sigma_d = \sigma_{ax} - \sigma_{rad} \quad (2.11)$$

La **contrainte équivalente de Von Mises** est liée aux contraintes déviatoriques. C'est un scalaire qui s'écrit :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3 J_2} = \sqrt{\frac{3}{2} \text{tr}(\underline{s}^2)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \parallel \underline{NP} \parallel \quad (2.12)$$

où  $J_2$  est le deuxième invariant du tenseur des contraintes de Cauchy =  $\text{tr}(\underline{s}^2)/2$

Cette contrainte équivalente est proportionnelle à la norme du vecteur  $\underline{NP}$ . Elle n'apporte pas d'information sur l'orientation du vecteur  $\underline{NP}$ , et ne permet de décrire que des caractéristiques isotropes dans le plan déviatorique.

### 2.3. Plan {contrainte radiale, contrainte axiale}

Au cours d'un essai triaxial axisymétrique, il est possible de tracer les trajets de chargement dans le plan des deux contraintes principales  $\{\sigma_{rad} ; \sigma_{ax}\}$ . Quelques cas de chemins de contrainte sont présentés sur la figure 4 à gauche.

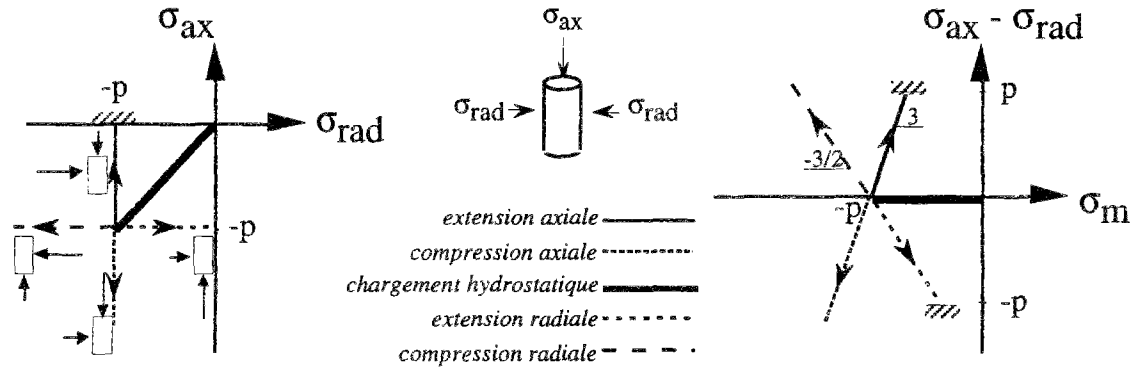


Figure 4 : Trajets de chargement théoriques de compression et d'extension triaxiale axisymétrique.

### 2.4. Plan {contrainte moyenne, contrainte déviatorique}

Ce plan est très utilisé en mécanique des sols et des roches<sup>1</sup>, car il permet de montrer facilement l'influence de la contrainte moyenne sur la résistance en compression ou sur la limite d'élasticité. C'est dans ce plan (en fait dans le plan  $\{\sigma_m ; \sigma_{eq}\}$ ) que l'on exprime par exemple le critère de Cam-Clay [Wood, 1990, par exemple], très utilisé pour les matériaux argileux. La plupart des résultats de synthèse des essais triaxiaux seront présentés dans ce plan. Sur la figure 4 à droite sont représentés quelques chemins de contrainte.

La contrainte moyenne et la contrainte déviatorique sont, nous le verrons, deux des paramètres régissant le comportement du sel gemme, mais aussi de la plupart des géomatériaux. On définit souvent par le rapport des contraintes la quantité :

<sup>1</sup> Certains auteurs préfèrent, plutôt que la contrainte moyenne et la contrainte équivalente, utiliser des multiples de ces grandeurs : soit  $\{I_1, \sqrt{J_2}\}$  [Hambley et al., 1989], soit  $\{\sigma_m, \tau_{oct}\}$  où  $\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_{eq}$  [Hunsche, 1993].

$$\eta = \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_m} = \frac{3 \sqrt{3} J_2}{I_1} \quad \text{ou pour l'essai triaxial} \quad \eta = \frac{|\sigma_d|}{\sigma_m} \quad (2.13)$$

Nous lui donnerons le nom de **rapport de triaxialité des contraintes**, ou de “triaxialité des contraintes”, en empruntant l’expression à Rousselier [1979] qui, pour sa part, désignait par le même terme l’expression inverse. On a donc une triaxialité nulle pour un chargement hydrostatique.

Pour différencier le cas de l’extension de celui de la compression, on redéfinit la triaxialité par :

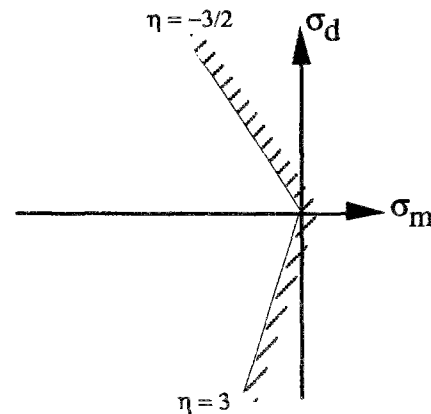
$$\eta = \frac{\sigma_d}{\sigma_m} \quad \text{ou en généralisant} \quad \eta = \frac{9 \sqrt{\frac{J_2}{2}}}{I_1} \quad (2.13\text{bis})$$

La triaxialité  $\eta$  sera positive en compression et négative en extension. Compte tenu du dispositif expérimental, les valeurs limites sont (figure 5) :

$$\begin{aligned} 0 \leq \eta \leq 3 & \quad \text{en compression} \\ -\frac{3}{2} \leq \eta \leq 0 & \quad \text{en extension} \end{aligned}$$

**Figure 5** : Domaine des contraintes accessibles avec un dispositif d’essai triaxial axisymétrique compressif.

Les droites  $\eta = 3$  et  $\eta = -3/2$  correspondent aux cas extrêmes où une contrainte s’annule. Un essai uniaxial suit le trajet de chargement  $\eta = 3$ .



## 2.5. Plan déviatorique

Le plan déviatorique a été défini sur la figure 3. En y projetant les axes du repère principal, on obtient trois axes séparés d’une valeur angulaire de  $120^\circ$  (figure 6).

Dans le plan déviatorique, on définit l’**angle de Lode**  $\theta$ , mesuré à partir de l’axe de cisaillement pur  $\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ .

Le **paramètre de Lode** se définit par :  $m = \sqrt{3} \tan \theta$  (2.14)

Pour tenir compte du signe de  $\theta$  par rapport à la droite  $\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/3$  de la figure 6, on exprime ce paramètre par :

$$m = \frac{3 s_{II}}{s_I - s_{III}} \quad \text{où } s_I < s_{II} < s_{III} \quad (2.14\text{bis})$$

On définit une variable adimensionnelle parfois nommée **géométrie des contraintes**  $J_m$ , comprise entre -1 et 1, qui permet de décrire l’état de contrainte déviatorique:

$$J_m = \sin 3\theta = \frac{m(9 - m^2)}{(3 + m^2)^{3/2}} \quad (2.15)$$

La définition de  $\underline{s}$  donne dans le cas de l’essai triaxial axisymétrique :

$$J_2 = \frac{1}{3} \sigma_d^2 \quad \text{et} \quad J_3 = 2 \left( \frac{\sigma_d}{3} \right)^3 \quad (2.16)$$

$$\text{d'où :} \quad J_m = \sin 3\theta = m = \frac{\sigma_d}{|\sigma_d|} \quad (2.17)$$

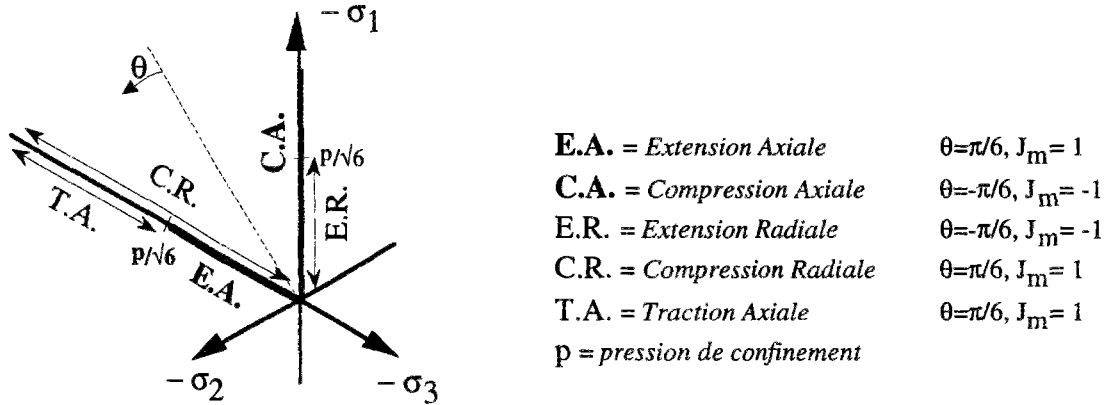


Figure 6 : Trajets de chargement de l'essai triaxial axisymétrique dans le plan déviatorique.

Le dispositif expérimental (décrit en annexe I) de l'essai triaxial axisymétrique permet donc d'effectuer des trajets de chargement déviatoriques décrits dans le plan déviatorique par  $J_m = m = \pm 1$ , c'est à dire par  $\theta = \pm \pi/6$ . En conservant la convention des compressions négatives, on représente sur la figure 6 ces trajets de chargement.

### 3. Bases de l'interprétation des essais triaxiaux axisymétriques

Les essais mécaniques de laboratoire sont réalisés dans des conditions simplifiées par rapport aux chargements réels des structures en grandeur nature. Le but est d'identifier le comportement rhéologique du matériau : loi de comportement, définition des seuils de plasticité, de rupture, compréhension des mécanismes et quantification des déformations au cours du chargement.

Un échantillon, quel qu'en soient les dimensions, est une structure à part entière. Cependant, nous supposons que ses dimensions (pluricentimétriques) sont telles qu'elles permettent d'inclure un nombre suffisant de cellules élémentaires pour faire d'une éprouvette un milieu continu quasi-homogène.

La géométrie des éprouvettes est supposée demeurer cylindrique à tout instant. On néglige ainsi les effets de bord sur les faces parallèles du cylindre. Cela a des conséquences sur le calcul des contraintes (voir annexe I).

#### 3.1. Configurations

L'ensemble des particules ou points matériels constituant le corps déformable étudié occupe, à chaque instant  $t$ , un ensemble de positions dans l'espace euclidien : c'est la configuration du système à l'instant  $t$ , notée  $\kappa_t$  [Salençon, 1989]. A chaque instant, on définit ainsi une configu-

ration. Les configurations considérées différeront par l'évolution de l'état de contrainte et des forces thermodynamiques (écrouissage), mais la température demeurera constante.

Avant tout chargement, l'échantillon se trouve dans la **configuration initiale** notée  $\kappa_0$ . Dans cette configuration, on fait l'hypothèse que l'état de contrainte est nul et que la température vaut  $T_0$ . Cependant, des forces thermodynamiques non nulles peuvent subsister, ce qui fait que cet état n'est pas nécessairement un état de contrainte naturelle, ce qui permettrait de traiter le cas de matériau pré-écroui [Brun, 1990].

Cette configuration sera supposée isotrope, c'est à dire qu'avant tout chargement mécanique, le matériau a les mêmes propriétés dans toutes les directions. Nous avons vu sur la figure A.27 que le sel gemme ne présente pas d'anisotropie marquée sur la mesure des paramètres élastiques dynamiques.

La **configuration actuelle**  $\kappa_t$  est celle qui coïncide avec l'instant d'observation, pour lequel un chargement mécanique peut être appliqué. Le tenseur des contraintes de Cauchy est défini dans la configuration actuelle.

Une **configuration relâchée** correspond à un état de contrainte égal à celui de la configuration initiale, c'est à dire nul. Elle est notée  $\kappa_r$  et est définie à une rotation près sauf si le matériau est isotrope. En pratique, on ne peut mieux faire qu'annuler les contraintes aux frontières du corps, ce qui laisse possible l'existence de contraintes internes. Cette configuration est atteinte à chaque décharge totale.

Au cours d'un essai, on définit une **configuration semi-relâchée**  $\kappa_s$  qui correspond à un état de contrainte hydrostatique. Les déformations du sel gemme sont essentiellement générées sous l'effet d'un chargement déviatorique. Si on fait l'hypothèse que le chargement hydrostatique ne produit que des déformations réversibles, les configurations relâchée et semi-relâchée se déduiront l'une de l'autre par une transformation élastique isotrope. La partie déviatorique du tenseur des contraintes se déduira indifféremment des configurations relâchée ou semi-relâchée.

L'équilibre dans n'importe quelle configuration s'exprime par le principe des puissances virtuelles dans lequel il y a égalité entre la puissance des efforts extérieurs et la puissance des efforts internes. L'expression de ces puissances dépend des contraintes et des déformations associées à la configuration choisie, et l'équilibre d'un solide peut revêtir plusieurs formes équivalentes. Parmi les techniques utilisées, Cescotto [1992] en cite trois principales :

- la description lagrangienne, dans laquelle la configuration initiale est choisie comme configuration de référence : les intégrales sont calculées sur le volume initial et sur la surface initiale;
- la description lagrangienne mise à jour ("updated") dans laquelle la configuration de référence est le dernier état d'équilibre connu du solide.
- la description eulérienne dans laquelle la configuration de référence est l'état actuel du solide.

La modélisation du comportement en grandes déformations du sel gemme, qui demande l'écriture de lois de comportement incluant l'évolution de la contrainte en fonction de la valeur de la contrainte, des paramètres d'état et du gradient de vitesse [Cescotto, 1992], ne constitue pas l'objectif de ce travail. Toutefois elle peut s'avérer utile dans contextes spécifiques (le diapirisme, la montée de dômes de sel, par exemple). Dans ce but, nous allons présenter notre dépouillement en fonction des contraintes, et des déformations associées, dans la configuration actuelle et dans la configuration initiale de référence, voire dans une configuration relâchée.

### 3.2. Homogénéité des contraintes et des déformations

L'homogénéité des contraintes et des déformations est discutable pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, l'éprouvette cylindrique est une structure dans laquelle les contraintes et les déformations ne sont pas constantes, même sur un matériau élastique (voir l'annexe II, Filon [1902], Gramberg [1989]).

D'autre part, lorsque le comportement est anélastique, on peut avoir affaire à des déformations localisées, en raison de la rhéologie et non de la structure. Les fissures pouvant être interprétées comme des zones où les déformations sont localisées (ou concentrées), si l'on se place à une échelle d'observation adéquate comme le suggère Desrues [1992], en rapportant quelques descriptions de déformations localisées dans des matériaux granulaires et dans des roches.

On fait néanmoins l'hypothèse de l'homogénéité des contraintes et des déformations, valable à nos yeux en extension dans tous les cas, et en compression avant que le pic des contraintes ne soit atteint (ce qui peut paraître optimiste car la localisation des déformations est susceptible de s'initier avant le pic des contraintes). L'hypothèse d'homogénéité paraît délicate à conserver pour le comportement post-pic, dont la modélisation ne constitue pas le but de ce travail.

### 3.3. Déformations : quelle mesure choisir ?

Il existe plusieurs **mesures de la déformation**. Selon l'interpréteur des essais, l'une ou l'autre est préférée. Ce choix ne remet pas en cause la mesure qui est dans une direction donnée toujours une variation de longueur.

La mesure de **déformation infinitésimale** notée  $dh/h_0$  traduit la différence infiniment petite de longueur entre deux états infiniment proches rapportée à une longueur initiale. C'est avant tout un outil mathématique.

La mesure de la **déformation linéarisée** est liée au tenseur très usité des déformations linéarisées  $\underline{\epsilon}$ . Si on mesure la variation de hauteur  $\Delta h$  dans l'axe de l'échantillon, par exemple, on définira la mesure de la déformation linéarisée axiale par :

$$\varepsilon_{ax} = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{h - h_0}{h_0} \quad (3.1)$$

Cette mesure est aussi nommée **élongation**. Elle peut également être définie à partir de la déformation infinitésimale :

$$\varepsilon_{ax} = \int_{h_0}^h \frac{dh}{h} \quad (3.1bis)$$

La mesure de la déformation de **Hencky** est **logarithmique**. Elle présente l'avantage de pouvoir sommer deux déformations intermédiaires pour obtenir la déformation totale. Si  $h$  est la hauteur actuelle de l'échantillon, la mesure de la déformation axiale de Hencky s'écrit :

$$h_{ax} = L_n \frac{h}{h_0} \quad (3.2)$$

Cette mesure est parfois nommée déformation **naturelle** [Nicolas, 1984]. Elle peut aussi être définie à l'aide de la déformation infinitésimale :

$$h_{ax} = \int_{h_0}^h \frac{dh}{h} = L_n \frac{h}{h_0} \quad (3.3)$$

On obtiendra, si  $h_1$  est une mesure intermédiaire :

$$L_n \frac{h_2}{h_0} = L_n \frac{h_1}{h_0} + L_n \frac{h_2}{h_1} \quad (3.4)$$

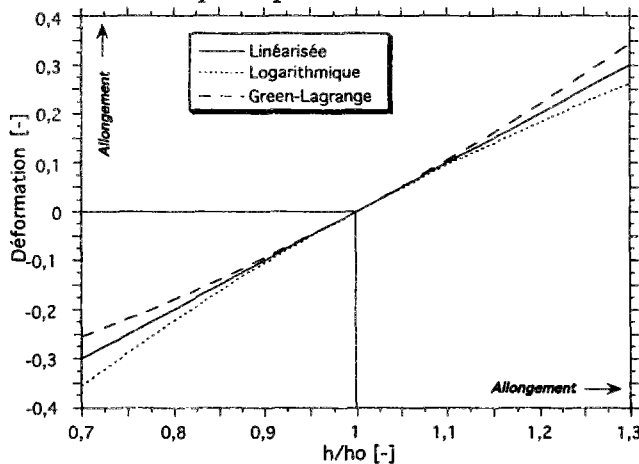
La mesure de la déformation de **Green-Saint-Venant** est liée au tenseur des déformations de **Green-Lagrange**. On la définit pour une mesure de la hauteur  $h$  de l'échantillon par :

$$e_{ax} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{h}{h_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.5)$$

Cette mesure peut encore être définie à partir de la déformation infinitésimale :

$$e_{ax} = \int_{h_0}^h \frac{h dh}{h_0^2} \quad (3.6)$$

Dans le cas des petites déformations, ces trois mesures sont équivalentes, mais divergent ensuite comme le montre la figure 7. En compression, c'est la mesure de Green-Lagrange qui donne la valeur numérique la plus faible en valeur absolue.



**Figure 7 :** Évolution des mesures de la déformation avec le rapport de la longueur actuelle sur la longueur initiale ( $h/h_0$ ).

Les tenseurs sont écrits en suivant la convention de signe des allongements positifs, dans un repère orthonormé (repère principal du cylindre), pour une structure à symétrie de révolution.

On suppose en effet que les effets de bord sont négligeables et que les échantillons conservent leur forme cylindrique. La transformation est homogène, ce qui signifie que le tenseur **gradient de la transformation**  $\underline{\underline{F}}$  ne dépend pas du point. Le tenseur gradient de la transformation s'écrit, compte tenu de la géométrie cylindrique :

$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \frac{h}{h_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r}{r_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r}{r_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{J}{\delta}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{J}{\delta}} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

avec :  $J = \frac{V}{V_0} = \frac{\text{Volume actuel}}{\text{Volume initial}} = \text{Jacobien de la transformation} = \det \underline{\underline{F}}$

$$\delta = \frac{h}{h_0} = \frac{\text{hauteur actuelle}}{\text{hauteur initiale}} \quad \rho = \frac{r}{r_0} = \frac{\text{rayon actuel}}{\text{rayon initial}} = \sqrt{\frac{J}{\delta}} \quad (3.8)$$

Le tenseur des **déformations linéarisées** s'écrit dans les direction principales :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \delta-1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho-1 & 0 \\ 0 & 0 & \rho-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta-1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{J}{\delta}}-1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{J}{\delta}}-1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

On a, dans les directions principales, le tenseur des **déformations logarithmiques** :

$$\underline{\underline{h}} = \text{Ln } \underline{\underline{F}} = \begin{pmatrix} \text{Ln } \delta & 0 & 0 \\ 0 & \text{Ln } \rho & 0 \\ 0 & 0 & \text{Ln } \rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Ln } \delta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \text{Ln } \frac{J}{\delta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \text{Ln } \frac{J}{\delta} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Remarque : la trace de ce tenseur se réduit à  $\text{tr } \underline{\underline{h}} = \text{Ln } J$  et s'annule si le volume est constant.

Selon la définition, le tenseur de Green-Lagrange s'écrit :

$$\underline{\underline{e}} = \frac{1}{2} ( {}^t \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{1}} ) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta^2-1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho^2-1 & 0 \\ 0 & 0 & \rho^2-1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta^2-1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J}{\delta}-1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J}{\delta}-1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Il est courant d'utiliser le tenseur de Green-Lagrange lorsque des déformations non-infinitésimales entrent en jeu [Tvergaard, 1989 par exemple]. Le choix du tenseur de déformation doit s'appuyer sur deux critères importants [Cescotto, 1992] : la **régularité** et l'**objectivité**. La régularité suppose que la déformation inverse puisse exister et donc que le tenseur ne présente pas de valeurs infinies. L'objectivité implique que la déformation est nulle en cas de translation ou d'une rotation rigide, mais aussi que la déformation est indifférente à une rotation ou à une translation du repère de référence.

Il est utile de connaître l'expression de la dérivée des tenseurs de déformation (qui entre par exemple dans le calcul de la puissance volumique).

$$\text{Sachant que } \rho = \sqrt{\frac{J}{\delta}}, \text{ on aura : } \dot{\rho} = \frac{1}{2\sqrt{J\delta}} \left[ \dot{J} - \frac{J}{\delta} \dot{\delta} \right] \quad (3.12)$$

Dans les directions principales, la dérivée du tenseur des **déformations linéarisées** s'écrit :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\dot{F}}} = \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{U}} \quad (3.13)$$

Il s'agit du gradient Lagrangien (en configuration lagrangienne) de la vitesse. En développant en fonction de  $J$  et  $\delta$ , paramètres directement liés aux mesures de variation de volume et de déplacement axial au cours de l'essai, il vient :

$$\underline{\dot{\underline{\epsilon}}} = \begin{pmatrix} \dot{\delta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{J\delta}} \left[ \dot{J} - J \frac{\dot{\delta}}{\delta} \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\sqrt{J\delta}} \left[ \dot{J} - J \frac{\dot{\delta}}{\delta} \right] \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Dans le repère principal, on aura pour la dérivée de la **déformation logarithmique**:

$$\underline{\dot{\underline{h}}} = \underline{\dot{\underline{F}}} \underline{F}^{-1} = \underline{\underline{K}} = \underline{\underline{\text{grad } U}} \quad (3.15)$$

Il s'agit du gradient eulérien de la vitesse. On remarquera que dans le cas du cylindre, le tenseur taux de déformation devient :

$$\underline{\underline{d}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{{}^tK}} + \underline{\underline{K}}) = \underline{\underline{K}} = \underline{\underline{\dot{h}}} \quad (3.16)$$

En développant en fonction de  $J$  et  $\delta$ , on trouve :

$$\underline{\underline{\dot{h}}} = \begin{pmatrix} \frac{\dot{\delta}}{\delta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2J} \left[ \dot{J} - J \frac{\dot{\delta}}{\delta} \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2J} \left[ \dot{J} - J \frac{\dot{\delta}}{\delta} \right] \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Pour la dérivée du tenseur des **déformations de Green-Lagrange**, on obtient alors :

$$\underline{\underline{\dot{\underline{e}}}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{{}^tF}} \underline{\underline{\dot{F}}} + \underline{\underline{{}^t\dot{F}}} \underline{\underline{F}}) = \underline{\underline{F}} \underline{\underline{\dot{F}}} \quad (3.18)$$

En développant selon  $J$  et  $\delta$ , il reste :

$$\underline{\underline{\dot{\underline{e}}}} = \begin{pmatrix} \dot{\delta} \delta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\delta} \left[ \dot{J} - J \frac{\dot{\delta}}{\delta} \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\delta} \left[ \dot{J} - J \frac{\dot{\delta}}{\delta} \right] \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

On définit les déformations déviatoriques comme la différence entre le terme axial et le terme radial du tenseur de déformation, et les déformations moyennes comme le tiers de la trace du tenseur de déformation.

La **déformation déviatorique linéarisée** est définie par :

$$\epsilon_d = \delta - \sqrt{\frac{J}{\delta}} \quad (3.20)$$

La **déformation déviatorique logarithmique** s'écrit :

$$h_d = \frac{1}{2} \text{Ln} \frac{\delta^3}{J} \quad (3.21)$$



Quant à la déformation **déviatorique de Green-Lagrange**, on l'obtient par :

$$e_d = \frac{1}{2} (\delta^2 - \frac{J}{\delta}) \quad (3.22)$$

La **déformation linéarisée moyenne** est :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3} (\delta + 2 \sqrt{\frac{J}{\delta}}) = \sqrt{\frac{J}{\delta}} - 1 + \frac{1}{3} \varepsilon_d \quad (3.23)$$

La **déformation logarithmique moyenne** vaut :

$$h_m = \frac{1}{3} \text{Ln } J = \frac{1}{2} \text{Ln } \frac{J}{\delta} + \frac{h_d}{3} \quad (3.24)$$

Pour la **déformation de Green-Lagrange moyenne**, on trouve :

$$e_m = \frac{1}{6} (\delta^2 + 2 \frac{J}{\delta} - 3) = \frac{1}{2} (\frac{J}{\delta} - 1) + \frac{e_d}{3} \quad (3.25)$$

### 3.3.1. Grandes déformations

La prise en compte des grandes déformations peut se faire en se plaçant dans la configuration initiale, et en formulant des hypothèses sur l'évolution du gradient de la transformation, comme nous venons de le présenter.

Une autre méthode d'analyse en grandes déformations est décrite en déterminant le tenseur de Piola-Kirchhoff par rapport à une configuration relâchée [Mandel, 1971; Halphen et Nguyen, 1975].

Lee [1969], Mandel [1971], Halphen et Nguyen [1975] écrivent le gradient de la transformation élastoplastique  $\underline{\underline{F}}$  (entre la configuration initiale  $\kappa_0$  et la configuration actuelle  $\kappa_t$ ) comme la composition du produit du gradient de la transformation plastique  $\underline{\underline{P}}$  (définie entre la configuration initiale  $\kappa_0$  et la configuration relâchée  $\kappa_r$ ) et du gradient de la transformation élastique  $\underline{\underline{E}}$  (définie entre une configuration relâchée  $\kappa_r$  et la configuration actuelle  $\kappa_t$ ) :

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{P}} \quad (3.26)$$

Le tenseur de Green-Lagrange dans la transformation élastique par rapport à  $\kappa_r$  s'écrit :

$$\underline{\underline{e}}^e = \frac{1}{2} (\underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{1}}) \quad (3.26\text{bis})$$

A la condition que le trièdre directeur conserve une direction fixe dans les configurations relâchées, l'énergie libre spécifique  $\Phi(\underline{\underline{e}}^e, \alpha)$  s'écrit sous une forme invariante en fonction de  $\underline{\underline{e}}^e$  et des paramètres d'écrouissages  $\alpha$ . Dans ce cas le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff s'exprime par :

$$\underline{\underline{\pi}} = \rho_r \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{e}}^e} \quad (3.27)$$

où  $\rho_r$  est la masse volumique dans la configuration relâchée  $\kappa_r$ .

Par ailleurs, la dissipation spécifique pour les matériaux standards généralisés s'écrit :

$$\mathcal{D} = \underline{\underline{t}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{R}}} : \left( \frac{D\underline{\underline{P}}}{Dt} \underline{\underline{P}}^{-1} \right) + \mathcal{A}_j \frac{D\alpha_j}{Dt} \quad (3.28)$$

où :  $\underline{\underline{\mathcal{R}}} = {}^t\underline{\underline{E}} \underline{\underline{E}} \frac{\pi}{\rho_t} = {}^t\underline{\underline{E}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{\rho} {}^t\underline{\underline{E}}^{-1}$  est la force associée à la vitesse de transformation plastique

$\frac{D\underline{\underline{P}}}{Dt} \underline{\underline{P}}^{-1}$  est le gradient de la vitesse de transformation plastique

$\rho$  est la masse volumique dans la configuration actuelle  $\kappa_t$ .

$\frac{D}{Dt}$  est une dérivée objective, par exemple la dérivée de Jaumann

$\alpha_j$  est le paramètre interne caractérisant l'écrouissage

$\mathcal{A}_j$  est l'action thermodynamique associée à  $\alpha_j$

On peut ensuite supposer qu'il existe un potentiel  $F(\underline{\underline{\mathcal{R}}}, \mathcal{A}_j)$  tel que :

$$\frac{D\underline{\underline{P}}}{Dt} \underline{\underline{P}}^{-1} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\mathcal{R}}}} \quad \text{et} \quad \frac{D \alpha_j}{Dt} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \mathcal{A}_j} \quad (3.29)$$

En supposant :

- que les déformations élastiques sont petites devant les déformations totales [Rousselier, 1979; Brun, 1990]

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{1}} + \underline{\underline{H}} \quad \text{où } |\underline{\underline{H}}_{ij}| \ll 1$$

- que le matériau est isotrope dans une configuration initiale non contrainte

- que la transformation élastique est pure :  ${}^t\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{E}}$

alors les expressions se simplifient, et il reste :

$$\frac{\underline{\underline{\sigma}}}{\rho} = \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{e}}} \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_j = - \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_j} \quad (3.30)$$

$$\frac{D\underline{\underline{P}}}{dt} \underline{\underline{P}}^{-1} = \lambda \frac{\partial F}{\partial (\frac{\underline{\underline{\sigma}}}{\rho})} \quad \text{et} \quad \frac{d \alpha_j}{dt} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \mathcal{A}_j} \quad (3.31)$$

On voit donc que si l'on suit ce schéma, il faut s'intéresser non pas à la contrainte de Cauchy pour déterminer les déformations plastiques, mais à la contrainte de Cauchy rapportée à la masse volumique actuelle qui s'exprime en fonction de la masse volumique initiale et du jacobien de la transformation :  $\rho = \rho_0 / J$ .

Dans la pratique, la masse volumique varie de quelques pour-cent jusqu'au pic des contraintes sur le sel gemme, ce qui permet, sans faire une erreur trop forte d'identifier la contrainte de Cauchy et la contrainte de Piola-Kirchhoff dans le cas de la décomposition (3.26) avec une transformation élastique proche de l'identité, et les hypothèses du matériau standard généralisé.

### 3.3.2. Déformation irréversible

La déformation irréversible est la déformation permanente demeurant après l'annulation du chargement mécanique. En utilisant la décomposition (3.26) et la définition de la déformation de Green-Lagrange élastique dans la configuration relâchée (3.26bis), on exprime la déformation de Green-Lagrange totale par :

$$\underline{\underline{e}} = \frac{1}{2} ( {}^t\underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{P}} - \underline{\underline{1}} ) + {}^t\underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{e}}^e \cdot \underline{\underline{P}} \quad (3.32)$$

On constate que la décomposition des déformations réversibles et irréversibles n'est pas immédiate, à moins de supposer les déformations infinitésimales ( $\underline{\underline{P}} \approx \underline{\underline{1}}$ ), ce qui permet de définir

dans l'hypothèse des petites perturbations le tenseur des déformations linéarisées irréversibles défini dans la configuration initiale :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{irr}} = \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (3.32\text{bis})$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  est le tenseur des déformations totales

et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  est le tenseur des déformations élastiques

Le calcul des déformations élastiques fait appel aux paramètres élastiques. De façon à conserver la même référence pour définir les différentes déformations linéarisées, les paramètres élastiques pris en compte dans les calculs sont les paramètres bruts ( $E_0, \nu_0$ ) et non les paramètres corrigés (voir annexe II). Les paramètres bruts sont déterminés par rapport à la déformation linéarisée définie dans la configuration initiale, tandis que les paramètres corrigés sont déterminés par rapport à la déformation linéarisée définie dans les configurations actuelle ou semi-relâchée, qui sont très proches.

### 3.3.3. Déformation volumique

Dans le cas général, c'est-à-dire quelle que soit l'amplitude des déformations, la déformation volumique peut s'écrire :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{d\Omega_t - d\Omega_0}{d\Omega_0} = J - 1 \quad (3.33)$$

où  $\Omega_0$  et  $\Omega_t$  sont les volumes se rapportant à la configuration initiale et à la configuration actuelle.

Le jacobien de la transformation  $J$  s'écrivant en fonction des invariants du tenseur des déformations de Green-Lagrange :

$$J^2 = \left( \det \underline{\underline{F}} \right)^2 = 1 + 2.I_1 + 2.(I_1)^2 - 4.I_2 + \frac{4}{3} (I_1)^3 - 8.I_1.I_2 + 8.I_3 \quad (3.34)$$

Lorsque l'amplitude des déformations est faible, les variations de volume s'écrivent sous forme simplifiée :

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \text{tr} (\underline{\underline{\varepsilon}}) && \text{pour de petites déformations,} \\ \varepsilon_v &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 && \text{sinon (avec } \varepsilon_i = (h_i - h_0)/h_0 \text{).} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Dans le cas d'un chargement triaxial avec symétrie de révolution ( $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ), il reste :

$$\varepsilon_v = (1 + \varepsilon_1) (1 + \varepsilon_3)^2 - 1$$

### 3.4. Contraintes : quelle définition ?

La contrainte peut revêtir de multiples formes. Cescotto [1992] en recense 15, exprimées dans les bases covariantes, contravariantes en fonction des tenseurs métriques, dans les axes du matériau déformé ou non déformé. Nous retiendrons deux de ces contraintes, celle de Cauchy et celle de Piola-Kirchhoff.

Les contraintes ne sont pas directement mesurées lors des essais mécaniques sauf si elles sont appliquées par un fluide, (ce qui limite les valeurs atteintes) ; la force, par contre est accessible soit en mesure, soit en contrôle. Pour calculer la contrainte axiale, on est donc obligé de

connaître la section de l'échantillon, laquelle varie au cours de l'essai. Ayant la connaissance du volume global de l'échantillon à tout instant, le calcul de la section réelle se fait aisément, toujours selon les hypothèses de géométrie cylindrique. Néanmoins on peut, pour de faibles déformations ne tenir compte que de la contrainte définie sur la section initiale.

On suppose que la contrainte est homogène dans l'échantillon et déduite de la contrainte de Cauchy appliquée sur le contour. Les contraintes sont définies selon la convention des compressions négatives.

Le **tenseur des contraintes de Cauchy** est défini dans la configuration actuelle. Son expression est déduite de la géométrie du dispositif expérimental (annexe I) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{rad} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{rad} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_o \frac{\delta}{J} - p \left( 1 - \frac{S_p}{S_o} \frac{\delta}{J} \right) & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

avec :  $S$  = section actuelle de l'échantillon       $S_o$  = section initiale de l'échantillon  
 $S_p$  = section du piston       $p$  = pression de fluide ( $\geq 0$ )  
 $Q$  = force axiale exercée par la presse       $\sigma_o = Q/S_o$   
 $\sigma_{ax}$  = contrainte axiale appliquée réellement à l'échantillon  
 $\sigma_{rad}$  = contrainte radiale appliquée réellement à l'échantillon

La décomposition de la contrainte axiale en partie déviatorique et en partie sphérique est utile pour le calcul du travail que l'on verra plus loin. Dans le cas de l'utilisation d'une cellule auto-compensée,  $Q$  est la valeur de la force directement mesurée sur le capteur de force externe. Le tenseur des **contraintes de Piola-Kirchhoff** est déduit de la contrainte de Cauchy :

$$\underline{\underline{\pi}} = J \underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{F}}^{-1} \quad (3.37)$$

où  $\underline{\underline{F}}$  est le gradient de la transformation par rapport à la configuration de référence.

$$\text{Soit : } \underline{\underline{\pi}} = \begin{pmatrix} \frac{J}{\delta^2} \sigma_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & \delta \sigma_{rad} & 0 \\ 0 & 0 & \delta \sigma_{rad} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_o}{\delta} - \frac{p}{\delta} \left( \frac{J}{\delta} - \frac{S_p}{S_o} \right) & 0 & 0 \\ 0 & -p\delta & 0 \\ 0 & 0 & -p\delta \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

$$\text{On notera de plus : } \pi_{ax} = \frac{\sigma_o}{\delta} - \frac{p}{\delta} \left( \frac{J}{\delta} - \frac{S_p}{S_o} \right) \text{ et } \pi_{rad} = -p\delta \quad (3.39)$$

On constate que la contrainte radiale de Piola-Kirchhoff n'est pas constante au cours de la déformation de l'échantillon.

La **contrainte déviatorique de Cauchy** s'écrit :

$$\sigma_d = \sigma_{ax} - \sigma_{rad} = \frac{\delta}{J} \left( \sigma_o + p \frac{S_p}{S_o} \right) \quad (3.40)$$

La **contrainte moyenne de Cauchy** est :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{ax} + 2 \sigma_{rad}}{3} = \sigma_o \frac{\delta}{3J} - p \left( 1 - \frac{S_p}{S_o} \frac{\delta}{3J} \right) \quad (3.41)$$

et le tenseur déviateur des contraintes de Cauchy s'écrit :

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \sigma_m \underline{\underline{1}} = \frac{\sigma_d}{3} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

La contrainte déviatorique de Piola-Kirchhoff est :

$$\pi_d = \pi_{ax} - \pi_{rad} = \frac{\sigma_o}{\delta} - p \left( \frac{J}{\delta^2} - \frac{S_p}{S_o \delta} - \delta \right) \quad (3.43)$$

La contrainte moyenne de Piola-Kirchhoff s'exprime par :

$$\pi_m = \frac{\pi_{ax} + 2 \pi_{rad}}{3} = \frac{1}{3} \left( \frac{\sigma_o}{\delta} - p \left( \frac{J}{\delta^2} - \frac{S_p}{S_o \delta} + 2\delta \right) \right) \quad (3.44)$$

Le tenseur déviateur des contraintes de Piola-Kirchhoff sera :

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\pi}} - \pi_m \underline{\underline{1}} = \frac{1}{3} \left( \frac{\sigma_o}{\delta} - p \left( \frac{J}{\delta^2} - \frac{S_p}{S_o \delta} - \delta \right) \right) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

La configuration de référence sur laquelle nous définissons le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff est la configuration initiale, c'est à dire la configuration dans laquelle se trouve l'échantillon avant tout chargement.

Ce tenseur pourrait être défini dans une configuration relâchée ou semi-relâchée. Dans ce cas, si les déformations réversibles obtenues lors du passage de la configuration actuelle à la configuration relâchée sont petites, les paramètres géométriques varient peu ( $\delta \approx 1$ ,  $\rho \approx 1$ ,  $J \approx 1$ ) et le tenseur de Piola-Kirchhoff s'identifie au tenseur de Cauchy.

Dans le cas d'un matériau élastique, il y a identité entre la configuration initiale et la configuration relâchée, ce qui donne aux deux définitions du tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff la même expression (voir l'exemple du calcul du cylindre élastique en annexe IV).

### 3.5. Puissance et Travail

Pour interpréter des essais mécaniques, on utilise le plus fréquemment les contraintes pour définir des critères ou surfaces de charge (ceci paraît naturel en plasticité parfaite où le matériau se déforme indéfiniment à partir d'une contrainte donnée). La contrainte présente l'avantage d'être assez bien connue, et de façon absolue. C'est-à-dire que, contrairement à la déformation, la contrainte se définit sans référence à un état initial.

Les formules figurant dans le présent paragraphe permettent de calculer différents travaux : le travail total, sphérique ou déviatorique, qu'il soit irréversible ou élastique. L'objectif étant de connaître pour le sel gemme ces différentes quantités macroscopiques afin, éventuellement de les inclure dans un critère.

Une puissance ou un travail doit faire intervenir l'expression d'une contrainte et de sa déformation conjuguée. Cescotto [1992] inventorie les couples de contrainte et de déformation

conjuguée. La déformation de Green-Lagrange, par exemple, est conjugquée à la contrainte de Piola-Kirchhoff.

A partir de l'écriture de la puissance virtuelle des efforts intérieurs, en description Lagrangienne puis en description eulérienne, on obtient l'**égalité des puissances massiques** [Salençon, 1989, p. 316] :

$$\frac{1}{\rho_c} \underline{\pi} : \underline{\dot{\underline{e}}} = \frac{1}{\rho_0} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} \Leftrightarrow \underline{\pi} : \underline{\dot{\underline{e}}} = J \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} \quad (3.46)$$

Il est donc possible de calculer deux puissance volumiques, l'une ( $\mathcal{P}_{vt} = \underline{\pi} : \underline{\dot{\underline{e}}}$ ) liée à la configuration lagrangienne, l'autre ( $P_{vt} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}}$ ) liée à la configuration eulérienne selon les tenseurs de contrainte et de déformation calculés au cours de l'essai. En reprenant les définitions des tenseurs des paragraphes 3.2 et 3.3, on calcule :

$$\mathcal{P}_{vt} = \underline{\pi} : \underline{\dot{\underline{e}}} = -p \dot{J} + \dot{\delta} \left( \sigma_0 + p \frac{S_p}{S_0} \right) \quad (3.47)$$

$$P_{vt} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{h}}} = -p \frac{\dot{J}}{J} + \frac{\dot{\delta}}{J} \left( \sigma_0 + p \frac{S_p}{S_0} \right) \quad (3.48)$$

Si les déformations sont "petites", en particulier si J demeure "proche" de 1, il y a identité entre les différentes puissances :

$$\underline{\pi} : \underline{\dot{\underline{e}}} \approx \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} \approx \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\underline{e}}}} \quad (3.49)$$

En prenant le tenseur de déformation linéarisées, on a dans ce cas :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\underline{e}}}} &= \left[ \sigma_0 \frac{\delta}{J} - p \left( 1 - \frac{S_p}{S_0} \frac{\delta}{J} \right) \right] \dot{\delta} - \frac{p}{\sqrt{J} \delta} \left[ J - \frac{J}{\delta} \dot{\delta} \right] \\ &= - \frac{p \dot{J}}{\sqrt{J} \delta} + \left[ \sigma_0 \frac{\delta}{J} + p \left( \frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{J}{\delta}} - 1 + \frac{S_p}{S_0} \frac{\delta}{J} \right) \right] \dot{\delta} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Selon la définition prise en compte ( $\mathcal{P}_{vt}$  ou  $P_{vt}$ ), on ne retrouvera donc pas nécessairement les mêmes résultats, surtout lorsque les "grandes déformations" (unidirectionnelles ou volumiques) sont atteintes, pour les puissances et pour les travaux calculés ensuite par intégration par rapport au temps.

Le produit contracté de deux tenseurs du même ordre peut se décomposer en la somme de deux termes, le premier mettant en jeu les parties sphériques des tenseurs, et le second les parties déviatoriques. On réalise ainsi une **décomposition en puissance sphérique et déviatorique** :

$$\text{la puissance volumique totale } \mathcal{P}_{vt} = \underline{\pi} : \underline{\dot{\underline{e}}} \quad (3.51)$$

$$\text{la puissance volumique sphérique } \mathcal{P}_{vs} = \pi_m \text{tr} \underline{\dot{\underline{e}}} \quad (3.52)$$

$$\text{la puissance volumique déviatorique } \mathcal{P}_{vd} = (\underline{\pi} - \pi_m \underline{\underline{1}}) : (\underline{\dot{\underline{e}}} - \dot{\epsilon}_m \underline{\underline{1}}) \quad (3.53)$$

$$\text{On a bien sûr : } \mathcal{P}_{vd} = \mathcal{P}_{vt} - \mathcal{P}_{vs} \quad (3.54)$$

En utilisant les définitions des tenseurs de contrainte et de déformation appliquées aux essais triaxiaux réalisés, on obtient :

$$\mathcal{P}_{vs} = \frac{\dot{J}}{3} \left( \frac{\sigma_o}{\delta^2} - p \left( \frac{J}{\delta^3} - \frac{S_p}{S_o \delta^2} + 2 \right) \right) + \frac{\dot{\delta}}{3} \left[ \sigma_o \left( 1 - \frac{J}{\delta^3} \right) + p \left( \frac{J^2}{\delta^4} - 2 \delta^2 + \frac{J}{\delta} + \left( 1 - \frac{J}{\delta^3} \right) \frac{S_p}{S_o} \right) \right] \quad (3.55)$$

et la puissance volumique déviatorique se déduit de la différence de la puissance totale et de la puissance sphérique :

$$\mathcal{P}_{vd} = \mathcal{P}_{vt} - \mathcal{P}_{vs} = \frac{\dot{\delta}}{3} \left[ \sigma_o \left( 2 + \frac{J}{\delta^3} \right) + p \left( 2 \delta^2 - \frac{J}{\delta} - \frac{J^2}{\delta^4} + \left( 2 + \frac{J}{\delta^3} \right) \frac{S_p}{S_o} \right) \right] - \frac{\dot{J}}{3} \left[ \frac{\sigma_o}{\delta^2} - p \left( \frac{J}{\delta^3} - 1 - \frac{S_p}{S_o \delta^2} \right) \right] \quad (3.56)$$

Les formules permettent de calculer les puissances volumiques à partir des mesures de volume (car  $J=V/V_o$ ) et de la déformation axiale (car  $\delta=h/h_o$ ). Dans le cas de petites déformations ( $J \approx \delta \approx 1$ ), il reste :

$$\mathcal{P}_{vs} = \frac{\dot{J}}{3} \left[ \sigma_o + p \frac{S_p}{S_o} - 3 p \right] \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_{vd} = \dot{\delta} \left[ \sigma_o + p \frac{S_p}{S_o} \right] - \frac{\dot{J}}{3} \left[ \sigma_o + p \frac{S_p}{S_o} \right] \quad (3.56\text{bis})$$

Bien que les formules générales (3.47), (3.55) et (3.56) fassent intervenir les variations de volume et de hauteur dans toutes les expressions, les formules (3.56bis) montrent, dans le cas simplifié des petites déformations que la puissance sphérique est liée au changement de volume et à l'ouverture ou à la fermeture de microfissures, tandis que la puissance déviatorique est liée à la propagation des fissures. Dans le cas général de la formule (3.56), le découplage entre les effets déviatoriques et les effets sphériques est moins net.

**Le travail volumique total** est l'intégration par rapport au temps de la puissance volumique totale. Dans la configuration eulérienne, on obtient :

$$W_{vt}^{eul} = \int_0^t \mathcal{P}_{vt} dt = \int_0^t \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} dt = - \int_{J(0)}^{J(t)} p(t) \frac{dJ}{J} + \int_{\delta(0)}^{\delta(t)} \frac{1}{J(t)} \left( \sigma_o(t) + p(t) \frac{S_p}{S_o} \right) d\delta \quad (3.57)$$

Si  $p$  est constant pendant la phase d'application du déviateur, il vient :

$$W_{vt}^{eul} = p \ln \frac{J(0)}{J(t)} + \int_{\delta(0)}^{\delta(t)} \frac{1}{J(t)} \left( \sigma_o(t) + p \frac{S_p}{S_o} \right) d\delta \quad (3.58)$$

Dans la configuration Lagrangienne, on a :

$$W_{vt} = \int_0^t \mathcal{P}_{vt} dt = - \int_{J(0)}^{J(t)} p(t) dJ + \int_{\delta(0)}^{\delta(t)} \left( \sigma_o(t) + p(t) \frac{S_p}{S_o} \right) d\delta \quad (3.59)$$

Dans la suite, nous ne prenons en compte que le travail Lagrangien, que nous noterons  $W_{vt}$ .

Pour obtenir le **travail volumique sphérique**, on intègre par rapport au temps l'expression de la puissance volumique sphérique.

$$W_{vs} = \frac{1}{3} \int_{\delta(0)}^{\delta(t)} \left[ \sigma_o(t) \left( 1 - \frac{J(t)}{\delta(t)^3} \right) + p(t) \left( \frac{J(t)}{\delta(t)} + \frac{J(t)^2}{\delta(t)^4} - 2\delta(t)^2 + \left( 1 - \frac{J(t)}{\delta(t)^3} \right) \frac{S_p}{S_o} \right) \right] d\delta$$

$$- \frac{1}{3} \int_{J(0)}^{J(t)} \left[ \frac{\sigma_o(t)}{\delta(t)^2} - p(t) \left( \frac{J(t)}{\delta(t)^3} + 2 - \frac{1}{\delta(t)^2} \frac{S_p}{S_o} \right) \right] dJ \quad (3.60)$$

Le **travail volumique déviatorique** se déduit de même de l'intégration par rapport au temps de l'expression de la puissance volumique déviatorique, ou plus simplement par différence entre le travail volumique total et le travail volumique sphérique :

$$W_{vd} = \frac{1}{3} \int_{\delta(0)}^{\delta(t)} \left[ \sigma_o(t) \left( 2 + \frac{J(t)}{\delta(t)^3} \right) + p(t) \left( 2\delta(t)^2 - \frac{J(t)}{\delta(t)} - \frac{J(t)^2}{\delta(t)^4} + \left( 2 + \frac{J(t)}{\delta(t)^3} \right) \frac{S_p}{S_o} \right) \right] d\delta$$

$$- \frac{1}{3} \int_{J(0)}^{J(t)} \left[ \frac{\sigma_o(t)}{\delta(t)^2} - p(t) \left( \frac{J(t)}{\delta(t)^3} - \frac{1}{\delta(t)^2} \frac{S_p}{S_o} - 1 \right) \right] dJ \quad (3.61)$$

Lorsque l'essai est réalisé sous pression de confinement constante, l'expression du travail volumique total se simplifie, en utilisant le fait que  $J(0) = \delta(0) = 1$  :

$$W_{vt} = -p(J-1) + \int_{\delta(0)}^{\delta(t)} \sigma_o(t) d\delta + p \frac{S_p}{S_o} (\delta - 1) \quad (3.62)$$

On constate que si les déformations sont petites ( $J \approx 1$ ,  $\delta \approx 1$ ), seul le terme central intervient, et les considérations sur la déformation de l'éprouvette cylindrique ne sont pas à prendre en compte.

Pour déterminer le **travail élastique volumique**, nous faisons l'hypothèse que l'élasticité ne concerne que de "petites déformations" (ce qui sera justifié plus tard par des résultats expérimentaux) et que de ce fait nous prenons la loi de comportement en élasticité linéaire :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^e = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{1}} = \frac{1}{2G} \underline{\underline{s}} + \frac{1}{3K} \sigma_m \underline{\underline{1}} \quad (3.63)$$

A partir de (3.40) et de (3.41), on exprime la puissance volumique dans la configuration initiale en fonction du tenseur des contraintes de Cauchy  $\underline{\underline{\sigma}}$  et du tenseur taux de déformation  $\underline{\underline{d}}$  :

$$\mathcal{P}_{vt} = \underline{\underline{\pi}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = J \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} \quad (3.64)$$

Si les déformations élastiques sont petites, on peut exprimer la puissance élastique :

$$\mathcal{P}_{vt}^e = J \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\epsilon}}^e = J \left( \underline{\underline{s}} + \sigma_m \underline{\underline{1}} \right) : \left( \frac{1}{2G} \underline{\underline{\dot{s}}} + \frac{1}{3K} \dot{\sigma}_m \underline{\underline{1}} \right)$$

d'où

$$\mathcal{P}_{vt}^e = \frac{J}{2G} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{\dot{s}}} + \frac{J}{K} \sigma_m \dot{\sigma}_m \quad (3.65)$$

**Remarque** : pour atteindre ce résultat, il faut faire une hypothèse (§3.3.1) sur la décomposition du tenseur gradient de la transformation  $\underline{\underline{F}}$  en un produit du gradient de la transformation plastique  $\underline{\underline{P}}$  et du gradient de la transformation élastique  $\underline{\underline{E}}$  suivant Lee [1969], Mandel [1971] ou [Halphen et Nguyen, 1975] :  $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{P}}$



Le premier terme correspond à la puissance déviatorique et le second à la puissance sphérique. Le travail élastique total se calcule par intégration :

$$W_{vt}^e = \int_0^t J \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e dt = \int_{\underline{\underline{s}}(0)}^{\underline{\underline{s}}(t)} \frac{J}{2G} \underline{\underline{s}} : d\underline{\underline{s}} + \int_{\sigma_m(0)}^{\sigma_m(t)} \frac{J}{K} \sigma_m d\sigma_m \quad (3.66)$$

Le premier terme du membre de droite correspond au **travail déviatorique élastique volumique**  $W_{vd}^e$  et le second terme au **travail sphérique élastique volumique**  $W_{vs}^e$  :

$$W_{vd}^e = \int_{\underline{\underline{s}}(0)}^{\underline{\underline{s}}(t)} \frac{J}{2G} \underline{\underline{s}} : d\underline{\underline{s}} \quad \text{et} \quad W_{vs}^e = \int_{\sigma_m(0)}^{\sigma_m(t)} \frac{J}{K} \sigma_m d\sigma_m \quad (3.67)$$

L'application à l'**essai triaxial axisymétrique** se fait en utilisant les équations (2.6), (2.10), (2.11) et (3.67) :

$$W_{vd}^e = \int_{\sigma_d(0)}^{\sigma_d(t)} \frac{J}{2G} \sigma_d : d\sigma_d \quad \text{et} \quad W_{vs}^e = \int_{\sigma_m(0)}^{\sigma_m(t)} \frac{J}{K} \sigma_m d\sigma_m \quad (3.67\text{bis})$$

On remarque que ces expressions sont toujours positives, car elles correspondent à de l'énergie emmagasinée.

Si les **déformations totales** sont **petites** ( $J \approx 1, \delta \approx 1$ ), et si les paramètres élastiques sont constants, il reste deux expressions positives pour les travaux élastiques :

$$W_{vd}^e = \frac{(\sigma_d)^2}{6G} \quad \text{et} \quad W_{vs}^e = \frac{(\sigma_m)^2}{2K} \quad (3.68)$$

Leur rapport donne :

$$\frac{W_{vd}^e}{W_{vs}^e} = \frac{(\sigma_d)^2 K}{(\sigma_m)^2 3G} = \left( \frac{\sigma_d}{-p + \frac{\sigma_d}{3}} \right)^2 \frac{2}{9} \frac{1+\nu}{1-2\nu} \quad (3.69)$$

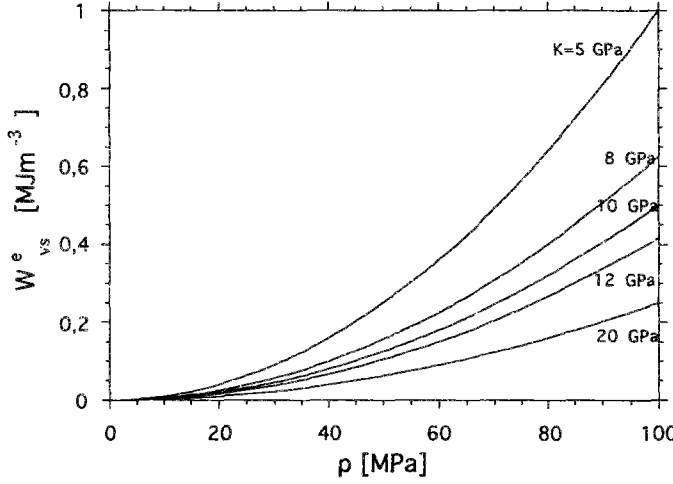
Le rapport entre les travaux élastiques volumique déviatorique et sphérique est positif, et ne dépend que du coefficient de Poisson. Si la pression de confinement est nulle, le rapport est constant :

$$\frac{W_{vd}^e}{W_{vs}^e} (p=0) = 2 \frac{1+\nu}{1-2\nu} \quad (3.69\text{bis})$$

On constate également que pour un même déviateur de contrainte (en élasticité linéaire), le rapport entre le travail élastique déviatorique sur le travail élastique sphérique diminue lorsque le confinement augmente.

Lorsque l'on effectue une mise sous confinement hydrostatique sur un matériau suivant une loi d'élasticité linéaire en petites déformations, le travail volumique total est uniquement d'origine

sphérique. Il suit l'équation de la formule (3.62) et ne dépend que du module de compressibilité  $K$  (figure 8).



**Figure 8 :** Travail volumique élastique lors de la mise sous confinement pour différentes valeurs du module de compressibilité hydrostatique  $K$ .

Cela signifie que le travail volumique déviatorique est nul pendant la phase de compression hydrostatique, et la conséquence directe est que le travail d'origine déviatorique peut être étudié sans avoir besoin de connaître ni contrainte ni déplacement pendant la mise sous confinement, mais seule la contrainte de confinement au début du chargement déviatorique aura d'importance.

La **dissipation volumique** est l'énergie consommée par unité de volume au cours d'un chargement mécanique. Elle n'est pas récupérable et elle correspond au travail irréversible. C'est la différence entre le travail total et le travail élastique :

$$\mathcal{D}_{vt} = W_{vt}^{irr} = W_{vt} - W_{vt}^e = \int_0^t \underline{\pi} : \underline{\dot{\epsilon}} dt - \int_0^t J \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}} dt \quad (3.70)$$

Lorsque les déformations sont faibles,  $J \approx 1$ ,  $\delta \approx 1$  et il reste :

$$\mathcal{D}_{vt} = W_{vt}^{irr} = \int_{J(0)}^{J(t)} p(t) dJ + \int_{\delta(0)}^{\delta(t)} \sigma_o(t) d\delta - \frac{(\sigma_{eq})^2}{6G} - \frac{(\sigma_m)^2}{2K} \quad (3.71)$$

On peut aussi dissocier cette expression en travail irréversible volumique (ou dissipation) sphérique et en travail irréversible volumique déviatorique :

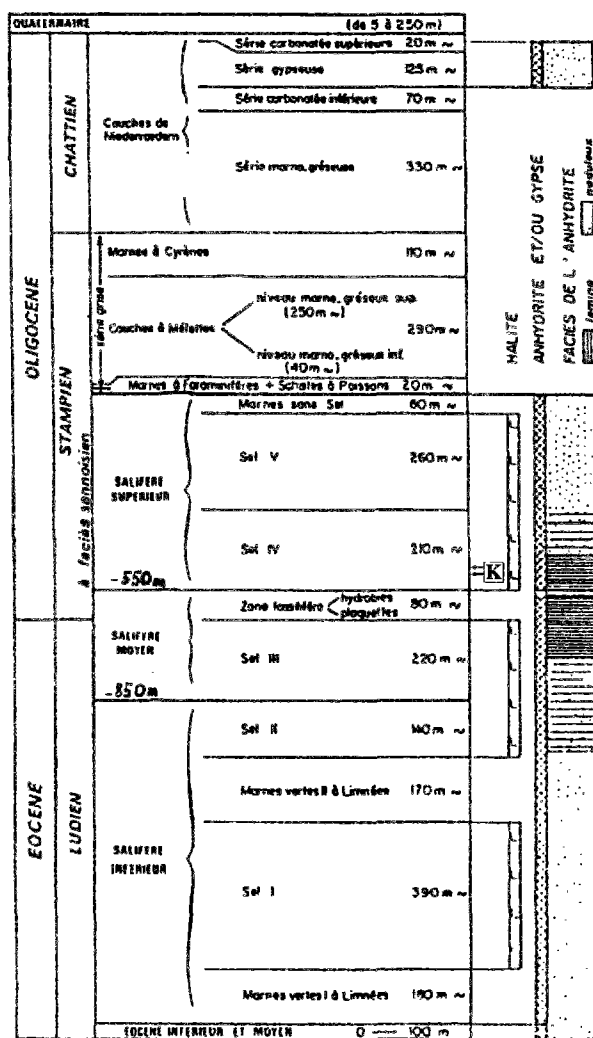
$$\mathcal{D}_{vs} = W_{vs}^{irr} = W_{vs} - W_{vs}^e \quad \text{et} \quad \mathcal{D}_{vd} = W_{vd}^{irr} = W_{vs} - W_{vd}^e \quad (3.72)$$

#### 4. Résultats des essais sur le sel des M.D.P.A.

Le sel gemme utilisé pour les essais provient des Mines De Potasse<sup>2</sup>. d'Alsace (M.D.P.A.). Il est étudié au laboratoire depuis plusieurs années, en vue d'interpréter les résultats des essais thermomécaniques réalisés dans cette mine [Ghoreychi et al., 1992; Kazan, 1994], et a fait l'objet de plusieurs rapports internes au laboratoire [Lahlou, 1991, 1992a, 1992b ; Thorel, 1993, 1994]. L'essentiel des résultats présentés ici s'appuie sur l'ensemble de ces essais, dont certains ont été retenus pour illustrer nos propos.

#### 4.1. Origine du sel gemme testé

#### 4.1.1. Situation géologique



**Figure 9 :** Coupe résumée des formations tertiaires du bassin de Mulhouse [Blanc-Valleron, 1990].

Les MDPA se trouvent dans le bassin diapirique de Mulhouse (étudié avec attention par Blanc-Valleron [1990]), l'un des quatre bassins salifères (terme géologique signifiant le sel ou d'autres évaporites, éventuellement non halitiques) reconnus dans le fossé rhénan, parmi ses formations tertiaires (Éocène Supérieur - Oligocène Inférieur). Il s'agit du seul bassin diapirique d'Alsace où se sont formées deux couches minces de Sylvite (KCl) au sein d'une série salifère constituée de lits de halite (NaCl) et d'intercalations marno-anhydritiques. L'épaisseur maximale de la zone salifère dans le bassin de Mulhouse est d'environ 1200 mètres, décomposée en trois niveaux salifères : inférieur, moyen et supérieur (figure 9). Une seconde classification répertorie plus précisément cinq couches de sel (notées des profondeurs vers la surface sel I à sel V). Les couches exploitées par les MDPA sont celles de l'étage stampien contenant de la potasse indiquée par "K" sur la figure 9 dans le niveau du sel IV.

La dénomination locale des niveaux contenus dans le salifère supérieur est présentée sur la figure 10, au sein d'une coupe type. Les niveaux de sel, de marnes et de potasse sont indiqués

<sup>2</sup> Le sel de potasse KCl, ou sylvite (nom dédié à J. Dubois [Foucault et Raoult, 1984]) n'est pas pur, mais mélangé intimement à de la halite. On nomme ces couches sylvinite. Aux MDPAs, la teneur en sylvinite est de l'ordre de 15%.

avec leur numérotation. Vers la base du sel IV, on remarque une couche d'une vingtaine de mètres d'épaisseur dénommée "S1", à environ 520 m de profondeur, où des bancs marno-anhydritiques de faibles épaisseurs alternent avec le sel gemme très pur (au moins 90 % de NaCl).

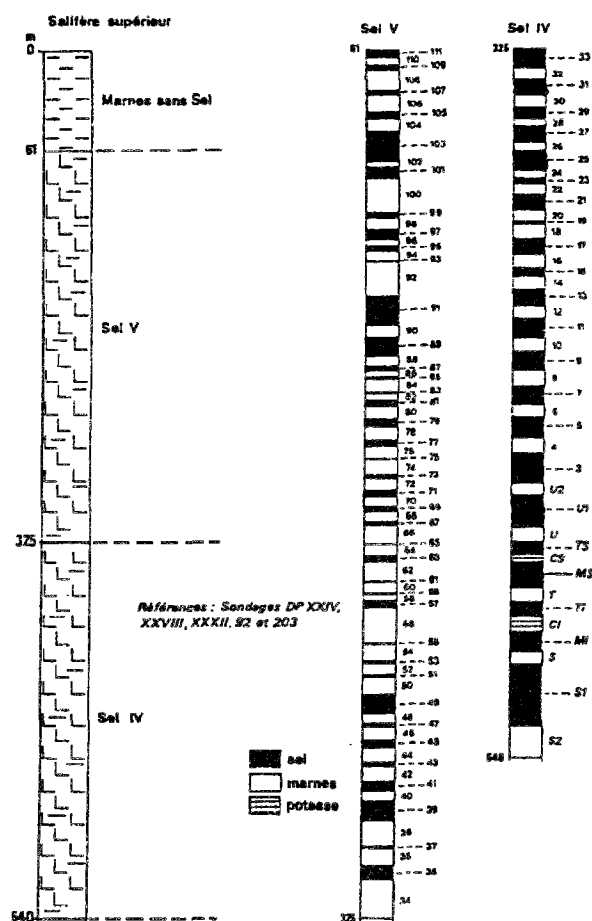


Figure 10 : Coupe type du Salifère supérieur [Blanc-Valleron, 1990].

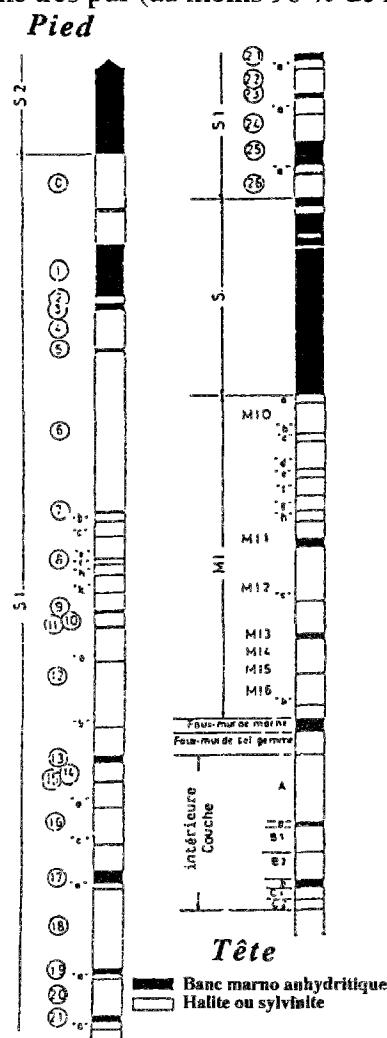


Figure 11 : Colonne stratigraphique de la base du niveau sel IV [d'après Breniaux et al., 1986].

Une colonne stratigraphique plus fine (figure 11) permet de distinguer encore d'autres sous-niveaux, dus à la présence de strates marno-anhydritiques (attention, les couleurs sont inversées par rapport à la figure 10). On constate la présence de nombreux bancs de sel gemme de faibles épaisseurs mais très riches en NaCl, séparés par des lits d'impuretés.

Les échantillons de sel gemme testés sont taillés dans les carottes provenant de cinq sondages : CPPS liés à l'essai du même nom, et DREF, D31, D32 et D33, réalisés dans le cadre de l'essai "Sel Broyé". D'autres éprouvettes, celles destinées à l'extension en particulier, ont été taillées dans un bloc de sel dit "sel d'Amélie"; ils proviennent également de l'horizon S1.

#### 4.1.2. Propriétés pétrophysiques

La teneur en halite est en moyenne de 80% dans le bassin de Mulhouse, alors que l'anhydrite et les marnes atteignent chacune un pourcentage d'environ 10%. Le sel gemme formé dans le bassin de Mulhouse est essentiellement de genèse primaire : sa structure stratifiée est caracté-

sée par des lits de halite et d'intercalations marno-anhydritiques sans que les cristaux de halite soient visiblement entourés par une matrice de boue argilo-carbonatée, comme c'est le cas d'un sel phénoblastique de genèse secondaire (faciès prépondérant dans le bassin de Bresse par exemple). Les cristaux de halite du sel de Mulhouse sont millimétriques à centimétriques (voir la photo de la première page de ce chapitre). Ils contiennent parfois une faible teneur en inclusions fluides, mais ne sont pas accompagnés de minéraux évaporitiques hydratés tels que polyhalite ou carnallite, comme certaines variétés de sel rencontrées par exemple dans les dômes de sel d'Allemagne (sel d'Asse).

La continuité verticale des bancs de sel gemme n'est assurée au mieux que sur un mètre environ. C'est le banc "S1" qui est le plus épais et le plus riche en NaCl. La teneur en NaCl y atteint plus de 95% en moyenne, et se rapproche localement de 99%.

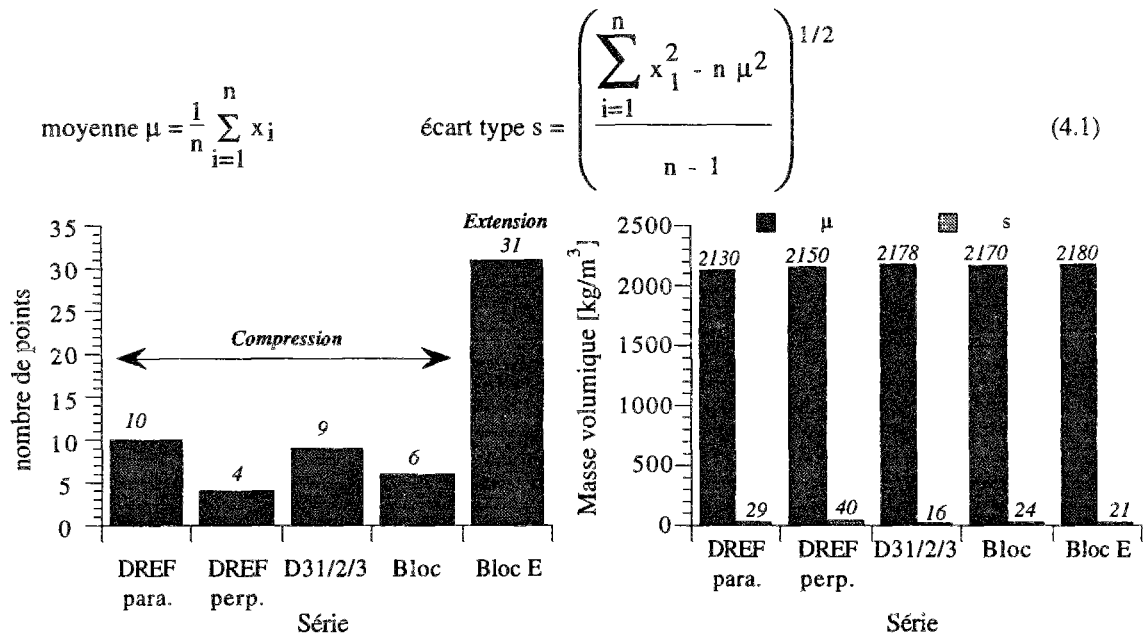
Les mesures pétrophysiques, réalisées au Centre de Géologie de l'Ingénieur de l'École des Mines de Paris [Lebrun, 1993], révèlent les principales caractéristiques suivantes :

- Une porosité de fissures, essentiellement aux joints de grains, inférieure ou égale à 0,5%.
- Un rayon d'accès aux pores (mesuré au porosimètre au mercure) compris entre 1 nm et 1  $\mu\text{m}$  ( $10^{-9}$  et  $10^{-6}$  m).
- Une perméabilité de l'ordre de  $10^{-19}\text{m}^2$  sous un confinement voisin de 30MPa.
- Une teneur en inclusions fluides (saumure) pouvant atteindre localement 1 à 2% dans la variété dite laiteuse. La teneur en inclusions fluides est plus faible pour le sel "phénoblastique".
- Aucune trace d'inclusions gazeuses n'a été révélée dans le sel (le grisou présent aux MDPA provient probablement de lits d'impuretés argilo-sulfatées).

Les propriétés thermiques sont données en annexe I.

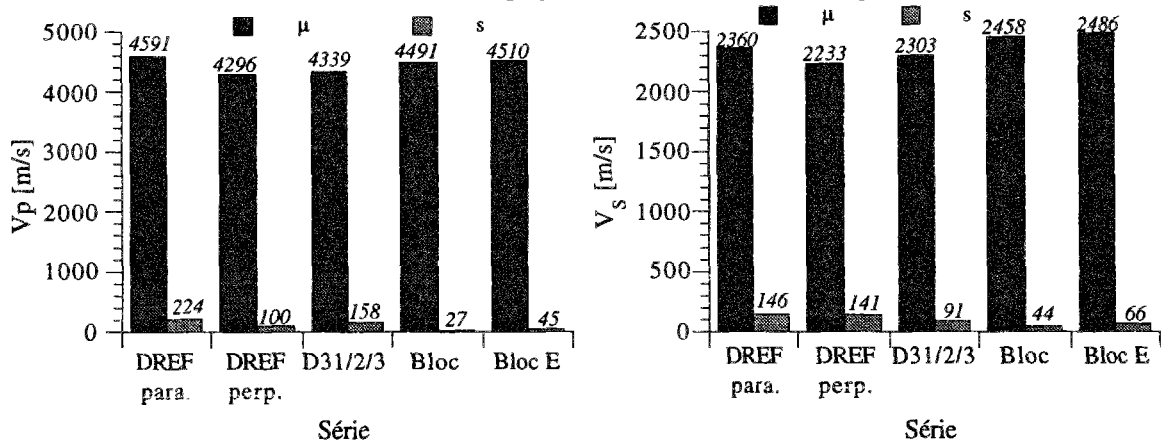
Les **paramètres élastiques dynamiques** (célérité des ultrasons) sont déterminés à partir des méthodes acoustiques en suivant les formules (A.4) données au chapitre A. Des transducteurs piézoélectriques pour les ondes de compression (ondes P) et pour les ondes de cisaillement (ondes S) sont utilisés. Les fréquences pour les ondes de compression et de cisaillement sont, respectivement, de 1 et 0,5 MHz. Nous avons regroupé les données provenant des sondages D31, D32, D33, car elles sont très semblables, les sondages étant géographiquement très proches (quelques mètres les séparent), orientés dans la même direction et ayant subi la même histoire de chargement. Le sondage DREF a été carotté au toit d'une galerie, creusée voici plusieurs années.

On donne sur les figures suivantes les résultats d'une analyse statistique des mesures de masse volumique, de vitesse des ondes P et des ondes S, en définissant la moyenne et l'écart-type empiriques :



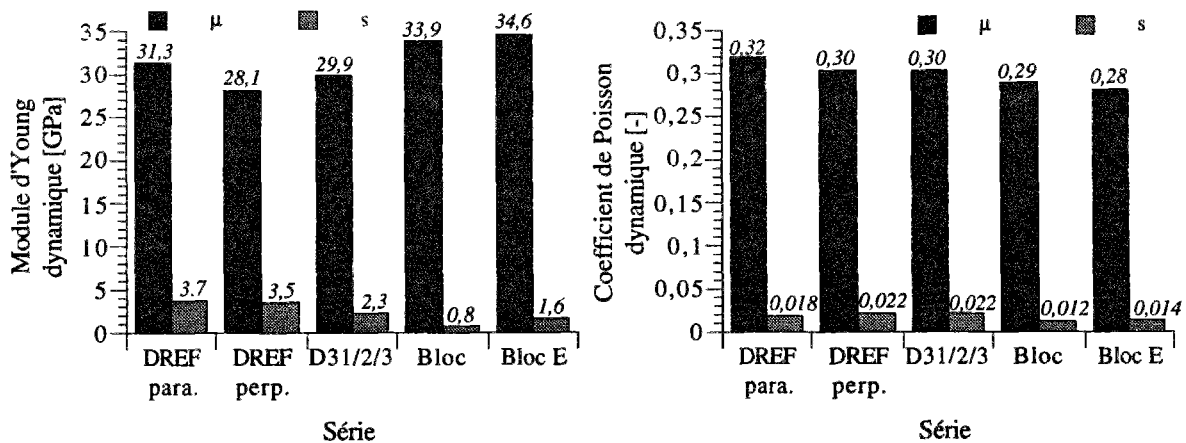
**Figure 12 :** Histogramme de mesures de célérités acoustiques et densité.

On constate que les résultats sur la densité sont homogènes. "DREF para." et "DREF perp." se rapportent à des mesures parallèles et perpendiculaires à l'axe du sondage.



**Figure 13 :** Vitesse des ondes de compression et de cisaillement réparties en séries de mesure.

Les séries Bloc et Bloc E correspondent à des mesures effectuées sur des éprouvettes de sel gemme provenant d'un bloc du banc S1 des MDPA.



**Figure 14 :** Module d'Young et coefficient de Poisson dynamiques.

Les moyennes de ces mesures sont :

$$V_p \approx 4446 \text{ m/s} \quad V_s \approx 2368 \text{ m/s} \quad \rho \approx 2160 \text{ kg/m}^3$$

$$E_d \approx 31,6 \text{ GPa} \quad \nu_d \approx 0,30 \quad G_d \approx 12,1 \text{ GPa} \quad K_d \approx 26,3 \text{ GPa}$$

On retrouve bien les valeurs typiques d'un sel presque pur (densité  $\approx 2,165$  et célérité longitudinale  $\approx 4500$  m/s). Quinze essais brésiliens de traction indirecte ont donné la résistance en traction  $T_0$  :

$$\mu(T_0) = 1,65 \text{ MPa} \quad s(T_0) = 0,26 \text{ MPa}$$

#### 4.2. Conditions d'essai

Les essais réalisés au cours de cette étude sur le sel gemme sont des essais triaxiaux axisymétriques en mode compressif de compression et d'extension. Ces deux modes de chargement permettent, en raison de la répartition différente des contraintes, de générer éventuellement de la fissuration orientée suivant des directions différentes selon la géométrie du chargement, mais toujours perpendiculairement à la contrainte principale mineure. On peut par exemple évoquer l'analogie entre un écaillage en paroi de galerie souterraine et la fissuration potentielle d'une éprouvette soumise à l'un ou l'autre des chargement (figure 15).

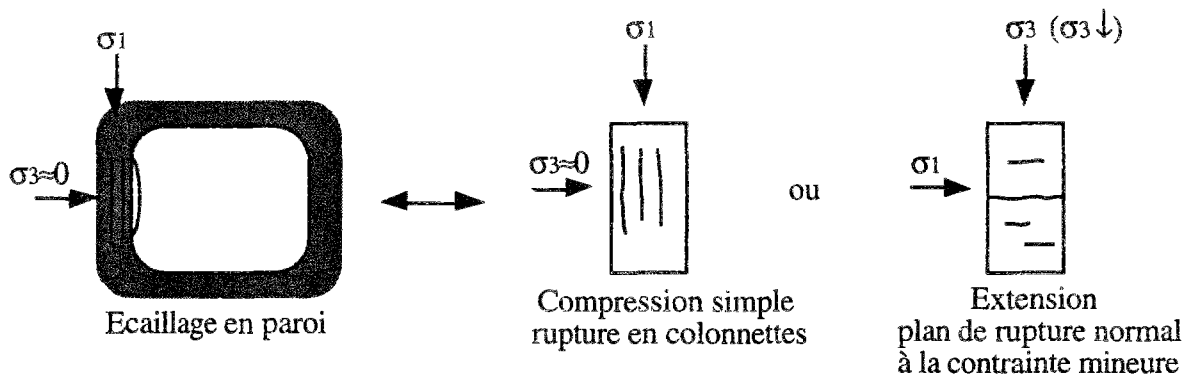


Figure 15 : Analogie entre un écaillage en paroi de galerie et des essais de laboratoire.

Le **chargement hydrostatique**, ou chargement isotrope, ou mise sous confinement, est défini par la mise sous pression vérifiant constamment l'égalité entre les trois contraintes principales. Ce trajet de chargement est décrit plus haut dans les différents espaces de contrainte (figures 2,3 et 4). La réalisation technique de ce chargement est précisée en annexe I.

Le **chargement déviatorique** consiste à générer une différence entre au moins deux contraintes principales, de façon à rendre non nul le tenseur déviateur des contraintes. Deux types de chargement déviatorique ont été réalisés : la compression axiale, où la contrainte axiale exerce une compression de plus en plus forte, et l'extension axiale, où la contrainte axiale est relâchée. Dans les deux cas, la contrainte radiale demeure constante au cours du chargement déviatorique. L'essentiel des essais a été réalisé à une vitesse de déformation axiale contrôlée constante ( $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  le plus souvent).

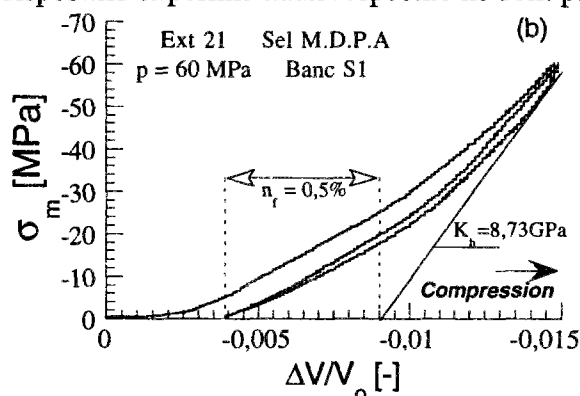
La pression de confinement est comprise dans une gamme allant de 0 MPa (compression uniaxiale) à 60 MPa. La température est celle des salles de laboratoire soumises à des variations journalières de la température ambiante. L'importance de l'influence de ses variations est décrite en annexe I. Les éprouvettes, carottées au pétrole et surfacées à sec ont été stockées avant essai dans les conditions ambiantes de pression, de température et d'hygrométrie à l'abri des courants d'air.

Quelques essais triaxiaux ont cependant été réalisés à des vitesses différentes de celle indiquée précédemment ou, pour des essais uniaxiaux, en contrôlant le déplacement circonférentiel. Le choix du contrôle en déplacement plutôt qu'en force se justifie par la maîtrise de la fissuration dans la phase post-pic (voir annexe I).

Le matériel utilisé est décrit en annexe I. Il s'agit de presses rigides asservies MTS, commandées par le programme Teststar comprenant un pilotage et une acquisition numériques. Les capteurs sont essentiellement des capteurs MTS, à l'exception des contrôleurs de pression-volume de marque GDS. Une cellule de capacité 70 MPa a servi d'enceinte de confinement pour tous les essais sous pression.

#### 4.3. Chargement hydrostatique

Au cours du chargement hydrostatique, les trois contraintes principales sont égales mais varient régulièrement, comme nous l'avons vu au début de ce chapitre (figure 2, par exemple). Il est fréquent de tracer la réponse du matériau en associant la contrainte moyenne à la déformation volumique. Sur des matériaux à porosité "élevée", on observe des déformations volumiques irréversibles (voir chapitre A). Sur le sel gemme (dont la porosité est très faible), les déformations volumiques semblent principalement réversibles. Les valeurs indiquées sur la figure 16 sont néanmoins à considérer avec prudence, car les déformations radiales n'ont pas été mesurées, mais déduites des déformations axiales en faisant l'hypothèse des petites déformations et de l'isotropie des propriétés élastiques. Des mesures au triaxial vrai présentent la même forme de courbe de chargement hydrostatique (figure A.10). Des déformations artificielles dues aux dispositifs expérimentaux respectifs ne sont pas à exclure dans les deux cas de figure.



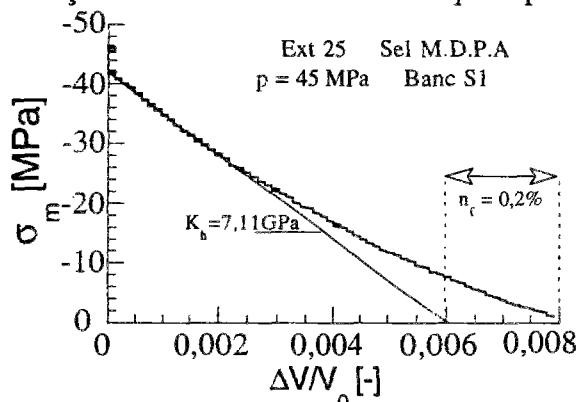
**Figure 16 :** Exemple de chargement hydrostatique : Évolution de la contrainte moyenne avec la déformation volumique.

La mise sous confinement est ici régulée pour assurer une vitesse de  $10 \text{ kPa.s}^{-1}$ , et à peu près la même contrainte radialement et axialement.



La relation entre la contrainte moyenne et la variation de volume permet de déduire (pour peu qu'une contrainte suffisante soit appliquée) la **porosité de fissures  $n_f$** , ainsi que le **module de compressibilité<sup>3</sup>  $K_h$**  (figure 16).

L'évaluation de la déformation volumique au cours du chargement hydrostatique a débuté avec la réalisation d'essais d'extension. En effet, pour ce type de chargement, il est indispensable de séparer l'application de l'effort axial et de la contrainte radiale, alors que pour les essais de compression antérieurs, on utilisait la technique classique de mise en confinement total puis d'application du déviateur par une force axiale surajoutée. C'est pourquoi nous ne disposons que de peu de résultats sur les mesure de porosité de fissures et de module de compressibilité hydrostatique. Un déchargement hydrostatique a été réalisé en phase terminale de certains essais de façon à identifier ces caractéristiques après sollicitation des éprouvettes (figure 17).



**Figure 17 :** Exemple d'évolution de la contrainte moyenne  $\sigma_m$  en fonction de la déformation volumique  $\Delta V/V_0$  au cours d'une décharge hydrostatique effectuée en fin d'essai.

La porosité de fissure et le module de décompression hydrostatique sont déterminés par analogie avec la compression hydrostatique. La vitesse de décompression est de  $10 \text{ kPa.s}^{-1}$ .

Les tableaux des figures 18 et 19 donnent quelques résultats de mesures au cours des phases hydrostatiques des séries 1 et 3 d'essais en extension. La première série ne possédait pas de régulation lors de la mise sous confinement, et aucune décharge hydrostatique n'y a été réalisée.

n°essai	0	1	2	4	5	6	7
$\rho [\text{kg dm}^{-3}]$	2,19	2,17	2,18	2,19	2,17	2,17	2,18
$p [\text{MPa}]$	50	60	60	30	30	40	40
mise sous pression [kPa/s]	12,5	8,5	12	14,3	14,3	16	11,1
$K_{\text{hydr}} [\text{GPa}]$	6,75	5,43	5,93	4,63	3,14	3,73	3,57
$n_f [\%]$	0,2	0,2	0,3	0,4	0,3	0,25	0,4
$\dot{\epsilon} [\text{s}^{-1}]$	$1,38 \cdot 10^{-5}$	$1,38 \cdot 10^{-5}$	$1,38 \cdot 10^{-5}$	$1,38 \cdot 10^{-5}$	$2,77 \cdot 10^{-5}$	$2,77 \cdot 10^{-5}$	$2,77 \cdot 10^{-5}$
$v_d [\text{mm/mm}]$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2

**Figure 18 :** Tableau des caractéristiques des essais d'extension de la première série.

Les résultats obtenus sur le **module de compressibilité hydrostatique  $K_h$**  sont moins dispersés lors de la 3<sup>ème</sup> série<sup>4</sup> que lors de la première : 7,7 GPa. Cela prouve que la méthode de chargement hydrostatique régulé laisse transparaître moins d'aléas que la méthode de char-

<sup>3</sup> Ce terme est adopté conformément à la tradition des mécaniciens et aux indications du dictionnaire de rhéologie [Groupe Français de Rhéologie, 1988], bien que certains auteurs emploient la dénomination de coefficient d'incompressibilité [Coussy, 1991, par exemple], arguant que le matériau est d'autant moins compressible que ce paramètre est fort.

<sup>4</sup> Nous ne présentons pas les résultats de la deuxième série, pendant laquelle des problèmes techniques ont été rencontrés (fuites, jeux de pièces métalliques, défaillance de l'électronique, coupures de courant...), conservons cette terminologie.

gement manuel en escalier. Les modules déterminés après essai paraissent plus faibles que les modules initiaux.

n°essai		15	18	19	21	24	25	26
$\rho$ [kg dm <sup>-3</sup> ]		2,19	2,19	2,22	2,19	2,17	2,17	2,19
$p$ [MPa]		22	60	60	60	45	45	30
type de chargement		extension-compression	extension	extension	extension-compression	extension	extension	extension
$K_{hydr}$ [GPa]	i	7,74	9,2	8,73	8,73	7,6	7,33	7,57
	f	6,57				5,7	7,11	6,93
$n_f$ [%]	i	0,1	0,7	0,7	0,5	0,4	0,15	0,1
	f	0,6				0,6	0,2	0,4

**Figure 19 :** Tableau des caractéristiques des essais d'extension de la troisième série.

Toutes les phases déviatoriques des essais ont été réalisés sous une vitesse de chargement axial de 0,2 mm/mn ( $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ); le chargement ou déchargement hydrostatique a été réalisé à la vitesse de 9,9kPa/s.

La vitesse est imposée en force axiale à 20N/s, et la pression de confinement est réglée sur la base de la force rapportée à la section du piston de la cellule. "i" et "f" se rapportent aux valeurs initiale et finale.

Concernant la **porosité de fissures**, les chiffres proposés permettent de fixer un ordre de grandeur :  $n_f < 0,7\%$ , mais la précision est quelque peu incertaine, notamment en raison des irréversibilités du système lors de la mise en confinement. Une preuve en est l'irréversibilité lors de la mise en pression sur un cycle (figure 16). En comparant les valeurs déterminées en début et en fin d'essai, il semble que la porosité de fissures est accrue au cours du chargement, ce qui paraît naturel, si des microfissures se sont développées.

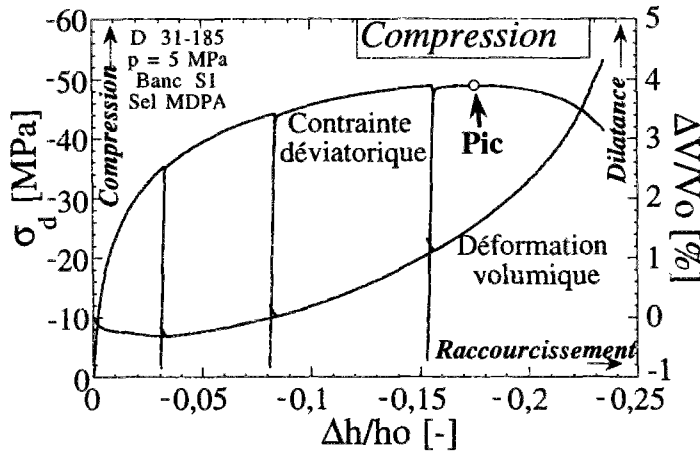
#### 4.4. Chargement déviatorique en compression

Les essais de compression sont réalisés sur des éprouvettes de diamètre 60mm et de hauteur 120mm. La contrainte de Cauchy est calculée sur la section actuelle en supposant que la forme cylindrique est conservée comme indiqué en annexe I. Les résultats présentés dans cette partie montrent l'évolution de la contrainte de Cauchy avec la déformation axiale linéarisée ou la déformation volumique, dans certaines conditions de pression. Nous en tirons quelques informations ou confirmations sur le comportement mécanique du sel gemme et proposons quelques définitions.

##### 4.4.1. Déformations permanentes

Au cours de ces essais, des "excursions" en dehors du trajet de chargement initial sont effectuées (cycles décharge-recharge) de façon à revenir dans le domaine élastique. De nombreuses formes d'excursions peuvent être envisagées. La plus simple consiste à faire varier la force axiale dans le sens opposé au trajet initial : décharge puis recharge en compression ou recharge puis décharge en extension.

Ces excursions sont riches en informations (figure 20). Elles permettent de montrer l'existence de déformations irréversibles, quel que soit le confinement. La déformation axiale présente une partie réversible (proportionnelle à la contrainte appliquée) qui, au cours du chargement, s'accroît beaucoup moins que la partie irréversible : la **déformation irréversible est prépondérante** dans la déformation du sel gemme soumis à un chargement rapide.

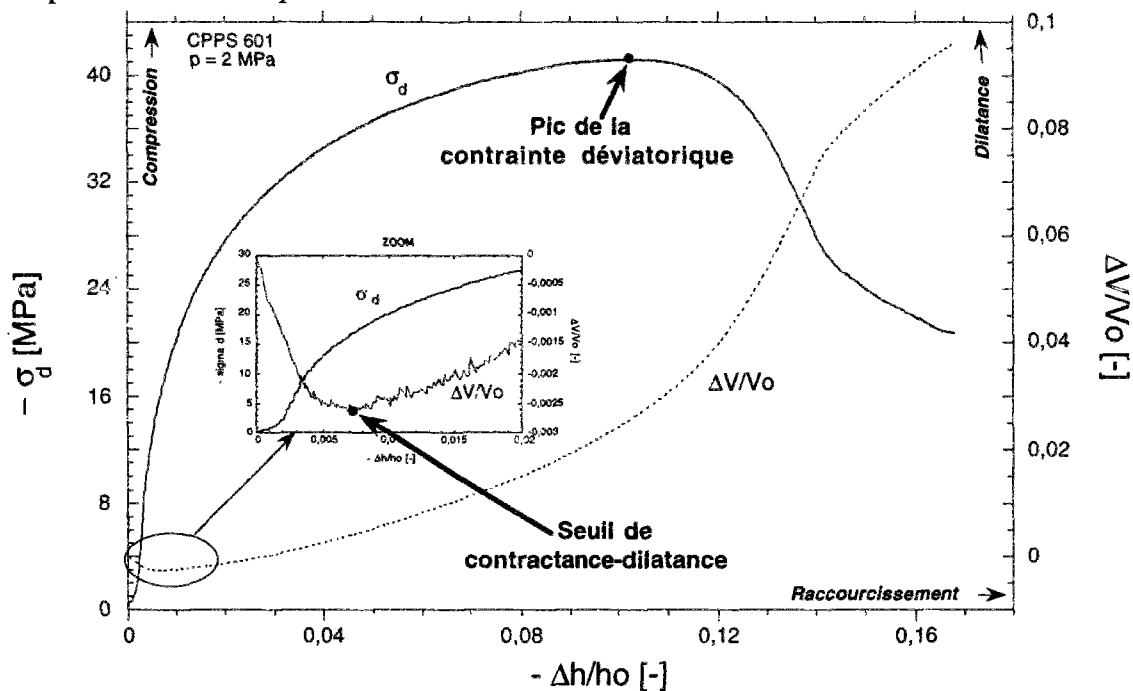


**Figure 20 :** Exemple de comportement en compression du sel gemme avec excursions en décharge. On constate que la déformation irréversible est prépondérante.  $\sigma_d$  est la contrainte déviatorique,  $\Delta V/V_0$  est la déformation volumique totale et  $\Delta h/h_0$  est la déformation axiale linéarisée. La vitesse de chargement est de 0,2mm/mn, soit  $2,77 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ .

On constate par ailleurs sur la figure 20 que, en dehors des excursions, les courbes d'évolution de la contrainte et de la déformation volumique ne sont pas monotones, ce qui traduit un changement dans le comportement du matériau. D'une part sa continuité s'estompe peu à peu lorsque la dilatance apparaît, et d'autre part ses capacités à supporter un effort s'amointrissent, lorsque le déviateur extrême est atteint. Cela nous permet de définir des points caractéristiques.

#### 4.4.2. Points caractéristiques

Au cours des essais de chargement déviatorique, la réponse du matériau permet de définir plusieurs points caractéristiques.



**Figure 21 :** Définition du pic de contrainte et du seuil de contractance-dilatance.  $\sigma_d$  est la contrainte déviatorique,  $\Delta V/V_0$  est la déformation volumique totale et  $\Delta h/h_0$  est la déformation volumique linéarisée.

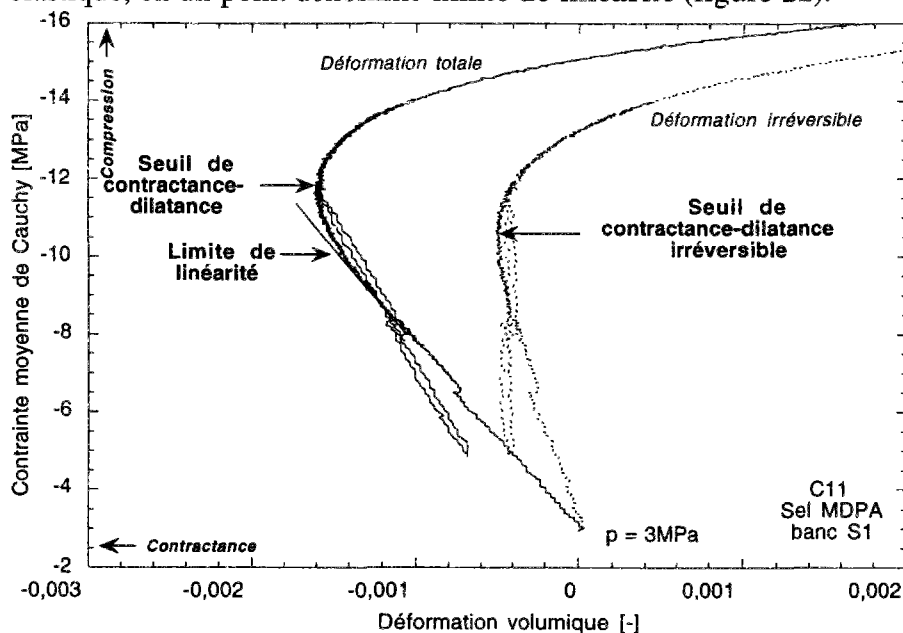
Le **pic de contrainte** est déterminé uniquement au cours d'un essai de compression (il n'est pas obtenu pendant un essai d'extension, pour lequel le chargement n'entre pas dans le domaine

de la traction), lorsque le comportement n'est pas en régime purement ductile, c'est à dire pour des essais où la pression de confinement est inférieure à 10 MPa. Le pic de contrainte correspond au maximum (en valeur absolue) de la contrainte déviatorique de Cauchy (figure 21). L'existence du pic de contrainte dépend des conditions de sollicitation du matériau (vitesse, température, pression), et n'est pas assurée dans tous les cas de chargement. Par exemple, sous température et pression élevée, le radoucissement disparaît, comme nous l'avons constaté au premier chapitre.

Le **seuil de contractance-dilatance**, ou **seuil de foisonnement** ou **seuil caractéristique** [Habib, 1953, Luong, 1981] est défini, en compression comme le minimum de la déformation volumique totale (figure 21 ou figure 22).

Sirieys [1982] a déterminé le seuil de contractance-dilatance dans le cas de roches dures. En compression uniaxiale, par exemple, le seuil de contractance-dilatance rapporté à la résistance à la rupture est de 30% pour un granite et nul pour un marbre. Ces chiffres sont empiriques, mais permettent de fixer les idées. Nous verrons plus loin que pour le sel gemme 30 à 50% en compression simple sont des valeurs plausibles.

La courbe {déformation volumique totale; contrainte moyenne de Cauchy} présente, au début du chargement, une partie linéaire. Cette dernière correspond à la contraction élastique. Au seuil de contractance-dilatance, il est certain que le matériau a déjà été endommagé, mais cela ne coïncide pas avec le début de la microfissuration. L'initiation de celle-ci débute avec la fin de la contraction élastique, en un point dénommé **limite de linéarité** (figure 22).



**Figure 22 :** Définition des déformations volumiques caractéristiques. Exemple sur un essai.

La décharge réalisée à proximité du seuil de contractance-dilatance permet de vérifier que la déformation irréversible est bien calculée. En effet, la courbe de la contrainte moyenne en fonction de la déformation irréversible est presque de pente infinie au cours du cycle de décharge-recharge.

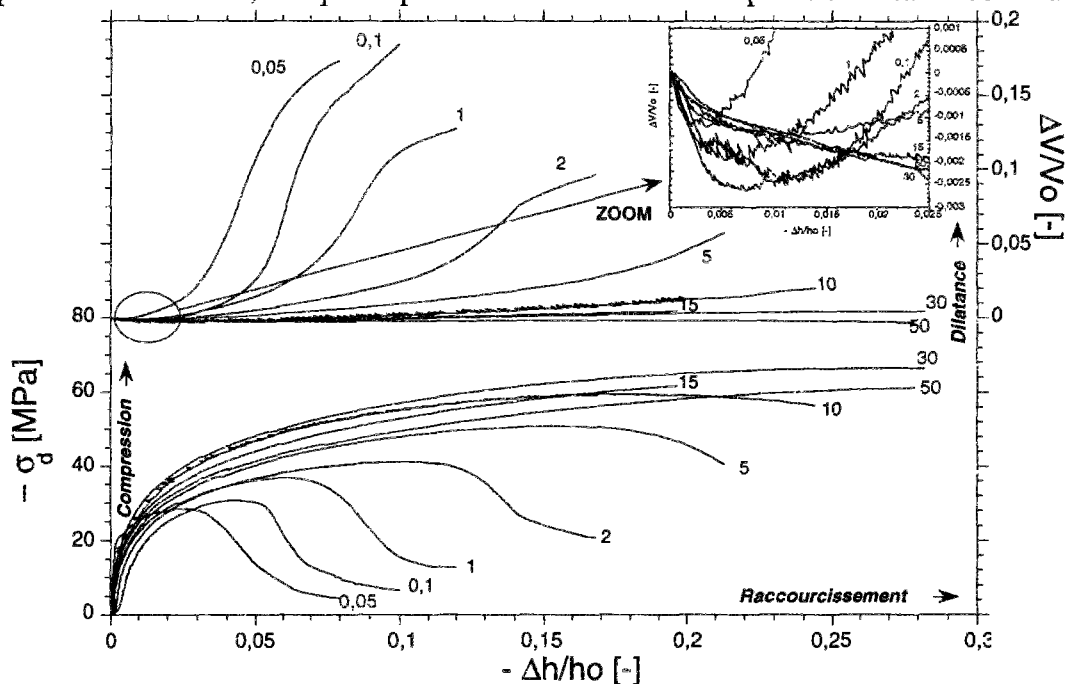
Le seuil de contractance-dilatance est considéré comme le seuil de fissuration instable, tandis que la limite de linéarité est lié à un état d'initiation de la fissuration [Panet, 1976].

Lorsque l'on déduit les déformations élastiques des déformations totales, il demeure les déformations irréversibles. Le tracé de la courbe {déformation volumique irréversible; contrainte moyenne de Cauchy} montre une contractance irréversible suivie d'une dilatance irréversible. Le minimum des déformations volumiques irréversibles correspond au **seuil de contractance-dilatance irréversible**, ou "seuil irréversible" (figure 22).

Nous pensons qu'étant donnée la faible porosité du sel gemme, le phénomène de contractance irréversible n'a pas grand sens physique et relève plutôt de la technique de mesure. La contractance mesurée est d'ailleurs négligeable. C'est pourquoi nous allons désormais nous baser sur la limite de linéarité qui est proche du seuil de contractance-dilatance.

#### 4.4.3. Influence du confinement

La pression de confinement joue un rôle sur la réponse du matériau à un chargement déviatorique (figure 23). Il apparaît que la réponse du sel gemme dépend de moins en moins de la contrainte moyenne lorsque celle-ci est élevée (en valeur absolue), à tel point que les courbes sont pre-



**Figure 23 :** Réponse à un chargement déviatorique en compression sous différents confinements. Les chiffres indiqués à proximité des courbes correspondent à la pression de confinement en MPa. L'évolution de la contrainte déviatorique  $\sigma_d$  en fonction de la déformation axiale linéarisée  $\Delta h/h_0$  montre une phase radoucissante pour des confinements inférieurs ou égaux à 10 MPa. La déformation volumique totale  $\Delta V/V_0$  est importante dans la phase post-pic.

#### 4.4.3.1. Forme des éprouvettes : modes de fissuration

L'analyse du faciès de fissuration effectuée à la fin des essais triaxiaux (figure 24) montre différents modes de fissuration, semblables à ceux observés sur d'autres géomatériaux. Ils peuvent être classés en trois groupes :



**Figure 24 :** Forme des échantillons avant et après essai de compression.

La fissuration, localisée en compression simple de sorte que l'échantillon s'écaille, ne laissant que deux blocs coniques, est de plus en plus diffuse lorsque la pression de confinement est accrue, voire inexistante pour les confinements les plus forts.

- **Déformation en tonneau sans rupture macroscopique.** Pour ces essais réalisés sous une pression de confinement supérieure à 10 MPa, le pic de la courbe contrainte-déformation n'est pas atteint pour des déformations axiales de moins de 20% voire même de 35% (sous 60MPa de confinement), le déviateur maximal étant supérieur à 50 MPa. Sous ces pressions élevées, la fissuration se développe très peu et le comportement mécanique du sel gemme est durcissant. La déformation volumique contractante varie de 0,1% à 0,4%, et la dilatante de 0,15 à 0,6%.

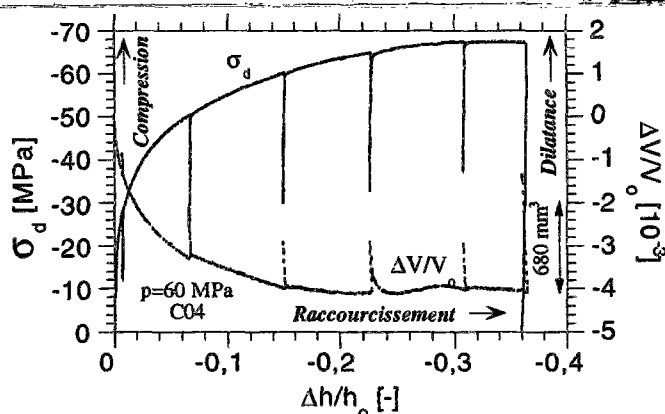
S'il est clair que le seuil de contractance-dilatance peut être déterminé sous faible confinement, l'interprétation est moins aisée sous les confinements les plus forts. En effet, sous l'action du mouvement du piston de la cellule, l'éprouvette est déformée axialement. Puisqu'il n'y a pas de rupture, au sens de la diminution de la résistance macroscopique, l'échantillon varie peu en volume, mais se déforme largement en conservant une forme plus ou moins cylindrique, et en augmentant son rayon. Le diamètre des embases ne variant pas, celles-ci poinçonnent peu à peu l'éprouvette, et provoquent la formation d'une collerette, décomprimée, se fissurant quelque peu. Il est donc possible que la faible dilatance observée sous les plus forts confinements (valeurs mesurées très faibles, voire négligeables dans la pratique) ne reflète pas le comportement réel du sel gemme soumis au chargement homogène désiré (figure 25).





**Figure 25 :** Échantillon ayant subi une compression triaxiale réalisée sous 60MPa de confinement.

On comparera un échantillon sain et l'échantillon déformé. Les courbes d'évolution de la contrainte déviatorique  $\sigma_d$  et de la déformation volumique totale sont données en fonction de la déformation axiale linéarisée  $\Delta h/h_0$ .



- **Déformation en tonneau avec fissures macroscopiques.** L'échantillon demeure en un morceau principal. Ce comportement est dû à une pression de confinement comprise entre 1 MPa et 10MPa. Le pic de contrainte est atteint dans la plupart des cas pour des déformations axiales d'autant plus grandes que le confinement est fort (de 6 à 10% pour un confinement de 1 à 2 MPa et de 15 à 18 % pour un confinement de 5 à 10 MPa). Les déformations contractantes et dilatantes varient respectivement de 0,1 à 0,25% et de 2 à 17%. La dilatance est d'autant plus forte que le confinement est faible. Lorsqu'il y a dilatance, la fissuration observée en fin d'essai est plutôt orientée selon des plans contenant l'axe de l'éprouvette, tout en suivant une symétrie axiale.

- **Rupture de l'échantillon en plusieurs morceaux.** Ce phénomène se produit dans le cas d'un faible confinement. On distingue généralement parmi tous les morceaux brisés, deux morceaux plus gros de forme grossièrement tronconique, dont les bases respectives coïncident à peu près avec celles de l'échantillon.



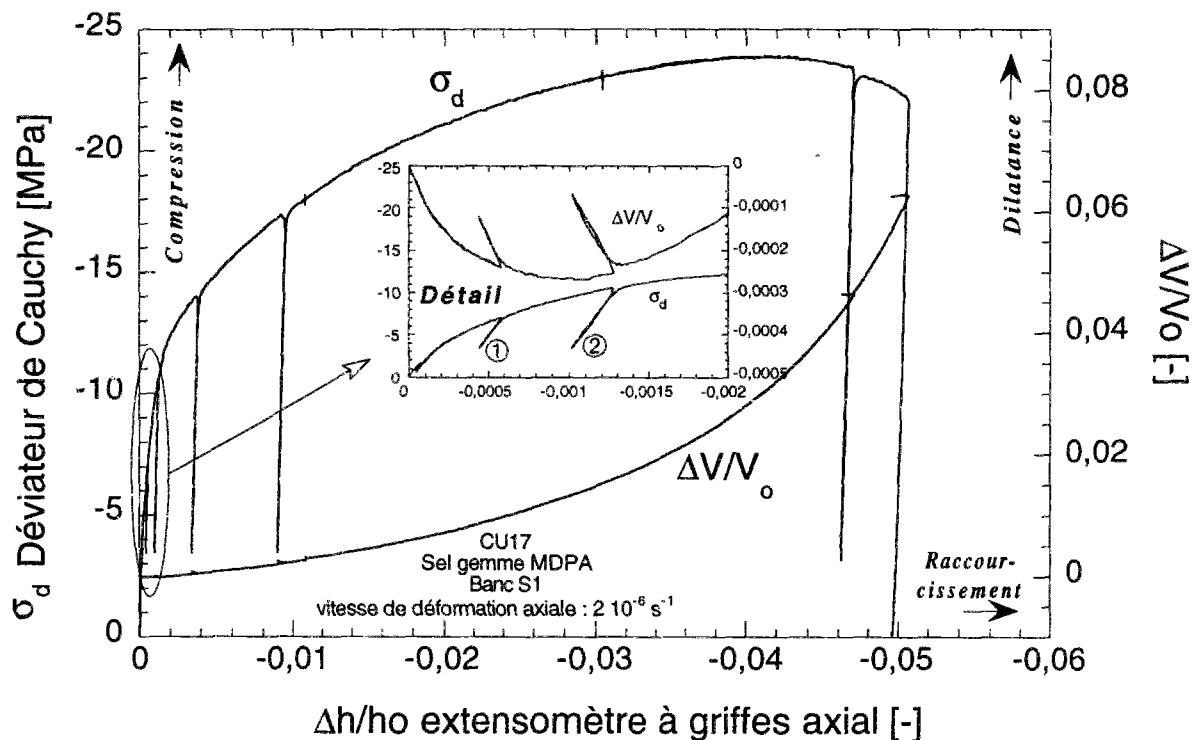


#### 4.4.3.2. Compression uniaxiale

Nous détaillons ce chargement particulier, car nous avons réalisé quelques essais utilisant une autre technique de mesure des déformations : un extensomètre à griffe et un extensomètre lié à une chaînette, placés à même l'éprouvette permettent la mesure de la déformation axiale et de la déformation circonférentielle au centre de l'échantillon. Ces mesures dites "locales" concernent une zone centrale de l'éprouvette d'une hauteur de 50mm (le diamètre de l'éprouvette et sa hauteur étant respectivement de 60 mm et 120mm). Ces capteurs performants de marque MTS sont décrits en annexe I.

##### Chargement sous contrôle axial

Au cours de ce chargement, la déformation locale axiale est contrôlée par l'extensomètre à griffe. Pour s'assurer d'une bonne mise en place de ce capteur, sans risque de glissement de ce dernier (ce qui est primordial pour le capteur contrôlant le mouvement), on impose plusieurs cycles de chargement en contrainte à faible amplitude (pour éviter l'endommagement de l'éprouvette).



**Figure 26 :** Essai uniaxial à déformation axiale imposée : évolution de la contrainte déviatorique et de la déformation volumique locale en fonction de la déformation axiale locale.

Les déformations axiales irréversibles apparaissent avant le seuil de contractance-dilatance.

Sur la figure 26, on représente l'évolution de la contrainte déviatorique et de la déformation volumique locale. Un agrandissement des courbes au début du chargement permet de constater grâce aux premières décharges, que des déformations axiales irréversibles apparaissent très tôt et ce, avant le seuil de contractance-dilatance. La figure 27 permet de montrer l'absence de déformation volumique irréversible tant que le seuil de contractance-dilatance n'est pas atteint. On a donc affaire, dès le début du chargement déviatorique à des **déformations irréversibles à volume constant tant que le seuil de contractance-dilatance n'est**

pas atteint. On retrouve le même comportement pour un essai réalisé dans les mêmes conditions (figure 28).

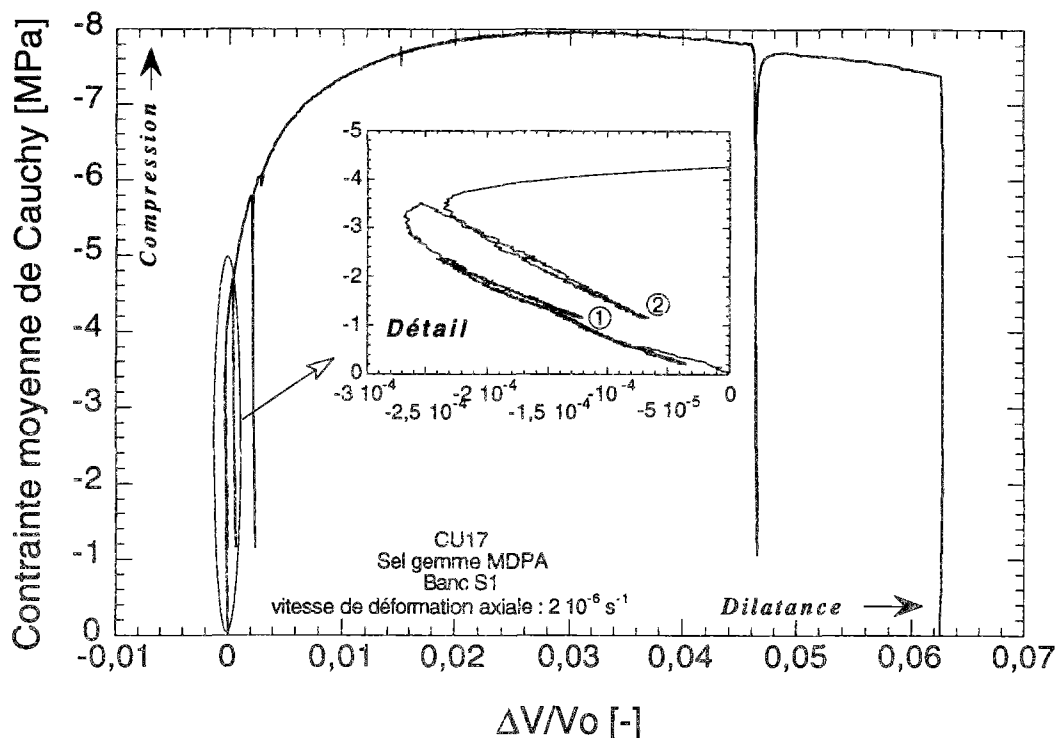


Figure 27 : Essai uniaxial à déformation axiale imposée : évolution de la contrainte moyenne avec la déformation volumique locale.

On constate que les déformations volumiques sont réversibles tant que le seuil de contractance-dilatance n'est pas approché (1<sup>ère</sup> décharge), et que les déformations volumiques sont irréversibles une fois ce seuil atteint.

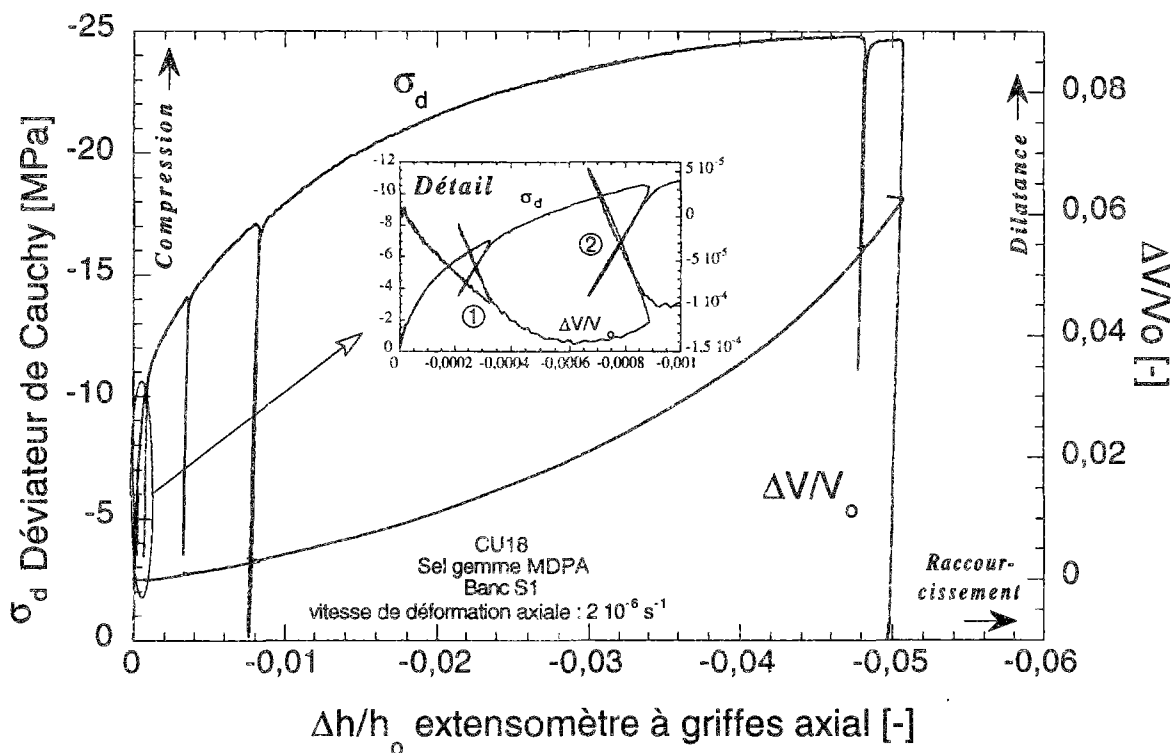
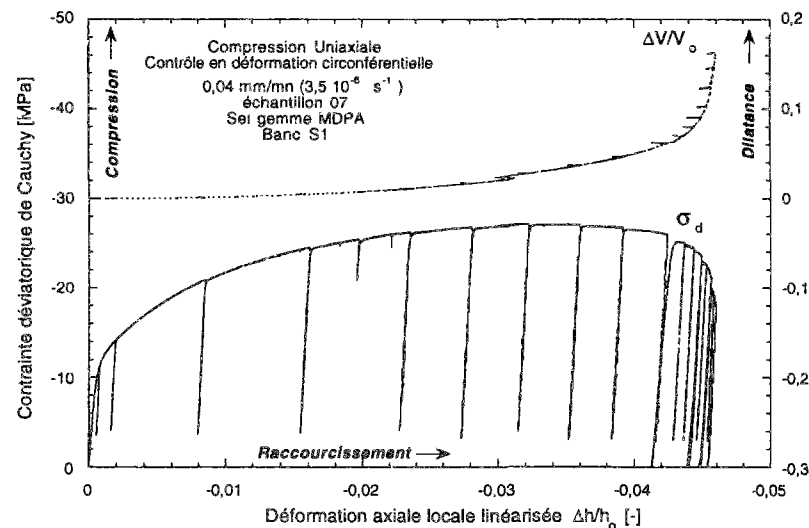


Figure 28 : Essai de compression uniaxiale à déformation axiale locale contrôlée.  
On comparera cette courbe avec celle de la figure 26

Nous retiendrons que le **seuil de plasticité après écouvissage** est **particulièrement bien marqué**, en comparaison avec d'autres géomatériaux (les argiles par exemple).

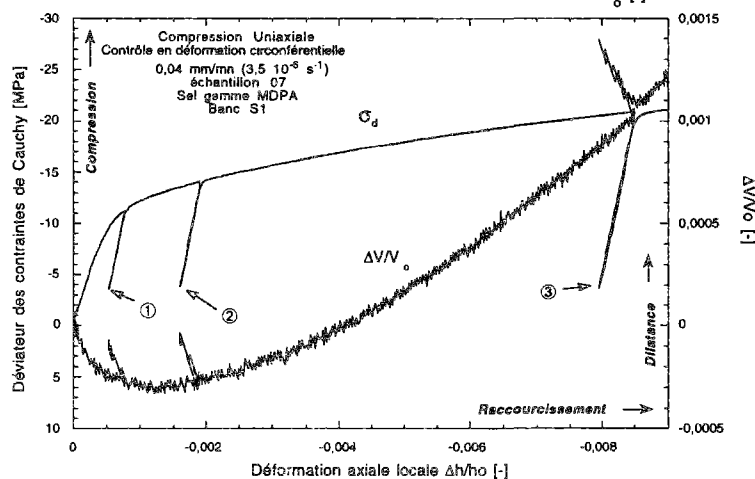
### Chargement sous contrôle radial

Le chargement est piloté avec le capteur extensométrique circonférentiel. On contrôle alors mieux l'évolution de la fissuration quasi-v verticale qui affecte la déformation radiale. L'essai dont le résultat est présenté sur la figure 29 permet d'observer le début de la phase radoucissante.



**Figure 29 :** Essai de compression uniaxiale sur le sel gemme piloté à déformation radiale constante.

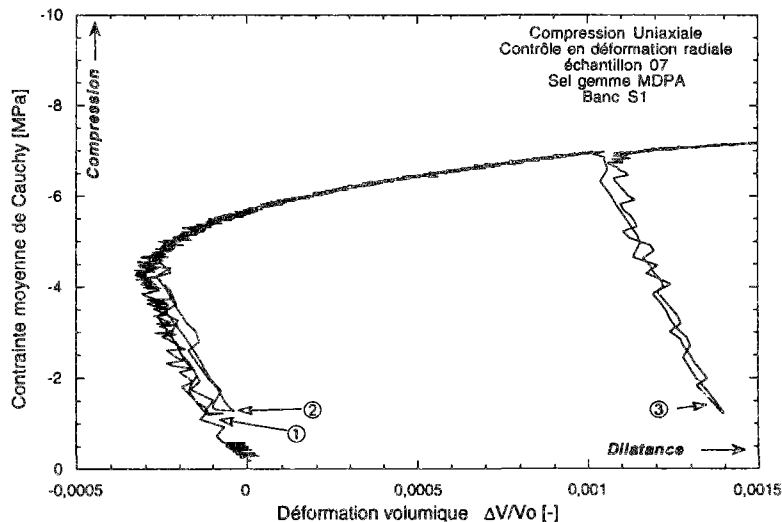
On constate une nette accélération de la dilatacion au cours de la phase de radoucissement.



**Figure 30 :** Début du chargement déviatorique lors d'un essai uniaxial sur du sel gemme MDPA : contrainte et déformations axiale et volumique.

Le chargement est contrôlé par la déformation radiale ( $2 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ ). Sur le graphique du haut sont représentées la contrainte déviatorique et la variation de volume en fonction de la déformation axiale linéarisée. On constate lors des décharges, notées dans l'ordre chronologique ①, ② et ③, qu'une déformation axiale permanente a été générée par le chargement antérieur. La déformation volumique est contractante, puis dilatante.

Sur le graphique du bas est représentée l'évolution de la contrainte moyenne avec la déformation volumique. On constate que, lors des décharges ① et ② effectuées avant et juste après le seuil de contractance-dilatance, la déformation volumique est presque totalement réversible, tandis qu'après la décharge ③ une dilatacion permanente subsistara.



L'apparition de déformations volumiques irréversibles uniquement après le seuil de contractance-dilatance se confirme aussi pour ce chargement (figures 30).

Il est intéressant de remarquer que les mêmes traits de comportement sont visibles pour les deux essais en compression uniaxiale pilotés l'un en déformation axiale et l'autre en déformation radiale.

#### 4.4.4. Conclusions sur le chargement en compression

Les essais uniaxiaux permettent de confirmer que le **comportement du sel gemme en compression** n'est pas de nature élastique-fragile, mais **élastoplastique**.

**Tant que le seuil de contractance n'est pas atteint, les déformations irréversibles du sel gemme sont isochores** (pas de déformation volumique irréversible). L'influence de la pression de confinement est semblable à celle observée sur d'autres matériaux et décrite dans la littérature (voir chapitre A) : plus la contrainte moyenne est élevée, plus le matériau est ductile.

Si la **pression de confinement est supérieure à 10MPa**, la **réponse en contrainte est semblable** pour tous les essais de compression, et la déformation volumique totale est très faible (inférieure au demi pour-cent). Dans ces conditions, **la rupture macroscopique n'est plus observée** malgré des déformations axiales importantes (jusqu'à 36%).

La limite de linéarité permet de déterminer l'initiation de l'endommagement, lequel se manifeste par l'apparition de déformations volumiques irréversibles dilatantes. Le seuil de contractance-dilatance est très proche de la limite de linéarité et son usage pour la détermination du début de l'endommagement est une approximation raisonnable.

La fissuration, qui apparaît principalement pour des confinements inférieurs à 10MPa est généralement orientée verticalement, et la symétrie de révolution est globalement conservée.

En compression simple, la limite de linéarité est atteinte pour une contrainte moyenne de 3 à 4 MPa, soit un déviateur d'environ 10MPa, pour fixer les idées. Cela signifie qu'à 250m de profondeur environ, où un calcul rapide en élasticité donne une pression géostatique de l'ordre 5 MPa en terrain vierge, le creusement d'une galerie non soutenue<sup>5</sup> engendrerait un déviateur des contraintes de 10 MPa, pouvant provoquer l'endommagement du sel gemme.

---

<sup>5</sup> Le soutènement des matériaux visoplastiques n'est efficace que si le seuil de viscoplasticité est non nul.

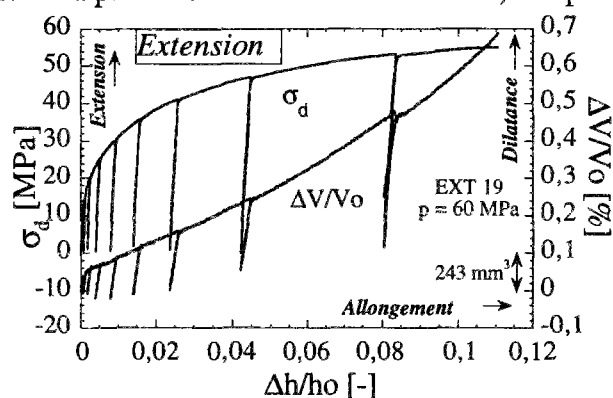
### 4.5 Chargement déviatorique en extension

L'essai d'extension est réalisé sur des éprouvettes cylindriques de diamètre  $\varnothing=50,8$  mm (2 pouces), et de hauteur  $h=120$  mm soumises à un **chargement compressif** triaxial axisymétrique (voir en annexe I pour la partie technique et au début de ce chapitre pour les trajets de chargement).

La gamme des déviateurs pouvant être appliqués en extension est limitée par la valeur de la pression de confinement exercée. En effet, si l'on conserve un contact simple entre le piston et l'échantillon, on ne peut pas mieux faire que d'annuler la contrainte axiale. Néanmoins, si le piston était rendu solidaire de l'échantillon, par un collage par exemple, pratiqué à l'EUDIL (Lille) sur du granite, il serait alors envisageable de pénétrer dans le domaine des tractions.

#### 4.5.1 Résultats typiques

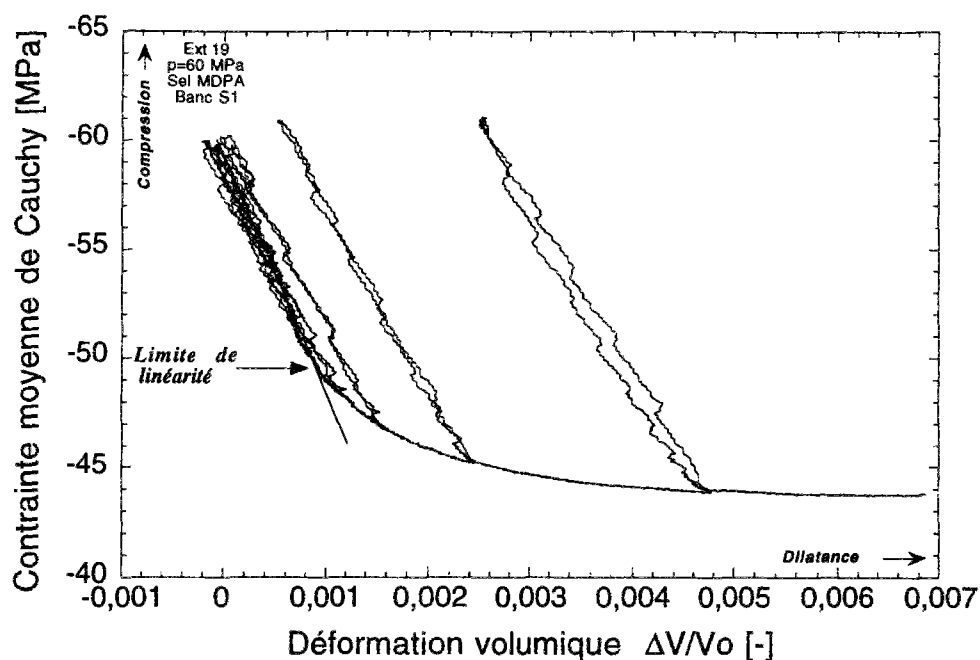
Lors des essais en extension axiale, la réponse de la contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale est monotone : le "radoucissement" n'a jamais été observé en extension pour des pressions de confinement atteignant jusqu'à 60 MPa. Le concept de pic des contraintes utilisé en compression ou en traction ne peut être retenu en extension, et le critère de rupture (défini à partir de la résistance maximum) n'a pas de sens en extension.



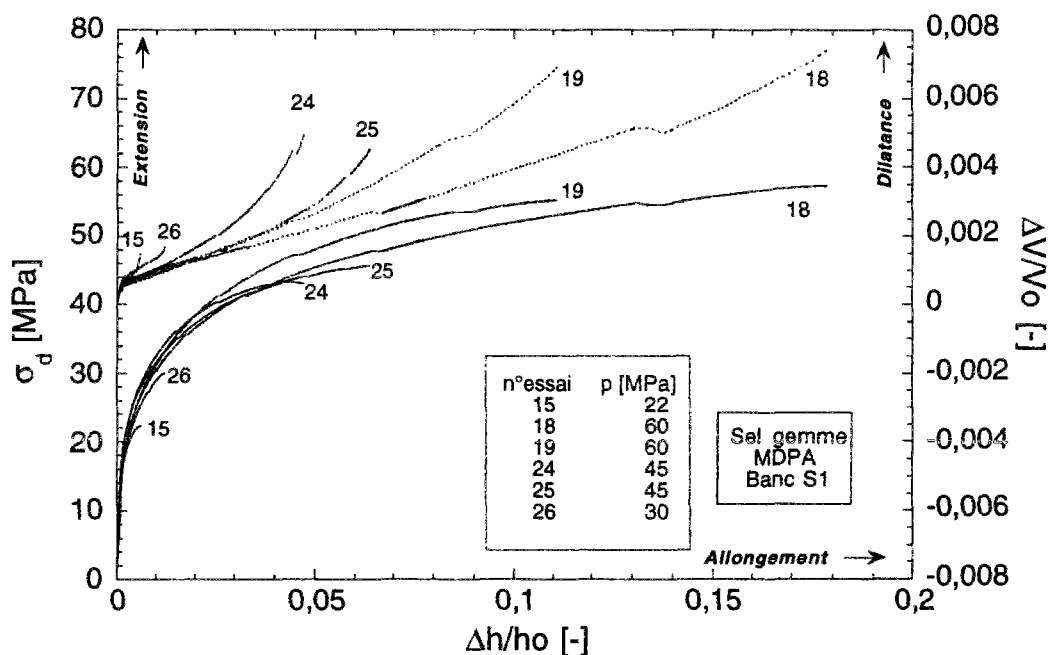
**Figure 31 :** Réponse typique en extension. On constate que la déformation volumique est dilatante, et que l'évolution de la contrainte déviatorique ne montre pas de radoucissement, si bien que la contrainte axiale est entièrement relâchée en fin d'essai.

La déformation volumique est tout de suite dilatante. En effet les déformations élastiques impliquent, lors de la phase déviatorique, une dilatation (qui est provoquée par un relâchement de la contrainte moyenne). A celle-ci peut se superposer une microfissuration qui est plutôt dilatante. On ne peut dans ce cas observer de seuil de contractance-dilatance, mais seulement une phase d'**accélération de la dilatance**, qui correspond à un développement de la fissuration (figure 31).

Il est nécessaire d'identifier la limite de linéarité (figure 32) ou le seuil de contractance-dilatance irréversible. L'accélération de la dilatance est d'autant plus précoce que le confinement est faible (figure 33). Les courbes {contrainte; déformation axiale} se superposent à peu près, tandis que les déformations volumiques, inférieures au pour-cent, ont une concavité vers le haut d'autant plus marquée que la pression de confinement est faible.



**Figure 32 :** Évolution de la contrainte moyenne avec la déformation volumique lors d'un essai d'extension. On détermine la limite de linéarité de visu, en identifiant le "décrochement" de la courbe par rapport à la pente de chargement initial.

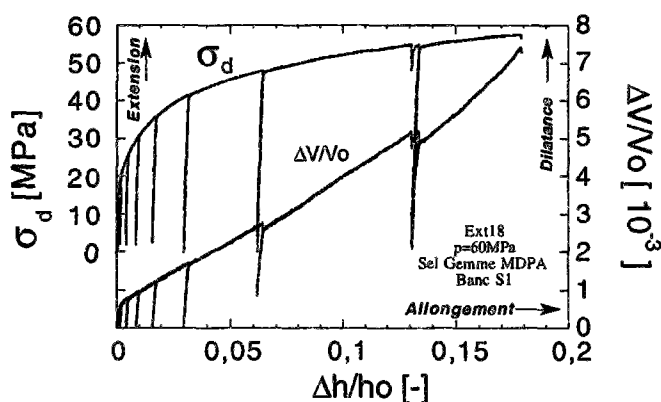
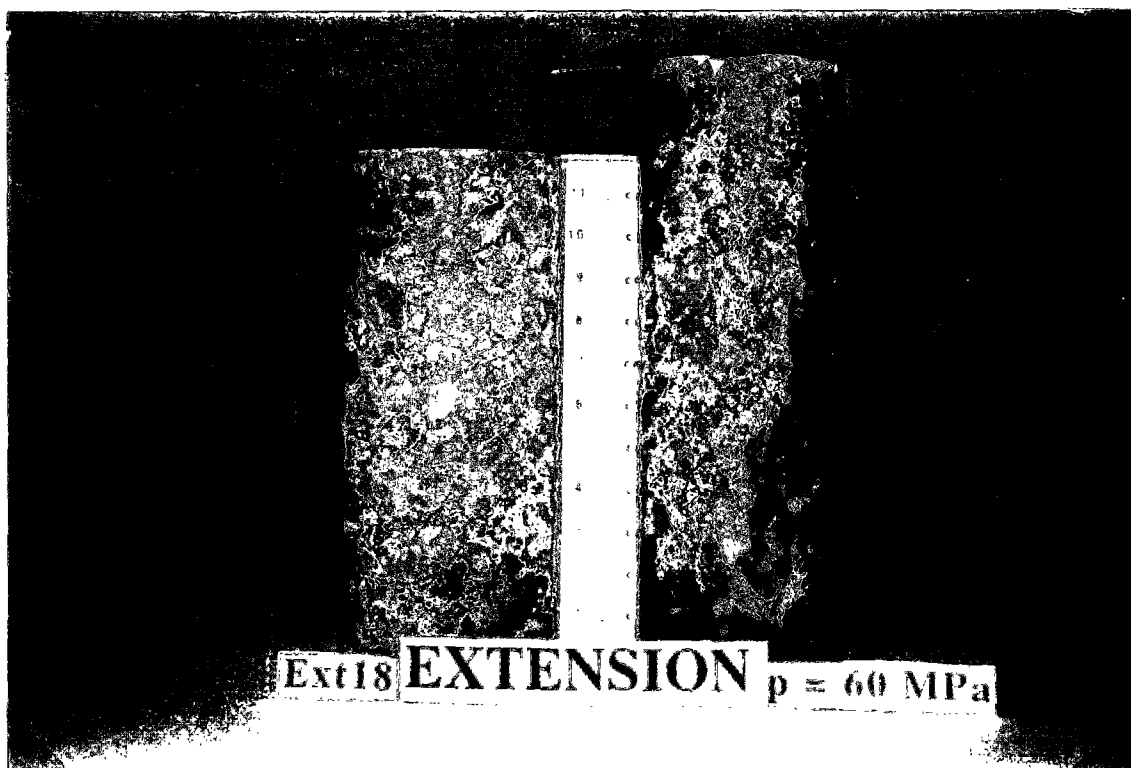


**Figure 33 :** Sélection de courbes d'essai d'extension.

Les cycles de recharge-décharge élastiques ont volontairement été gommés, ce qui provoque des petits sauts artificiels sur les courbes. On distingue une accélération de la déformation volumique. La vitesse de déformation axiale est imposée égale à  $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

#### 4.5.2 Mode de fissuration en extension

L'essai d'extension favorise un mode préférentiel de fissuration (ouverture de fissures dans des plans perpendiculaires à l'axe de la contrainte mineure). On présente sur la figure 34 une image des échantillons avant et après essai d'extension.



**Figure 34 :** Forme des échantillons avant et après essai d'extension.

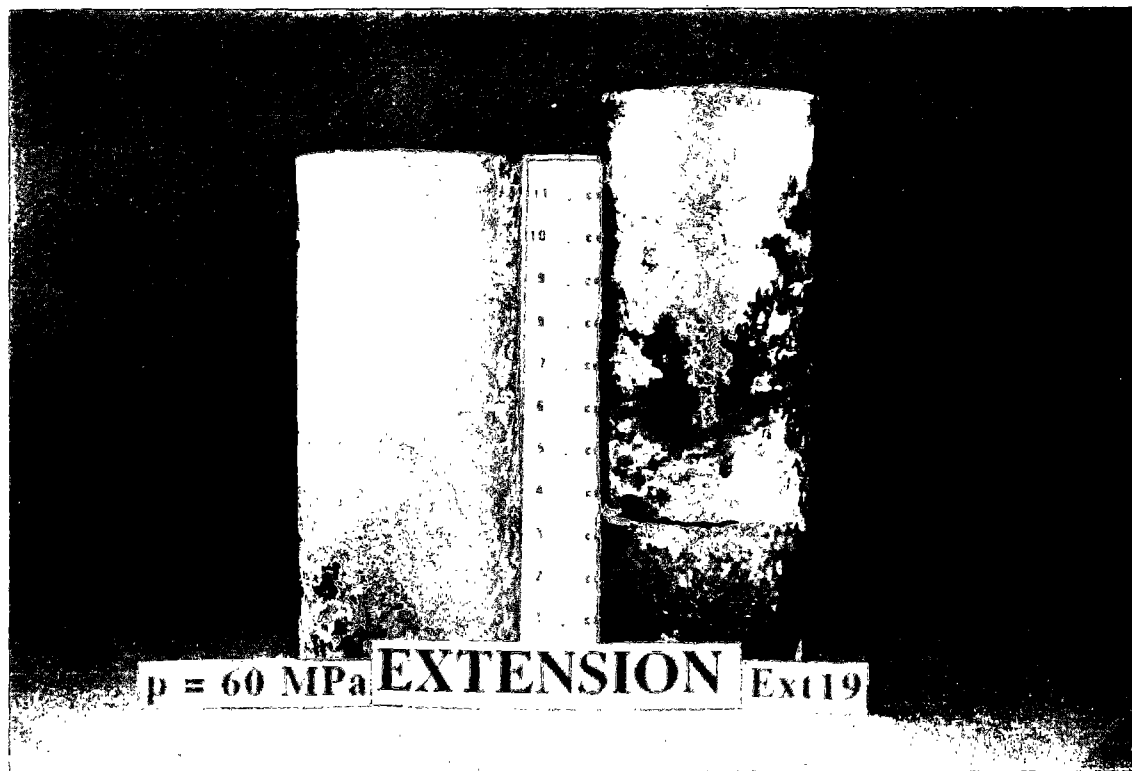
On constate que l'échantillon déformé conserve une forme cylindrique. Les courbes d'évolution de la contrainte déviatorique  $\sigma_d$  et de la déformation volumique  $\Delta V/V_0$  en fonction de la déformation axiale  $\Delta h/h_0$  sont reproduites ci-contre.

En fin d'essai, les échantillons ont à peu près conservé une forme cylindrique (de façon bien plus homogène qu'en compression) et sont fissurés. Le plan de fissuration est orthogonal à l'axe de l'éprouvette, de préférence sur les défauts de l'éprouvette. Il est certain que les fissures sont apparues au cours du chargement déviatorique et non en fin d'essai, car la jaquette est fortement pincée là où les fissures ont été générées. Il est arrivé que l'échantillon soit rompu en deux blocs, mais ce n'est qu'une exception (figure 35). Dans ce cas, la fissure majeure a été générée à partir d'un défaut visible sur la périphérie de l'éprouvette (sel de moindre pureté). Le constat d'une rupture en extension due à la présence d'impureté est fréquent. Fokker et al. [1993] citent la présence d'inclusions ou de litage argileux au voisinage de la surface de rupture macroscopique. Cette surface est un plan qui ne contourne jamais les cristaux de sel qui sont rompus d'une façon nette, comme l'ont déjà remarqué Bergues et al. [1987].

En extension, les effets de bord sont de plus faible importance. En effet la contrainte axiale est réduite, et par là même le frottement, ce qui permet d'observer des échantillons assez réguliers conservant leur **forme cylindrique** (photo de la figure 34).







**Figure 35 :** Rare exemple de rupture macroscopique en extension.

Le plan de rupture est net et traverse les grains sans distinction. Il coïncide avec la présence d'impuretés.

#### 4.5.3 Conclusions sur le comportement en extension

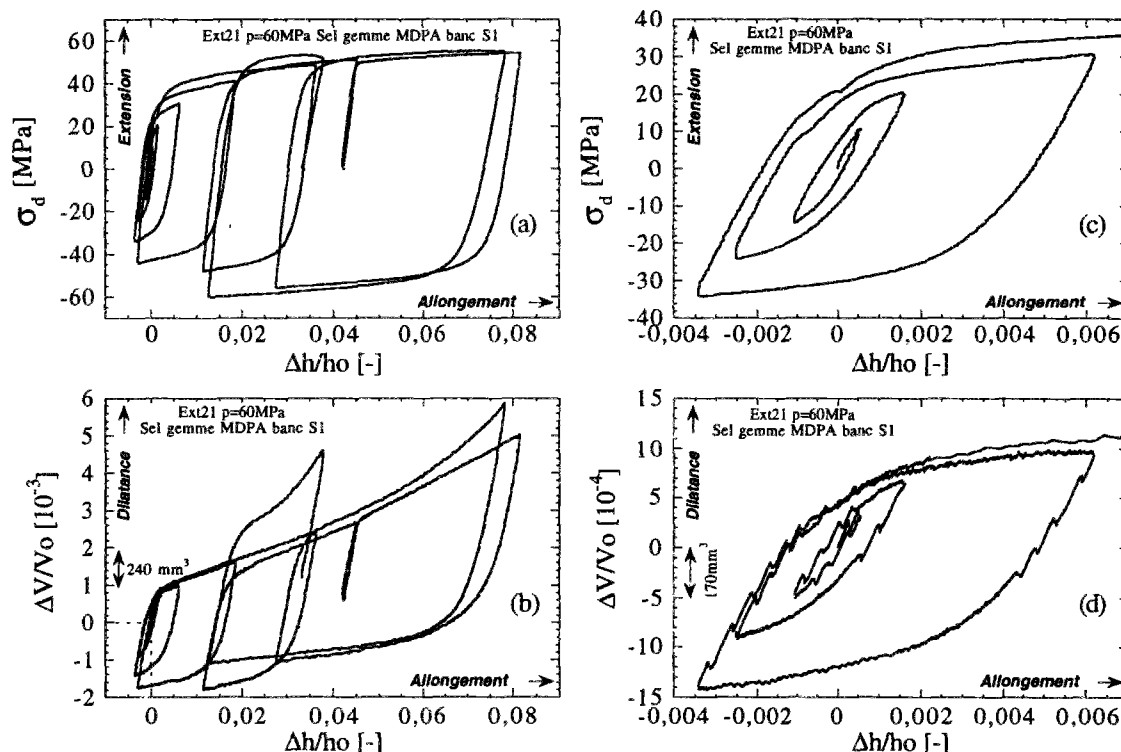
L'essai d'extension est un essai en mode compressif permettant de tester une éprouvette selon un chemin de contrainte différent de la compression triaxiale. L'expérience permet de mettre en évidence :

- un mode de fissuration perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette;
- une dilatance s'accroissant en cours d'essai;
- des déformations volumiques faibles (moins de 1%), du même ordre de grandeur pendant le chargement déviatorique qu'au cours de chargement hydrostatique, cela en raison principalement du niveau élevé (en valeur absolue) de la contrainte moyenne nécessaire pour mettre en œuvre cet essai;
- un écrouissage uniquement positif (pas de radoucissement);
- l'absence de déformation localisée dans une vision macroscopique, même jusqu'à 20% de déformation environ.

#### 4.6 Chargement alterné extension-compression

Nous avons vu quel est le comportement du sel gemme en compression puis en extension. Nous présentons maintenant le résultat d'un essai au chargement déviatorique alterné en extension et en compression. La contrainte appliquée est telle que le déviateur  $\sigma_d$  est alternativement positif (extension) puis négatif (compression), son amplitude augmentant à chaque changement de sens de 5 MPa. Les courbes sont présentées sur les figures 36.





**Figure 36 :** Essai triaxial sous chargement déviatorique alterné (extension et compression).

Les figures (a) et (b) montrent respectivement l'évolution de la contrainte déviatorique  $\sigma_d$  et de la déformation volumique  $\Delta V/V_o$  en fonction de la déformation axiale  $\Delta h/h_o$ . Les figures (c) et (d) sont des agrandissements des courbes en début d'essai. Le point de départ des courbes correspond exactement à l'origine (0,0). Tant que la contrainte déviatorique est inférieure (en valeur absolue) à 20MPa environ, le comportement en compression et en extension demeure grossièrement symétrique, par rapport à l'origine. Au-delà, la déformation axiale en extension augmente pour une faible augmentation du déviateur, ce qui conduit à déplacer peu à peu les cycles dans le domaine des déformations permanentes en extension. L'effet Bauschinger est visible sur la figure (a).

Il apparaît des différences de comportement entre la compression et l'extension. On constate que, contrairement à ce que l'on observe sur la plupart des géomatériaux [Hueckel, 1991a, 1991b], si une excursion (décharge-recharge) est imposée sans faire changer le signe de la contrainte déviatorique, le comportement est réversible (comme nous l'avons déjà constaté pour les chargements en extension pure ou en compression pure, même en compression simple). Par contre, dès que l'on franchit le Rubicon pour pénétrer dans le domaine de la contrainte déviatorique de signe opposé, la réversibilité est peu à peu perdue et laisse la place à un comportement irréversible. Le seuil de plasticité s'abaisse en valeur absolue pour des contraintes déviatoriques de signe opposé : c'est l'**effet Bauschinger**. Des boucles d'hystérésis se forment, traduisant une dissipation de l'énergie mécanique. Ceci a déjà été montré sur du sable [Lanier et al., 1991] et sur du sel [Aubertin et al., 1994].

La modification de la répartition des contraintes principales générée au passage de la compression à l'extension provoque également une dilatance de faible amplitude, qui est réversible en début d'essai, mais qui ne paraît pas récupérable sous les plus forts déviateurs : une **asymétrie de la déformation volumique par rapport à l'axe de dilatance nulle** s'instaure peu à peu.

Nous avons montré, en étudiant le faciès de rupture des éprouvettes après essai que la fissuration, quand elle est visible, n'est pas orientée selon les mêmes directions en compression et en extension. Il est possible, à la vue du résultat de cet essai, que la fissuration (l'apparition de déformations volumiques irréversibles) soit plus précoce en extension qu'en compression. Nous lèverons le doute de précaution dans les paragraphes suivants.

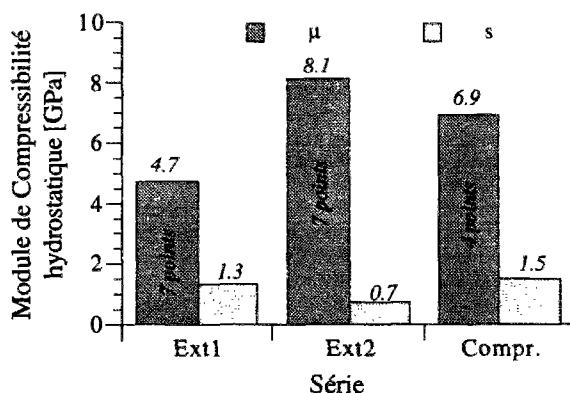
Au cours du chargement déviatorique que nous avons imposé, la contrainte moyenne n'est pas constante. En valeur absolue, elle est réduite en extension et accrue en compression. Cela peut avoir une influence si le critère de plasticité (et la surface de charge) dépend de la contrainte moyenne, et expliquer la présence de déformations axiales irréversibles principalement d'extension au cours de cet essai. Si le comportement du sel gemme était insensible à la contrainte moyenne, les courbes en compression et en extension demeureraient symétriques par rapport à l'origine. Cet essai de chargement alterné confirme donc, malgré une pression de confinement élevée la **sensibilité du comportement du sel gemme vis à vis de la contrainte moyenne**, laquelle varie dans ce cas de -40MPa en extension totale à -80MPa en compression.

#### 4.7 Paramètres élastiques

Les paramètres élastiques sont déterminés au cours du chargement déviatorique selon la procédure présentée en annexe II. Le module d'Young  $E$  axial et le coefficient de Poisson  $\nu$  sont calculés en faisant l'hypothèse d'isotropie du matériau.

##### 4.7.1 Chargement hydrostatique

Le module de compressibilité hydrostatique a été mesuré sur trois séries d'essai. La série "Ext1" pour laquelle la montée en pression était assurée manuellement, les séries "Ext3" et "Compr." ayant été automatisées. Tous les échantillons provenaient du même bloc de sel gemme ("Ext1" et "Ext3" sont des sous groupes de la série générale dénommée "Bloc E", et "Compr." coïncide avec "Bloc"). Il est difficile de tirer une conclusion, tant les résultats sont dispersés et peu nombreux. Il apparaît néanmoins que ce module est plus faible que le module dynamique, déterminé à partir des mesures de célérité des ultrasons, ce qui est classique.



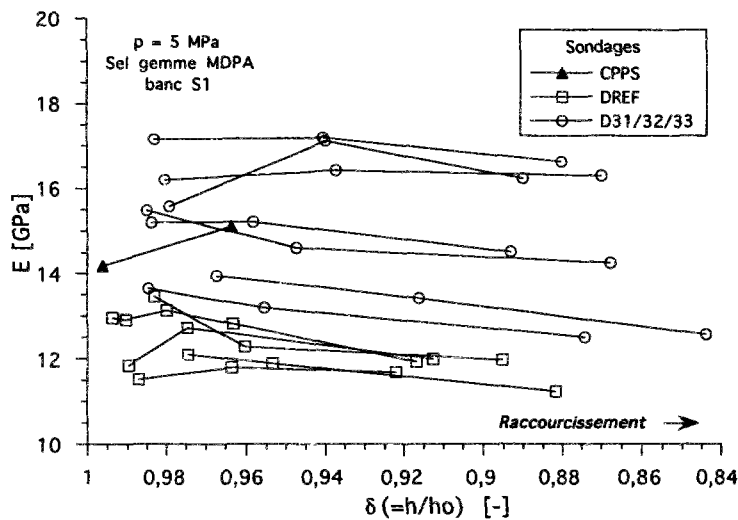
**Figure 37 :** Moyenne et écart-type du module de compressibilité hydrostatique, déterminé lors de la mise sous confinement.

Le nombre de points correspond au nombre d'essais sur lesquels les mesures ont été faites.

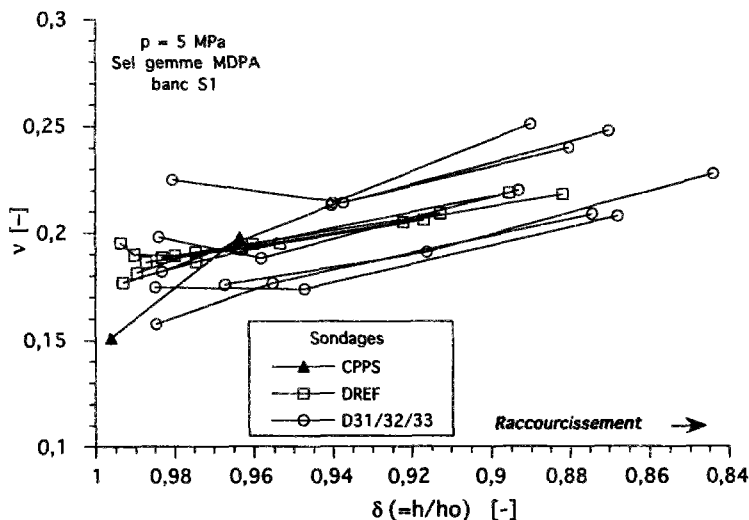
#### 4.7.2 Chargement déviatorique

Un chargement déviatorique peut provoquer des fissurations. Celles-ci affecteront plus ou moins les paramètres élastiques. Intuitivement, on imagine bien qu'un module d'Young déterminé dans une direction perpendiculaire aux plans de fissures (cas de l'extension), diminue lorsque la fissuration augmente. Dans le cas de plan de fissures contenant l'axe de chargement, l'intuition est limitée car des phénomènes plus complexes apparaissent (le flambage des écailles par exemple). La direction 1 étant celle du chargement, selon que la fissuration est orientée perpendiculairement à la direction 1 ou à la direction 2, le coefficient de Poisson devrait plutôt se réduire ou respectivement s'accroître.

Au cours des essais de **compression triaxiale** nous avons déterminé les paramètres élastiques globalement à partir d'une mesure de déformation axiale totale de l'éprouvette, et de la déformation volumique totale, pour les essais sous confinement. Plusieurs excursions en décharge étant effectuées au cours de chaque essai, on peut étudier sur quelques exemples l'évolution du module d'Young (figure 38), du coefficient de Poisson (figure 39), du module de compressibilité (figure 40) ou du module de cisaillement  $G$  (figure 41).

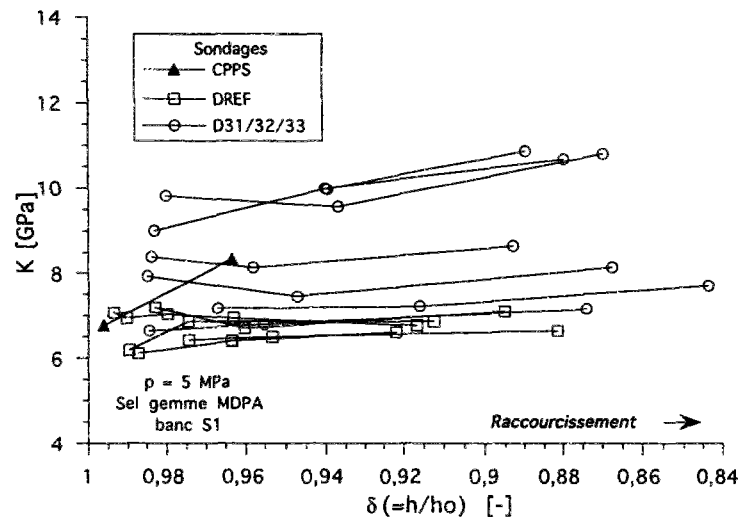


**Figure 38 :** Évolution du module d'Young  $E$  en fonction du raccourcissement axial  $\delta$  de l'éprouvette en compression triaxiale. Tous les échantillons sont soumis à une pression de confinement de 5 MPa. Ils proviennent du même banc de sel gemme, mais de sondages différents.

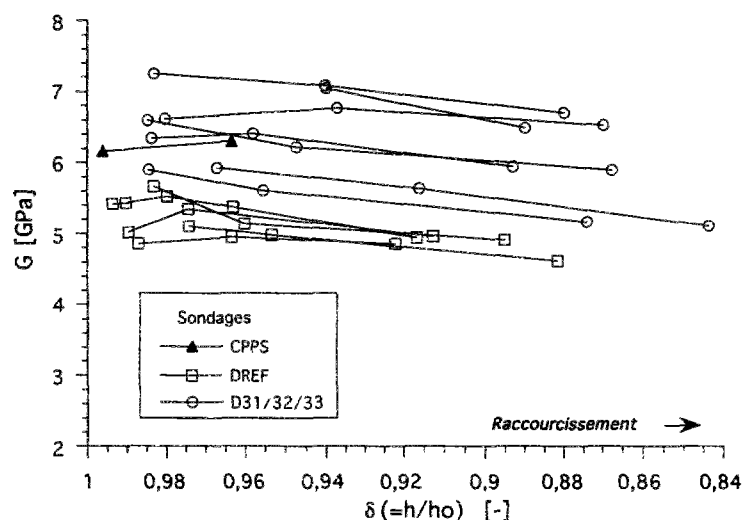


**Figure 39 :** Évolution du coefficient de Poisson  $\nu$  en fonction du raccourcissement axial  $\delta$  de l'éprouvette. Tous les échantillons sont soumis à une pression de confinement de 5 MPa. Ils proviennent du même banc de sel gemme, mais de sondages différents.

**Figure 40 :** Évolution du module de compressibilité  $K$  en fonction du raccourcissement axial  $\delta$  de l'éprouvette. Tous les échantillons sont soumis à une pression de confinement de 5 MPa. Ils proviennent du même banc de sel gemme, mais de sondages différents.

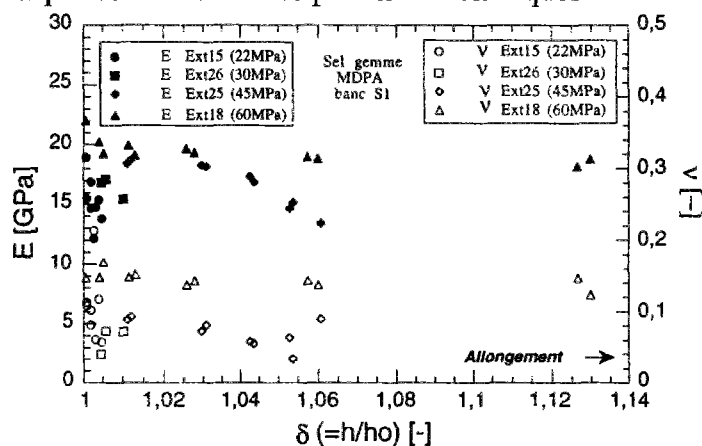


**Figure 41 :** Évolution du module de cisaillement  $G$  en fonction du raccourcissement axial  $\delta$  de l'éprouvette. Tous les échantillons sont soumis à une pression de confinement de 5 MPa. Ils proviennent du même banc de sel gemme, mais de sondages différents.



On constate que les **variations des paramètres élastiques au cours de l'essai de compression triaxiale sont inférieures à la dispersion naturelle des résultats.**

En **extension**, on obtient des résultats tels que ceux présentés sur la figure 42. Le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  décroissent légèrement et ce d'autant moins que la pression de confinement est élevée. Il s'agit d'une tendance mais, là aussi, la dispersion des résultats masque les variations des paramètres élastiques.

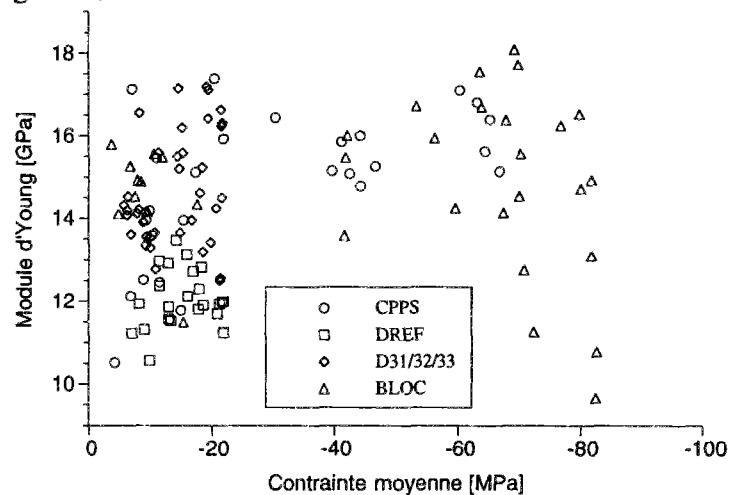


**Figure 42 :** Évolution du module d'Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  avec l'allongement  $\delta$  au cours d'essais d'extension.

#### 4.7.2.1 Analyse statistique

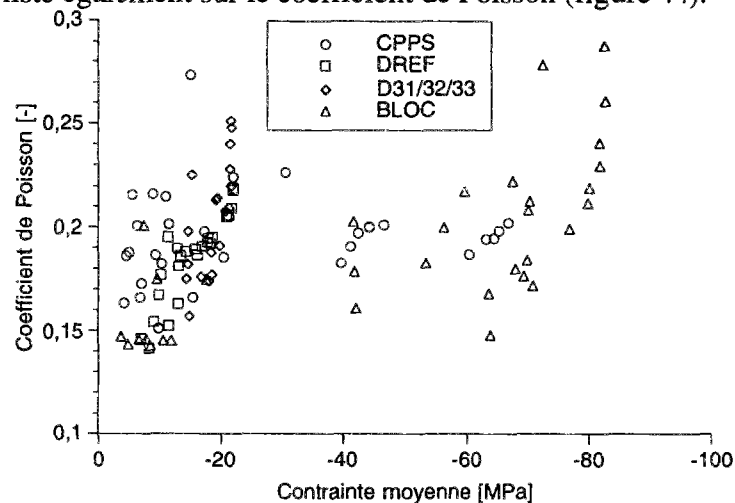
Les résultats, pour être retenus doivent vérifier plusieurs critères. D'une part la valeur doit être admissible théoriquement (les coefficients de Poisson supérieurs à 0,5 sont exclus, par exemple), d'autre part, la régression linéaire permettant la détermination de chaque paramètre doit être suffisamment significative. Par exemple, on retiendra conventionnellement un coefficient de corrélation supérieur ou égal à 0,9.

**Figure 43 :** Module d'Young selon la contrainte moyenne, et l'origine du sel gemme. Le module est évalué à partir de mesures globales de déformations.



Les résultats du module d'Young en fonction de la contrainte moyenne en compression (figure 43), présentent une dispersion générale des données avec toutefois une séparation pour le sondage DREF. La dispersion existe également sur le coefficient de Poisson (figure 44).

**Figure 44 :** Coefficient de Poisson selon la contrainte moyenne, et l'origine du sel gemme. Le module est évalué à partir de mesures globales de déformations.



Le traitement des mesures est le même dans tous les cas. Bien que les conditions de chargement ne soient pas identiques (pression de confinement, contrainte déviatorique) nous ne différencions dans l'analyse statistique que l'origine des éprouvettes, ainsi que le mode de chargement (extension ou compression). Il faut également préciser que dans certains cas, les paramètres élastiques sont déterminés au cours de la décharge, puis au cours de la recharge, en prenant comme référence des déformations, l'état du début de décharge ou de recharge. Compte tenu des critères présentés plus haut, le nombre de résultats retenus varie selon que l'on s'intéresse au module d'Young ou au coefficient de Poisson. La figure 45 donne le nombre de mesures retenues.



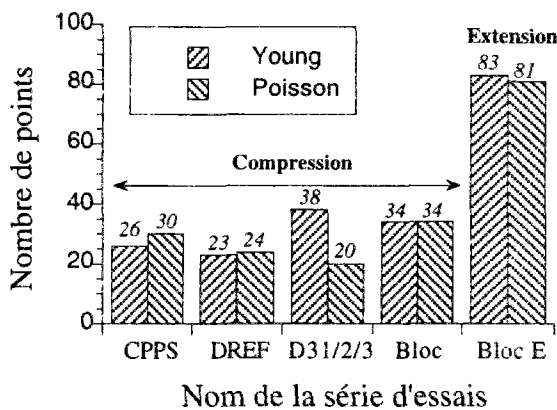


Figure 45: Nombre de points de mesure des paramètres élastiques.

Les résultats sur le module d'Young et le coefficient de Poisson sont présentés sur la figure 46, où sont indiquées respectivement la valeur moyenne et l'écart type empiriques. On remarquera que les mesures déduites des essais d'extension donnent, par rapport aux essais de compression, un module d'Young plus élevé et un coefficient de Poisson plus faible en extension qu'en compression.

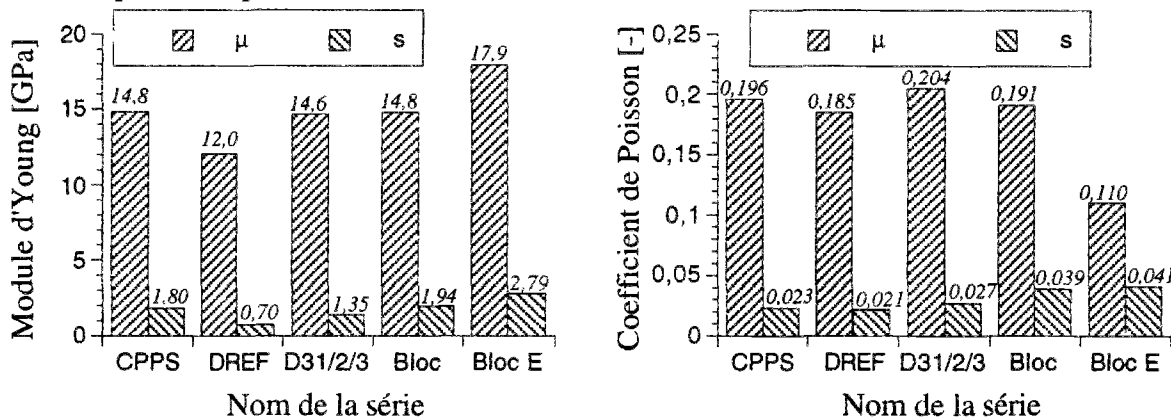


Figure 46 : Valeurs moyennes du module d'Young et du coefficient de Poisson.

$\mu$  est la moyenne et  $s$  l'écart-type. Les paramètres sont déterminés à partir de mesures globales de déformation. On remarque que pour la série DREF, le module d'Young est légèrement plus faible que ceux des autres séries. On constate aussi que le mode de chargement influe sur la valeur des paramètres. La série d'extension notée "Bloc E", dont les échantillons sont taillés dans le même bloc de sel gemme que ceux réalisés en compression de la série "Bloc", montre un module d'Young plus élevé et un coefficient de Poisson plus faible que les autres séries.

Les moyennes des valeurs obtenues pour ces essais triaxiaux, sans pondération, sont :

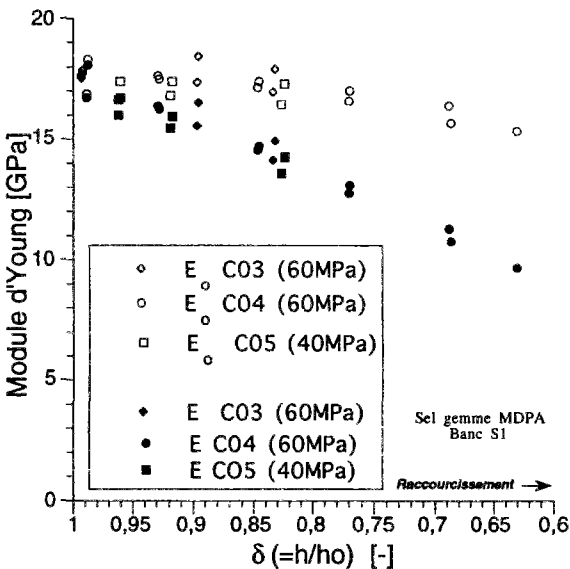
$E \approx 14,8 \text{ GPa}$  $\nu \approx 0,17$  $K \approx 7,5 \text{ GPa}$  $G \approx 6,3 \text{ GPa}$

Toutes ces valeurs sont inférieures aux paramètres issus de la méthode ultrasonique.

4.7.2.2 Effets des grandes déformations

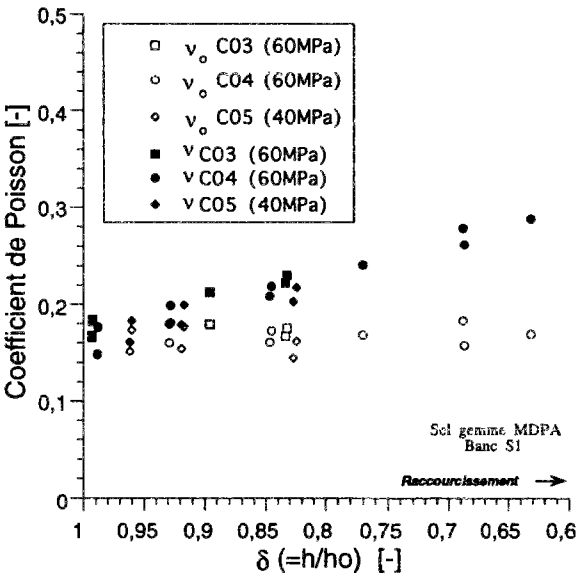
Lorsque les déformations sont importantes, il convient de préciser la définition de la déformation utilisée pour déterminer les paramètres élastiques (voir annexe II). Pour les essais de compression, la valeur du module d'Young  $E$ , calculé en référence à la déformation actuelle, est ainsi influencée par la déformation axiale de l'éprouvette depuis le début du chargement, tandis que celle du module  $E_0$ , calculé en référence à la déformation par rapport à l'état initial, l'est beaucoup moins (figure 47).

**Figure 47 :** Évolution du module d'Young au cours d'essais de compression subissant de grandes déformations. Le module  $E_0$  est calculé sur la base de déformations axiales linéarisées définies à partir de l'état initial. Ce sont les déformations linéarisées calculées dans l'état actuel qui permettent le calcul de  $E$ . Les déformations sont mesurées sur la hauteur totale de l'éprouvette.

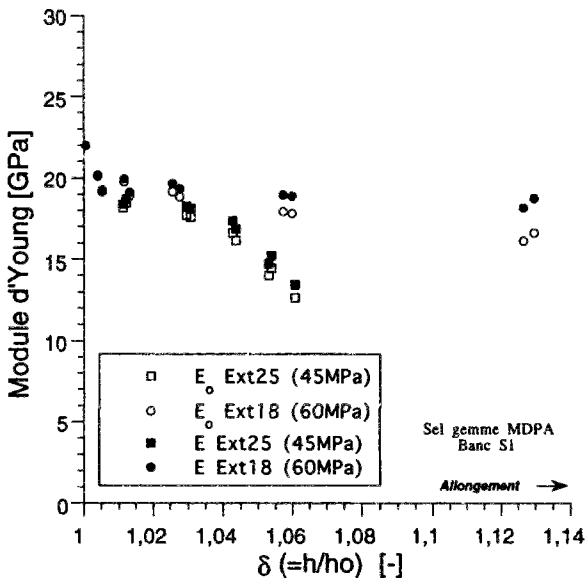


En extension, on a  $E > E_0$  (figure 49). Sur les figures 48 et 50, on voit l'influence des grandes déformations sur le coefficient de Poisson :  $\nu \geq \nu_0$  en compression, et  $\nu_0 \leq \nu$  en extension.

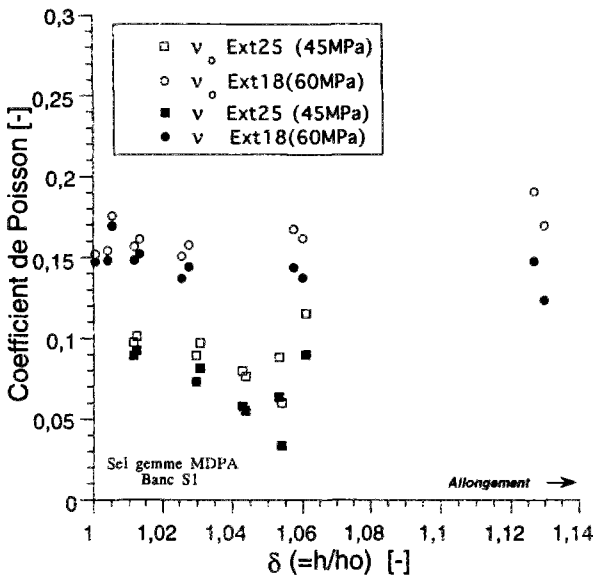
**Figure 48 :** Évolution du coefficient de Poisson au cours d'essais de compression subissant de grandes déformations.  $\nu_0$  est calculé sur la base de déformations axiales linéarisées définies à partir de l'état initial. Ce sont les déformations linéarisées calculées dans l'état actuel qui permettent le calcul de  $\nu$ . Les déformations sont mesurées sur la hauteur totale de l'éprouvette.



**Figure 49 :** Évolution du module d'Young au cours d'essais d'extension subissant de grandes déformations. Le module  $E_0$  est légèrement majoré par le module  $E$ . Les déformations sont mesurées sur la hauteur totale de l'éprouvette.



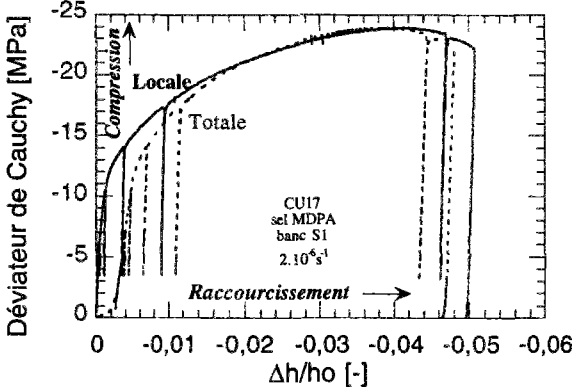
**Figure 50 :** Évolution du coefficient de Poisson au cours d'essais d'extension subissant de grandes déformations.  
 $v_0$  est minoré par  $v$ .  
Les déformations sont mesurées sur la hauteur totale de l'éprouvette.



Ces résultats montrent l'importance du choix de la configuration dans laquelle on travaille, et en particulier de la définition des déformations. Si les variations de paramètres élastiques devaient être prises en compte dans un modèle "en grandes déformations", il conviendrait d'être attentif sur l'établissement de leur règles d'évolution.

**4.7.2.3 Détermination des paramètres élastiques par mesure locale des déformations**

Les mesures dites **locales** des déformations sont réalisées par l'intermédiaire de capteurs extensométriques placés à même l'échantillon (voir l'Annexe I), dans sa partie centrale. Cette mesure a été utilisée uniquement sur les éprouvettes soumises à une compression simple. De plus, la déformation axiale **totale** était mesurée à l'aide d'un capteur à bras MTS, cette mesure donnant exactement la variation de longueur de l'empilement constitué de l'échantillon (de hauteur 120mm) et d'une cale en acier (de hauteur 50mm et dont la déformation est négligeable en comparaison de celle du sel gemme).

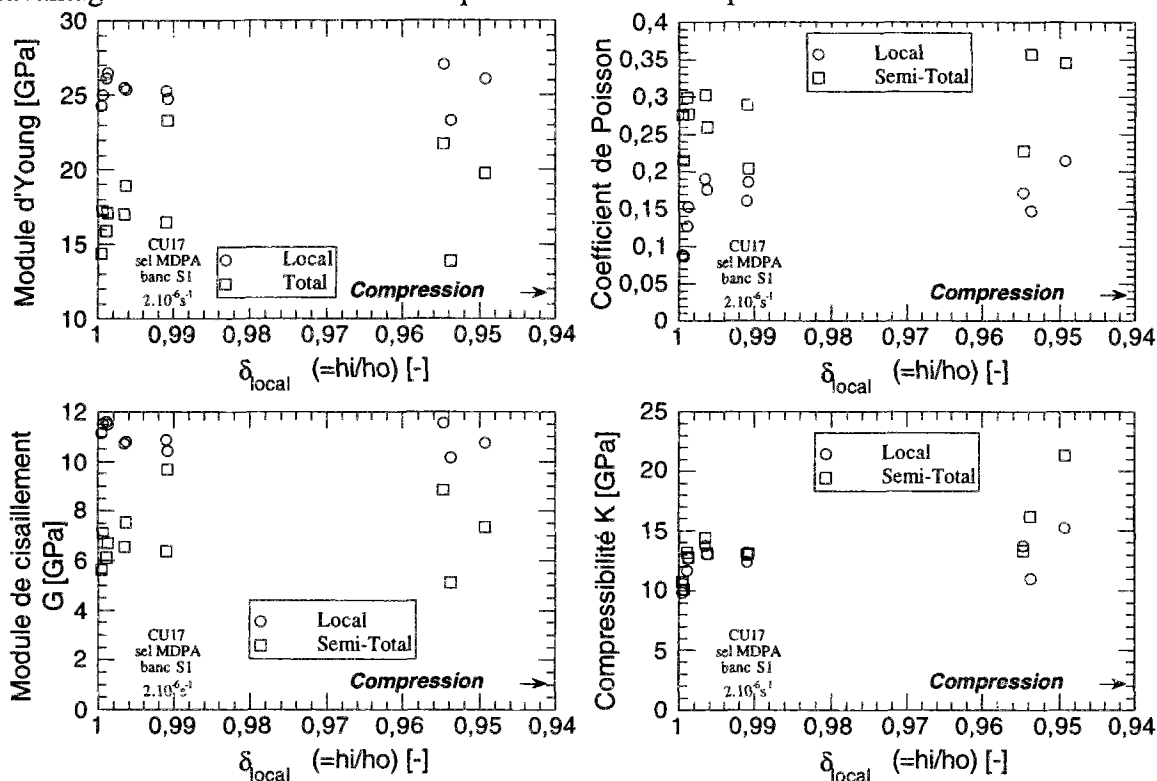


**Figure 51 :** Évolution de la contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale locale ou totale, au cours d'un essai de compression uniaxiale.  
La vitesse de déformation est contrôlée par le capteur local, fixé sur l'éprouvette. On constate que la déformation locale est d'abord inférieure, puis supérieure à la déformation totale, leur écart étant cependant très faible.

La déformation volumique est définie soit à partir des mesures locales, en supposant que la partie centrale de l'éprouvette se déforme en conservant une forme cylindrique (hauteur initiale 50mm, diamètre initial 60mm), soit à partir de mesures **semi-totales**, le cylindre initial étant

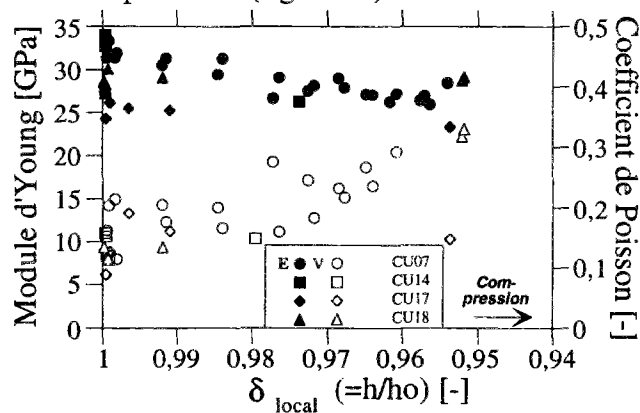
l'échantillon dans sa totalité, la déformation axiale étant déduite de la mesure totale, et la déformation volumique déduite de la mesure axiale totale et de la mesure circonférentielle (locale). Les courbes de contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale (locale ou totale) sont présentées sur la figure 51.

On observe sur les figures suivantes que l'usage de la mesure totale ou semi-totale sous-estime les valeurs du module d'Young  $E$  et du module de cisaillement  $G$ , par rapport à la mesure locale, surestime le coefficient de Poisson  $\nu$ , tandis que le module de compressibilité ne paraît pas affecté par la méthode utilisée (figure 52). Ceci peut être un effet de la fissuration qui affecte davantage le module de cisaillement que le module de compressibilité.



**Figure 52 :** Comparaison des valeurs des paramètres élastiques selon la mesure de déformation choisie. Le procédé de mesure locale concerne les déformations effectuées au centre de l'éprouvette, le procédé semi-total ou total, concerne l'usage de mesure de la déformation axiale totale de l'échantillon. Ces résultats concernent un essai de compression uniaxiale.

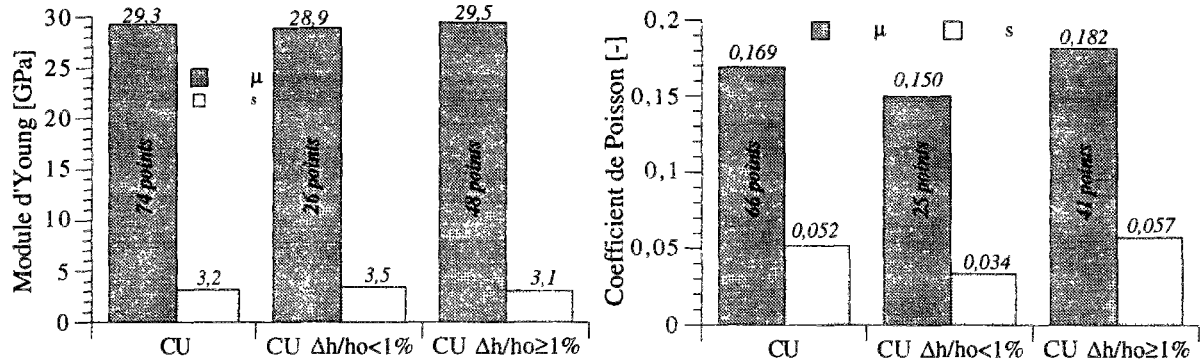
On retrouve les mêmes tendances d'évolution des paramètres élastiques avec le raccourcissement de l'éprouvette (figure 53).



**Figure 53 :** Évolution du module d'Young et du coefficient de Poisson en fonction du raccourcissement local lors d'une compression uniaxiale. On retrouve les mêmes tendances d'évolution : diminution du module d'Young et augmentation du coefficient de Poisson. Ces variations sont néanmoins du même ordre que la dispersion naturelle des résultats.

Une analyse statistique est présentée sur la figure 54. On a distingué les mesures effectuées pour moins de 1% de déformation axiale locale et celles réalisées à plus de 1%.

Le module d'Young est supérieur à celui déduit des mesures totales de déformation. Quant au coefficient de Poisson, il est inférieur aux valeurs obtenues en compression.

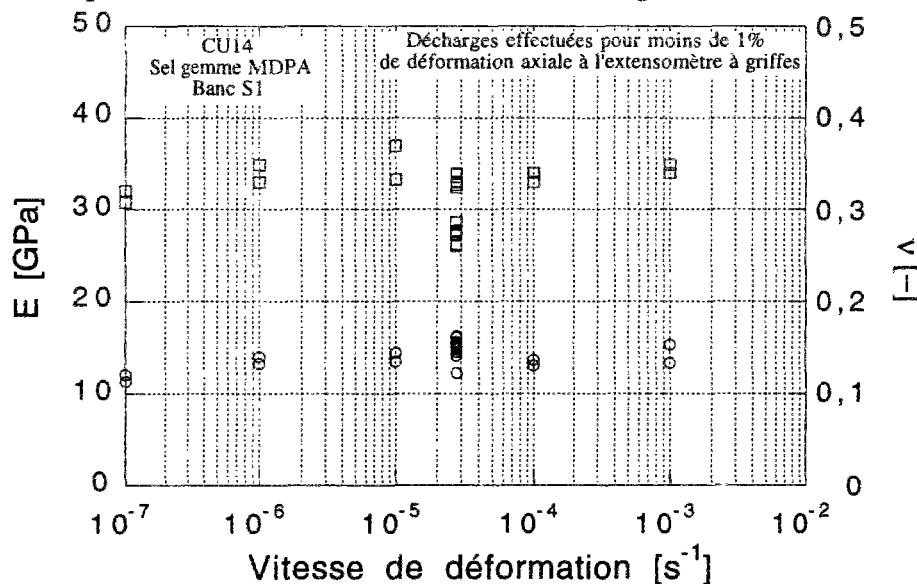


**Figure 54 :** Analyse statistique des valeurs des paramètres élastiques déterminés par mesure locale sur l'essai de compression uniaxial.

Les résultats sont donnés pour la totalité des mesures en Compression Uniaxiale (CU), pour les mesures effectuées en début d'essai ( $CU \Delta h/ho < 1\%$ ) et pour les mesures effectuées lorsque la déformation axiale est supérieure au pour-cent ( $CU \Delta h/ho > 1\%$ ). On constate que le module d'Young (à gauche) n'est pas marqué par la déformation axiale et demeure grossièrement constant, tandis que le coefficient de Poisson (à droite) s'accroît légèrement lorsque le matériau est déformé. On remarque également le rapport de l'écart-type  $s$  à la moyenne  $\mu$  est plus fort pour le coefficient de Poisson que pour le module d'Young. Cela s'explique sans doute par le fait que la courbe {contrainte déviatorique; déformation axiale} est plus linéaire à la décharge que la courbe {déformation volumique; déformation axiale}.

#### 4.7.2.4 Influence de la vitesse de chargement

Des vitesses de chargement variant sur plusieurs ordres de grandeur ont pu être appliquées au cours d'un essai de compression uniaxiale (figure 57), avec le dispositif de mesure des déformations placé à même l'échantillon (extensomètre à griffes et collier extensométrique).



**Figure 57 :** Influence de la vitesse de chargement sur le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . La vitesse est imposée par le capteur LVDT de la presse. Les paramètres sont déduits des mesures locales.

Pour les essais réalisés, la **vitesse de chargement n'a aucune influence significative sur les paramètres élastiques.**

#### 4.7.3 Conclusions sur la détermination des paramètres élastiques

Les paramètres élastiques du matériau vierge, afin d'être comparables, doivent être déterminés, au cours de décharges avant que le seuil de contractance-dilatance ne soit atteint. Il est préférable de les déduire de mesures de déformation locale plutôt que globale. Nous avons conservé cette dernière méthode car nous cherchions à évaluer les variations éventuelles du module d'Young et ce pour de grandes déformations, ce qui était impossible avec des jauges de déformation collées. On note d'ailleurs une influence de la grande déformation sur l'évolution des paramètres élastiques.

Cependant, l'**évolution des paramètres élastiques** nous enseigne que ceux-ci varient en cours d'essai, mais dans une proportion que nous considérerons **négligeable en comparaison avec la dispersion** des propriétés élastiques constatées d'une éprouvette à l'autre.

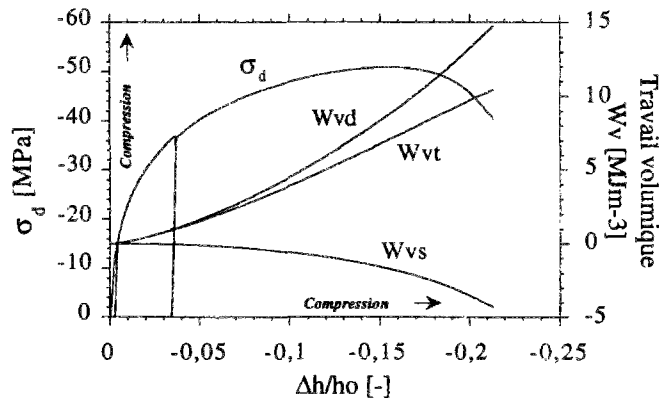
Par ailleurs, il apparaît que la **vitesse de chargement n'a pas d'influence sur les paramètres élastiques**, tout au moins pour de petites déformations.

#### 4.8. Travail et dissipation volumique

Le travail et la dissipation volumiques ont été définis au paragraphe 3.4. Ces variables englobent à la fois des informations sur les contraintes et sur les déformations. Le travail volumique peut être décomposé en une partie sphérique  $W_{vs}$  et une partie déviatorique  $W_{vd}$  (figure 56).

##### 4.8.1. Compression

Une énergie reçue par l'éprouvette est comptée positivement. Le sens physique du travail sphérique apparaît lors d'une compression hydrostatique : le travail déviatorique y est nul, et le travail total, uniquement d'origine sphérique, est égal au travail sphérique. Lors d'une mise sous confinement à la pression  $p$ , le travail sphérique est supposé élastique :  $W_{vse} = p^2/2K$  (formule 3.62). Les courbes présentées ici ont pour origine cet état, remis à zéro au début du chargement déviatorique. Pour obtenir les valeurs exactes des travaux sphérique et total, il faut ajouter le travail sphérique élastique du chargement hydrostatique aux valeurs indiquées.

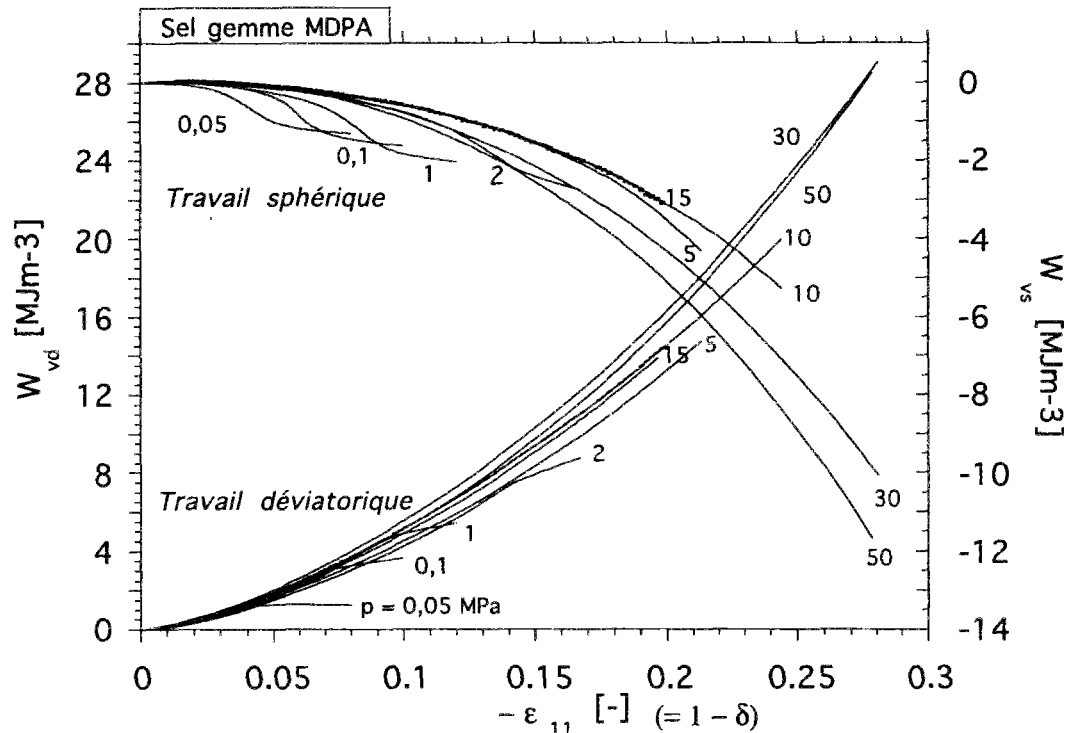


**Figure 56 :** Evolution type des travaux volumiques au cours d'un essai de compression. La pression de confinement est de 5 MPa. Le sel gemme provient du banc S1 des MDPA.

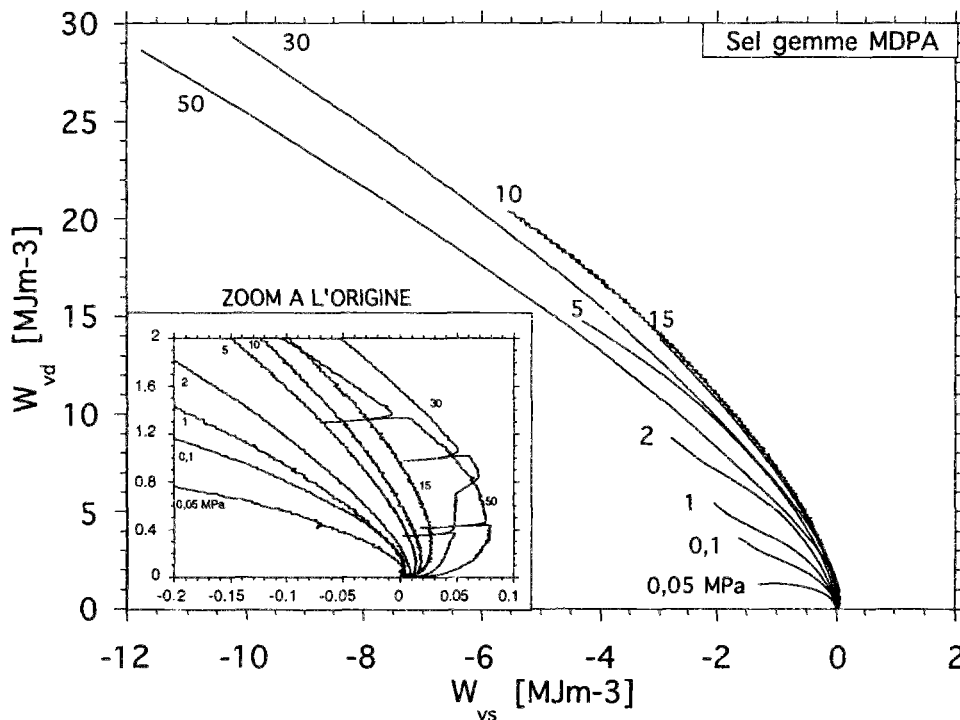
Sur la figure 57 on représente, pour des essais de compression, l'évolution des travaux volumiques déviatorique et sphérique en fonction de la déformation axiale linéarisée.

Le travail déviatorique est toujours positif (de l'énergie est fournie à l'éprouvette sous cette forme), tandis que le travail sphérique est très légèrement croissant en début d'essai, puis décroît. Pour un matériau purement élastique, les deux travaux sont censés demeurer positifs tant qu'un chargement mécanique est imposé. La figure 58 montre l'évolution du travail sphérique en fonction du travail déviatorique.

On constate que la forme des différentes courbes des travaux volumiques est très influencée par la valeur de la pression de confinement (pour les pressions inférieures à 10 MPa).



**Figure 57 :** Évolution des travaux volumiques en compression pour différentes pression de confinement. Les essais représentés se rapportent à ceux de la figure 26.

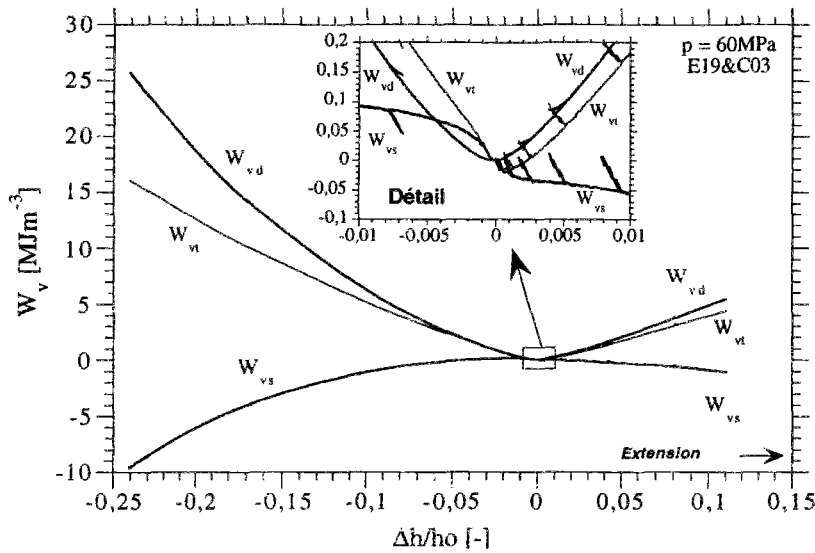


**Figure 58 :** Trajet de chargement en compression dans l'espace des travaux sphériques et déviatoriques. La partie positive du travail sphérique est d'autant plus prononcée que le confinement est fort.

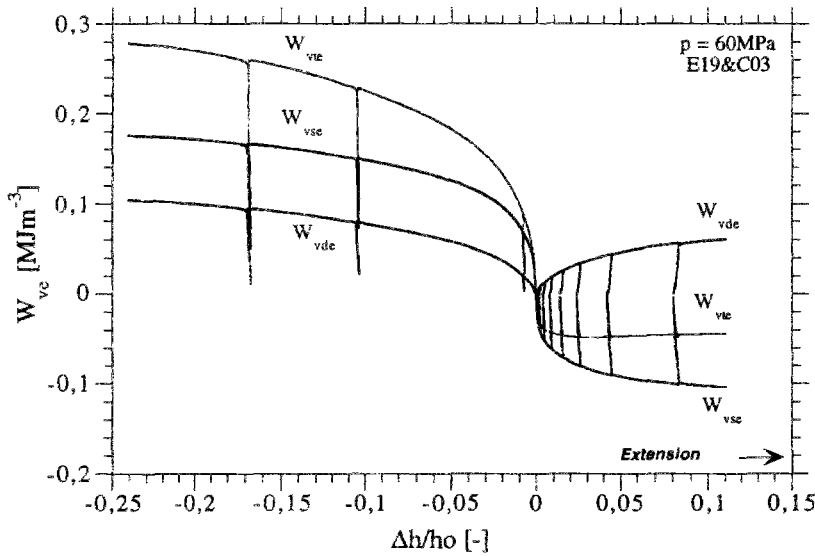
#### 4.8.2. Extension

En extension, l'évolution du travail volumique au cours du chargement déviatorique est semblable à celle obtenue en compression, à quelques détails près. Le travail sphérique est toujours décroissant en extension (figure 59), les travaux élastiques total et sphérique sont décroissants (figure 60), mais les dissipations volumiques sont semblables (figure 61).





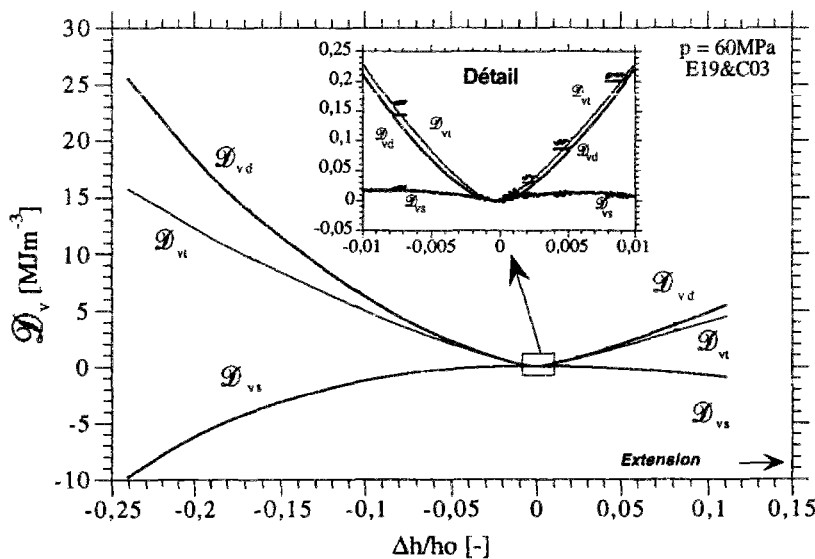
**Figure 59 :** Travail volumique pour un essai de compression et un essai d'extension sous 60 MPa de pression de confinement. On constate que le travail sphérique est toujours négatif en extension.



**Figure 60 :** Travail volumique élastique au cours de chargements déviatoriques en compression et en extension.

L'état zéro du travail volumique élastique correspond au début du chargement déviatorique.

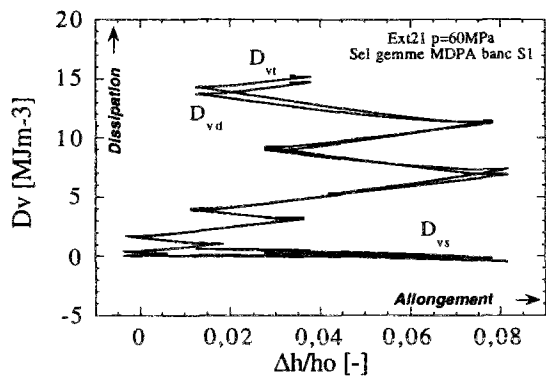
Le travail élastique s'accroît en compression où de l'énergie est fournie à l'éprouvette. En extension seul le travail déviatorique s'accroît, tandis que le travail total atteint rapidement un palier.



**Figure 61 :** Dissipation volumique au cours d'un chargement déviatorique en compression et en extension sous 60 MPa de pression de confinement.

On constate que la dissipation est semblable en compression et en extension, particulièrement pour de petites déformations.

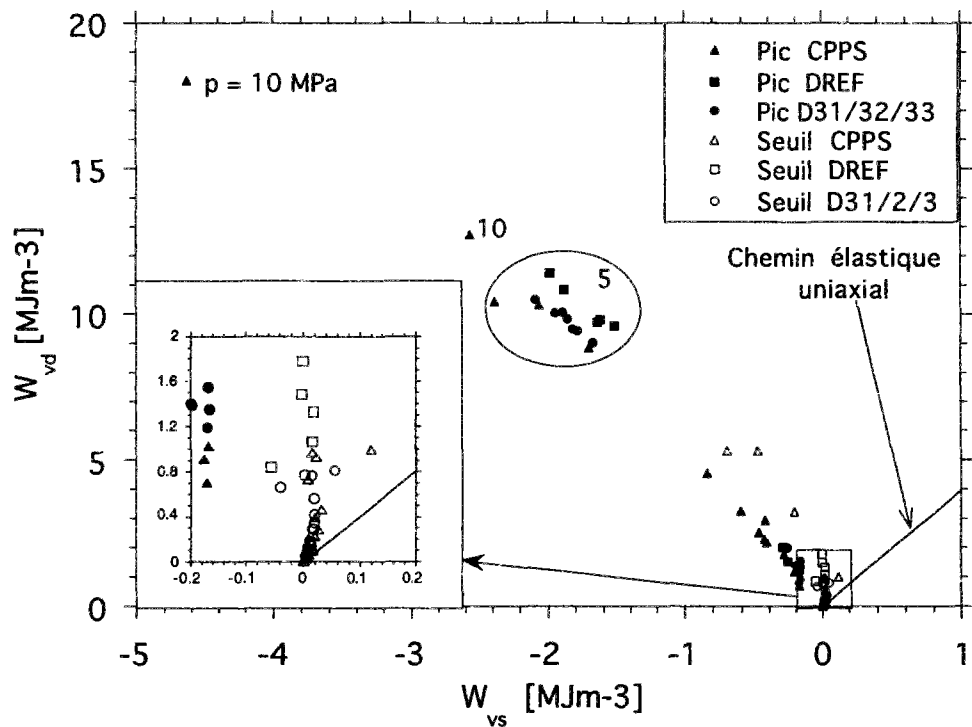
Pour l'essai de chargement alterné en compression puis en extension (paragraphe 4), la dissipation résultante est présentée sur la figure 62.



**Figure 62 :** Dissipation volumique au cours d'un essai de chargement déviatorique alterné. La dissipation sphérique varie très peu en comparaison avec la dissipation déviatorique qui se cumule au cours des alternances. Au début de chaque alternance, les dissipations sont constantes, ce qui traduit l'existence d'une phase élastique.

4.8.3. Points caractéristiques

Les points caractéristiques obtenus en compression peuvent être reportés dans l'espace {travail déviatorique; travail sphérique} (figure 63). On constate que plus la pression de confinement est forte et plus le travail déviatorique correspondant à la rupture est élevé. La réponse d'un matériau élastique linéaire sous chargement uniaxial donnerait une droite dans ce plan.



**Figure 63 :** Représentation des points caractéristiques des essais de compression dans le plan des travaux volumiques sphérique et déviatorique. Le pic des contraintes est indiqué par un symbole plein et le seuil de contractance-dilatance par un symbole vide, pour trois séries d'essai.

4.8.4. Conclusion sur le travail et la dissipation

Le travail et la dissipation volumiques permettent une analyse énergétique des essais réalisés sur le sel gemme en compression et en extension. **L'essentiel de l'énergie fournie à l'éprouvette de sel gemme au cours du chargement déviatorique n'est pas récupérable.** L'énergie dissipée sert à déformer le matériau de façon permanente. L'alternance

de chargement déviatorique en extension puis en compression provoque une dissipation énergétique, manifestation de l'effet Bauschinger.

Enfin, la représentation des points caractéristiques dans le plan des travaux sphérique et déviatorique fait apparaître une dépendance de la pression de confinement.

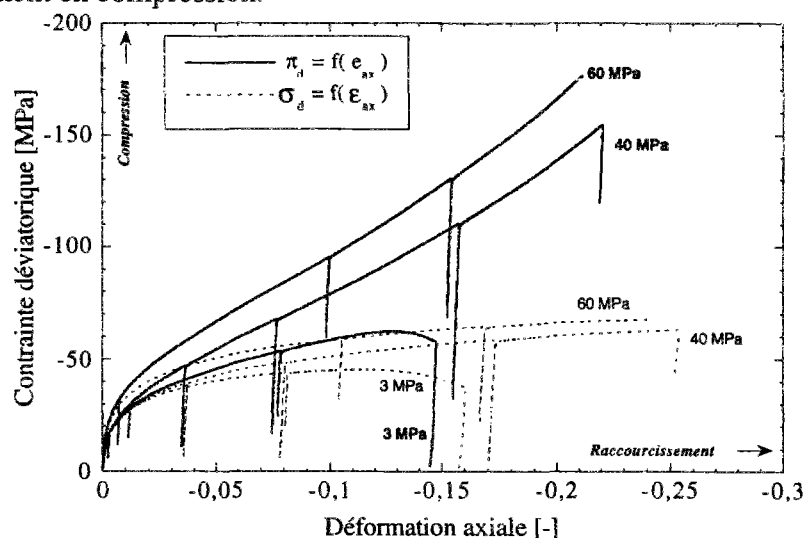
#### 4.9. Grandes déformations

Les essais de chargement déviatorique sur le sel gemme font apparaître des déformations importantes (jusqu'à 35% en compression et près de 20% en extension). C'est une propriété des matériaux ductiles qui se déforment sans se rompre. La description appropriée du comportement de tels matériaux par la mécanique des milieux continus exige l'emploi de contraintes et de déformations conjuguées. Si l'on se place dans la configuration actuelle, on utilise le produit contracté du tenseur des contraintes de Cauchy  $\underline{\underline{\sigma}}$  et du tenseur taux de déformation  $\underline{\underline{d}}$  pour écrire la puissance volumique. Dans la configuration initiale, le tenseur des contraintes le plus utilisé est le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff  $\underline{\underline{\pi}}$ , le tenseur des déformations conjugué étant celui de Green-Lagrange  $\underline{\underline{e}}$ .

En utilisant les formules (3.7), (3.11), (3.32) et (3.37), nous présentons les résultats d'essai en exprimant la contrainte de Piola-Kirchhoff déviatorique en fonction de la déformation de Green-Lagrange axiale en compression (figure 64) et en extension (figure 65). Le gradient de la transformation  $\underline{\underline{F}}$  est tel que l'éprouvette initialement cylindrique le demeure. Le choix des définitions des contraintes et des déformations a une influence très faible sur la courbe d'écrouissage pour les petites déformations, mais révèle des écarts plus importants pour des grandes déformations, notamment en compression.

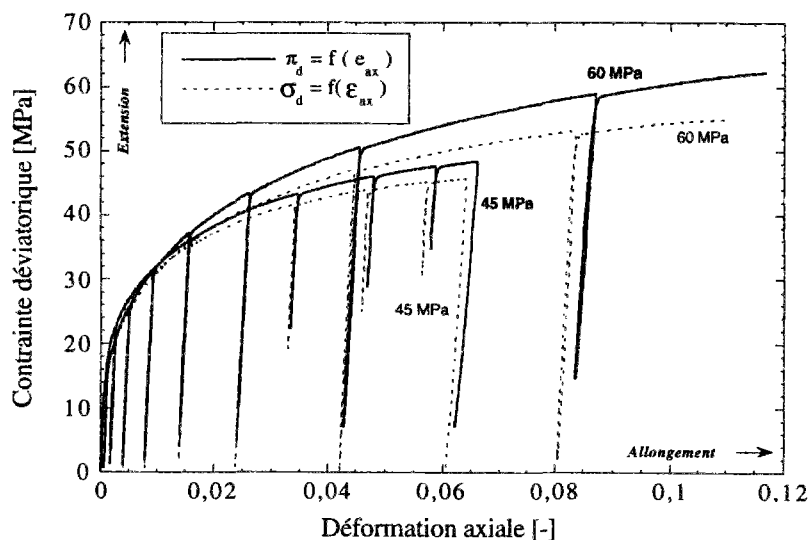
**Figure 64 :** Courbes d'écrouissage d'essais de compression exprimées avec la contrainte de Piola-Kirchhoff et la déformation de Green-Lagrange.

La contrainte déviatorique de Piola-Kirchhoff  $\pi_d$  est plus forte que la contrainte de Cauchy  $\sigma_d$ , tandis que la déformation de Green-Lagrange axiale  $e_{ax}$  est plus faible que la déformation linéarisée  $\varepsilon_{ax}$ . La contrainte de Piola-Kirchhoff et la déformation de Green-Lagrange sont définies par rapport à la configuration initiale.



Cette forme de dépouillement d'essai n'est guère pratiquée, mais on pourrait très bien s'appuyer sur ces résultats pour caractériser le comportement du sel gemme, en déterminant les potentiels adéquats dont dérivent les paramètres internes et leur force associée.

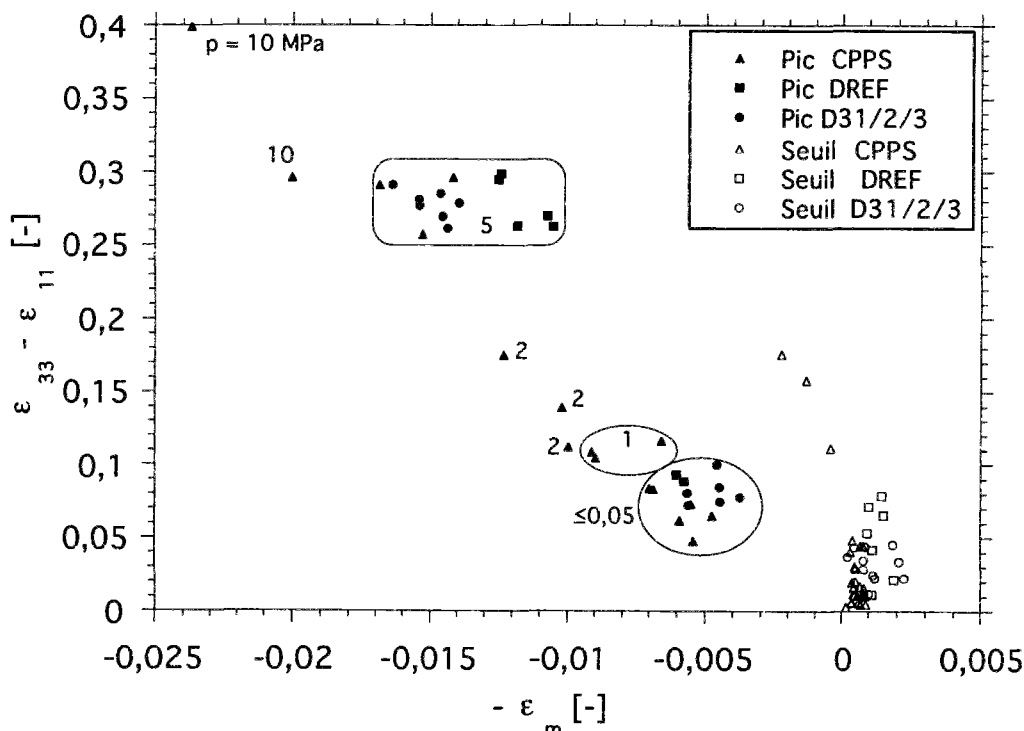
**Figure 65 :** Courbes d'écrouissage d'essais d'extension exprimées avec la contrainte de Piola-Kirchhoff et la déformation de Green-Lagrange. La contrainte déviatorique de Piola-Kirchhoff  $\pi_d$  est plus forte que la contrainte de Cauchy  $\sigma_d$ , tandis que la déformation de Green-Lagrange axiale  $e_{ax}$  est plus forte que la déformation linéarisée  $\epsilon_{ax}$ . La contrainte de Piola-Kirchhoff et la déformation de Green-Lagrange sont définies par rapport à la configuration initiale.



#### 4.10. Surfaces caractéristiques

Les surfaces caractéristiques relient les points caractéristiques que sont la limite de linéarité et le pic des contraintes. Nous avons vu que dans le plan des travaux sphérique et déviatorique, la représentation de ces points est influencée par la pression de confinement.

Dans le plan des déformations linéarisées moyenne et déviatorique, nous observons la même dépendance marquée de la pression de confinement (figure 66).



**Figure 66 :** Représentation des points caractéristiques dans l'espace des déformations linéarisées.

Contrairement à certains matériaux, tels des composites, il ne paraît pas pertinent de définir dans ces espaces des critères de rupture ou d'initiation de la rupture, les déformations atteintes étant très influencées par la contrainte moyenne.

Les relations entre les parties sphérique et déviatorique du travail et des déformations n'étant pas plus représentatives que la dépendance entre les contraintes sphérique et déviatorique, nous allons adopter dans la suite les expressions des critères d'endommagement et de rupture du sel gemme dans l'espace des invariants de contrainte. Ce choix, très couramment formulé, permet également un usage commode des critères en vue de modélisation numérique.

#### 4.10.1. Critère d'endommagement

En ce qui concerne le critère d'initiation de la fissuration, la figure 67 montre qu'il n'y a aucune différence significative entre les trois définitions du seuil d'endommagement : le seuil de contractance-dilatance mis en évidence lors des essais de compression, la limite de linéarité des courbes de déformation volumique et le seuil de contractance irréversible.

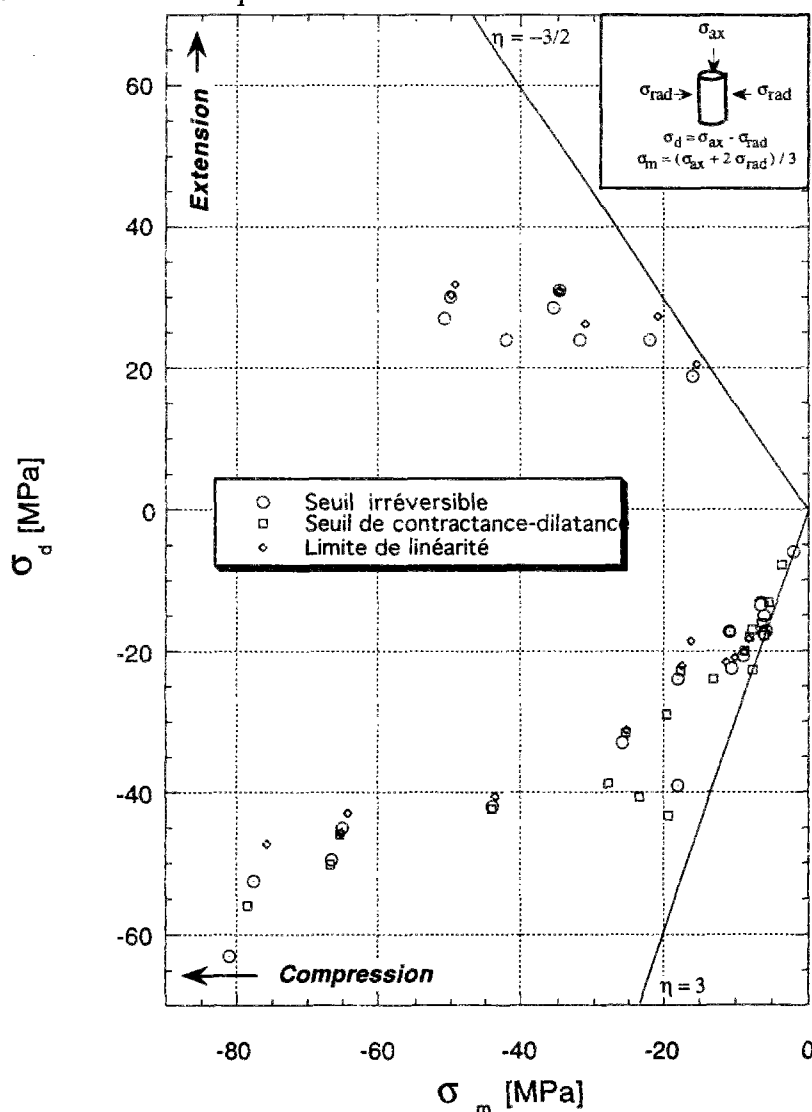


Figure 67 : Comparaison des points caractéristiques volumiques.

Ce dernier n'ayant pas de grand sens physique pour le sel gemme, on ne peut exclure un artefact technique. Aussi allons-nous dorénavant nous baser sur la **limite de linéarité** qui présente l'avantage de s'appliquer tant en compression qu'en extension (ce qui n'est pas le cas du seuil de contractance-dilatance), qui définit l'**initiation de l'endommagement**, que certains

auteurs nomment également pour les argiles [Baldi et al., 1991] ligne d’initiation de la dilatance (“Dilatancy Onset Line”).

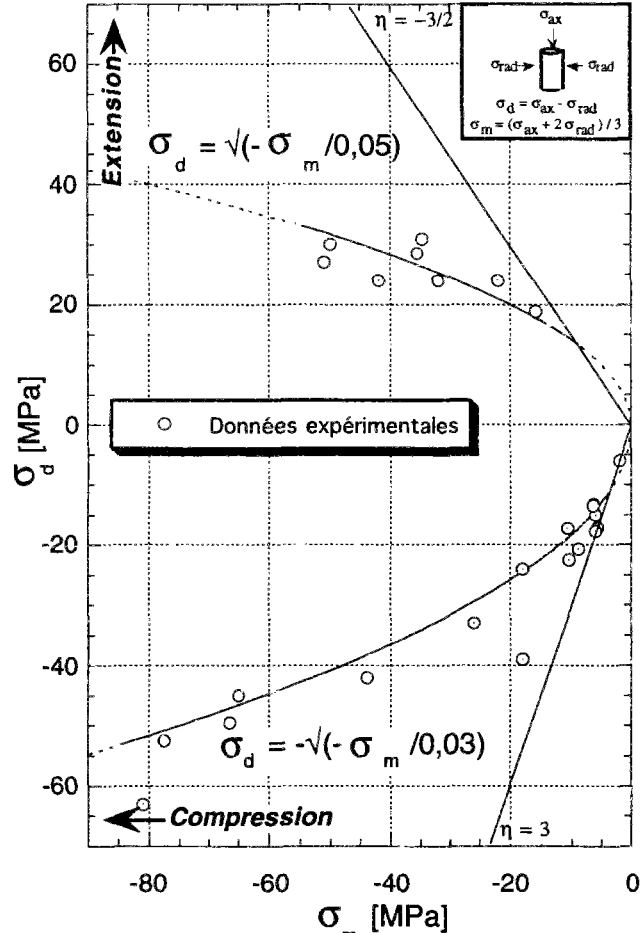


Figure 68 : Identification des courbes d’initiation de la dilatance irréversible dans l’espace des contraintes.

Il témoigne d’une ouverture du critère d’endommagement dans le domaine de contrainte moyenne étudié, limité à 80MPa. Ce constat ne permet pas pour autant de préjuger d’une éventuelle fermeture du critère au-delà du domaine étudié. Cela nécessiterait des expériences complémentaires, qui n’ont pas pu être menées faute d’une cellule triaxiale de haute capacité (en pression).

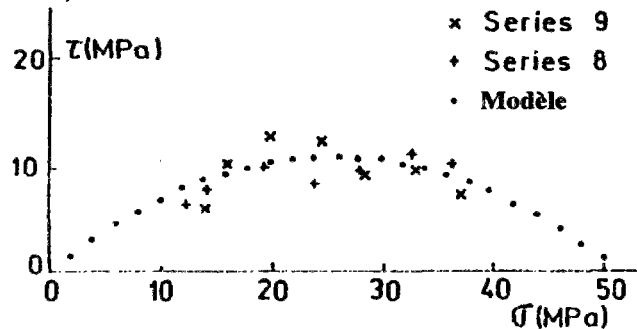


Figure 69 : Limite de contractance-dilatance proposée par Cristescu [1992]. Pour l’auteur, la courbe de forme elliptique est fermée. Cette hypothèse permet éventuellement de générer des déformations dilatantes en suivant un trajet de chargement hydrostatique. De plus elle est prise en compte de la même manière en compression et en extension.  $\sigma$  est la contrainte moyenne,  $\tau$  est la contrainte octaédrique.

Notons sur la figure 69 que la surface limitant la contractance et la dilatance proposée par Cristescu [1992] est considérée comme fermée sous 50MPa de contrainte moyenne.

Cette hypothèse n’est pas conforme à nos résultats et on peut se demander si l’extrapolation des points expérimentaux sur la figure 69 est justifiée, les sels de Asse et des MDPa possédant des caractéristiques mécaniques proches.

Sur la figure 68 sont présentés les seuils d’endommagement ainsi définis à partir des essais triaxiaux de compression et d’extension dans le plan {contrainte moyenne; contrainte déviatorique}. Le critère d’endommagement passant par ces points peut être exprimé à partir d’un ajustement d’une partie ou de la totalité des points expérimentaux selon le domaine de contrainte moyenne considéré. Plusieurs choix se présentent alors : des segments de droites, des portions de courbes concaves, ... De telles hypothèses ont d’ailleurs été formulées par nos collègues allemands et néerlandais dans le cas du sel allemand de Asse (figures 69 et 70).

En ce qui concerne nos résultats sur le sel des MDPa, un ajustement du type parabolique tel que proposé sur la figure 70 semble convenir.

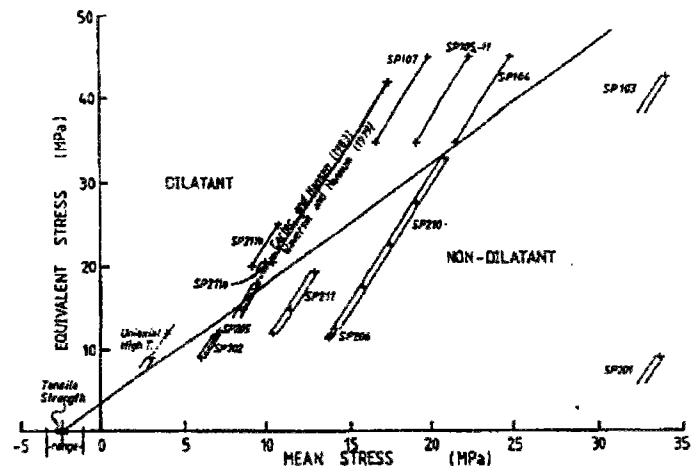
La figure 68 fait ressortir par ailleurs que pour une contrainte moyenne donnée, l'endommagement en extension est précoce par rapport à l'endommagement en compression.

Il s'agit d'une initiation de fissuration sous une sollicitation rapide et donc d'un critère d'endommagement pratiquement instantané. On peut se demander dans quelle mesure ce critère peut expliquer l'apparition d'une fissuration qualifiée de différée révélée à la suite de l'accélération de la déformation au cours d'essais de fluage.

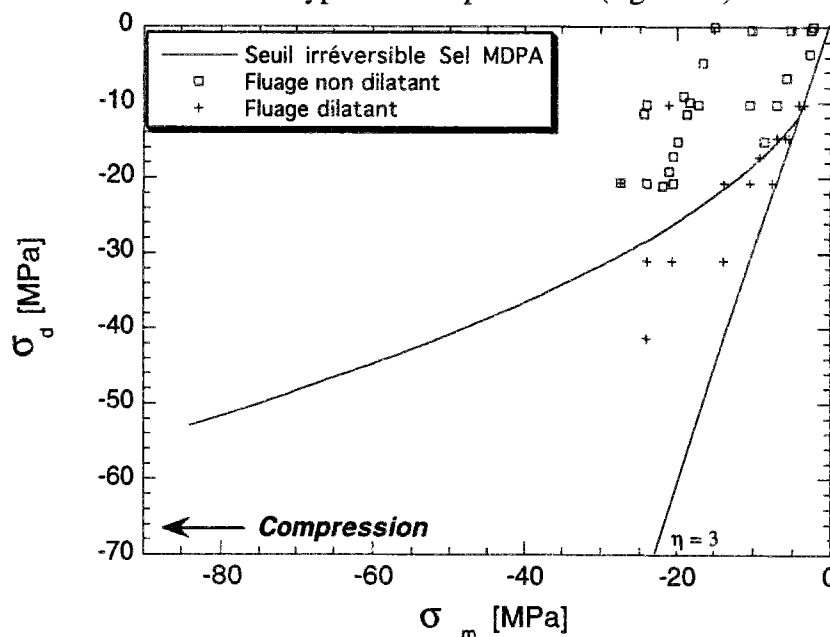
**Figure 70 :** Transition entre comportement dilatant et non dilatant du sel gemme au cours d'essais triaxiaux [Prij et al., 1990].

Chaque essai triaxial est caractérisé par une pente 3 dans le plan  $(\sigma_m, \sigma_{eq})$ . Plus la contrainte moyenne (très influencée par le confinement) est forte, moins le matériau est dilatant. La convention des compressions positives est adoptée par les auteurs. Les techniques d'évaluation de la variation de volume ne sont pas précisées dans la référence citée.

*dilatance* :  $\sigma_{eq} > 1,4\sigma_m + C$  &  $\sigma_m < -1,1$   
*non dilatance* :  $\sigma_{eq} < 1,4\sigma_m + C$  &  $\sigma_m > -1,1$   
 (2MPa  $\leq C \leq$  5MPa)



La compilation des résultats de quelques essais de fluage [Van Sambeek et al., 1993], où sont différenciées les conditions de contraintes imposées à l'éprouvette pour lesquelles il y a ou non dilatace, nous apporte de riches informations. En comparant ces résultats à la courbe d'initiation de la dilatace identifiée sur nos essais qualifiés de rapides, on constate que cette courbe sépare assez bien les deux types de comportement (figure 71).



**Figure 71 :** États de contraintes générant ou non de la dilatace au cours d'essais de fluage en compression [d'après Van Sambeek et al., 1993].

Autrement dit, d'après ces résultats, l'apparition de la dilatace au cours d'essai de fluage tient essentiellement à une fissuration de l'échantillon lors de la mise en charge. Les états de contraintes pouvant générer de la dilatace sont identifiables à partir des résultats d'essais à court terme. L'accélération de la vitesse de déformation, communément appelée "fluage ter-

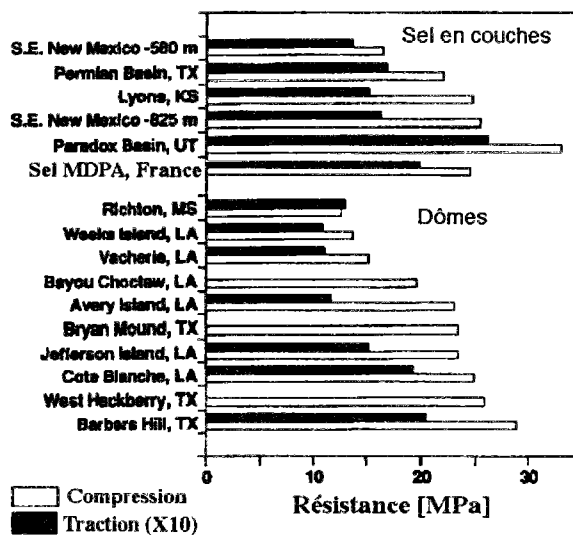
taire” est donc probablement une conséquence de cette microfissuration instantanée et non une rupture différée, comme le laisse à penser une vision de courbe de fluage.

#### 4.10.2. Critère de rupture

Le critère de rupture est souvent défini à partir de la résistance maximum au cours d’essais triaxiaux de compression et de traction. Les résistances limites, déterminées à la pression atmosphérique, sont des indicateurs intéressants des propriétés mécaniques des géomatériaux. La figure 72 montre d’une part que les résistances des différentes variétés de sel gemme sont relativement homogènes, et d’autre part que les propriétés du sel des MDPA se tiennent bien dans la moyenne, ce qui témoigne du caractère général de nos résultats, indépendamment de l’origine du sel gemme.

**Figure 72 :** Résistance en traction et en compression de quelques variétés de sel gemme d’Amérique du Nord [Van Sambeek et al., 1993, Breniaux et al., 1986 et nos résultats].

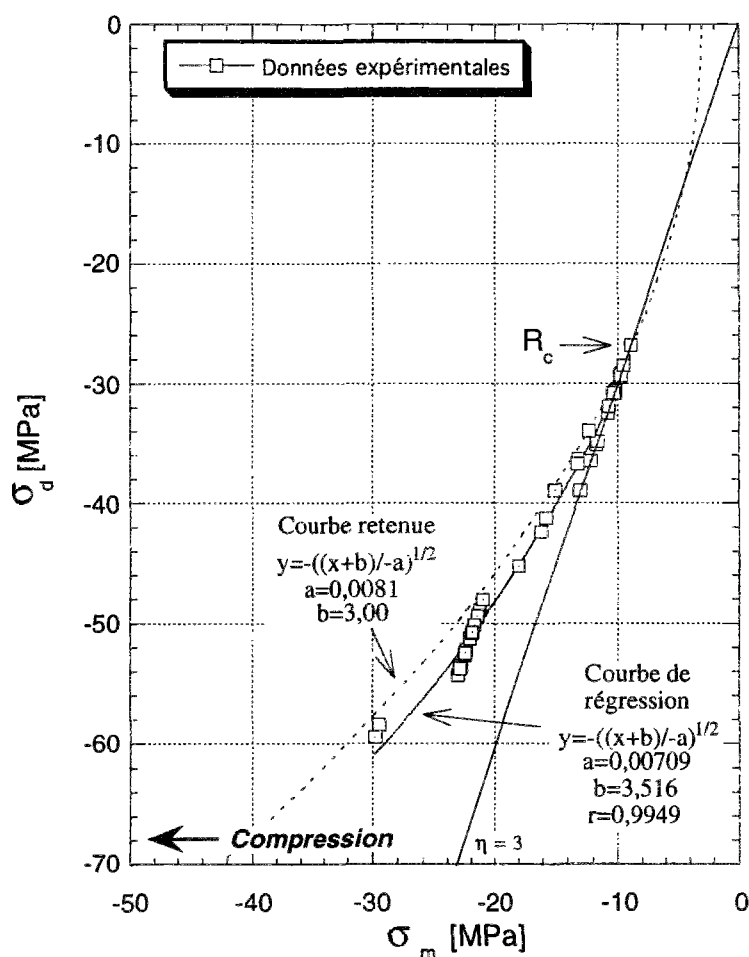
La résistance en compression est déterminée à partir d’essais de compression simple, tandis que la résistance en traction est déduite d’essais de traction indirecte (essais brésiliens). La résistance limite est différente selon le mode de rupture.



Contrairement au critère d’endommagement, qui peut toujours être identifié, quelle que soit la contrainte moyenne, la résistance maximum n’est atteinte qu’en dessous d’un certain seuil de confinement qui est de l’ordre de 12 MPa pour le sel gemme des MDPA. Ce seuil n’existe d’après nos résultats expérimentaux qu’en compression. En extension, aucune rupture ne se manifeste, à moins d’entrer dans le domaine de traction où la résistance est de l’ordre de 1 à 2 MPa. Ce résultat n’est pas partagé par Hunsche [1993], qui a réalisé des essais sur le sel de Asse à l’appareil triaxial vrai.

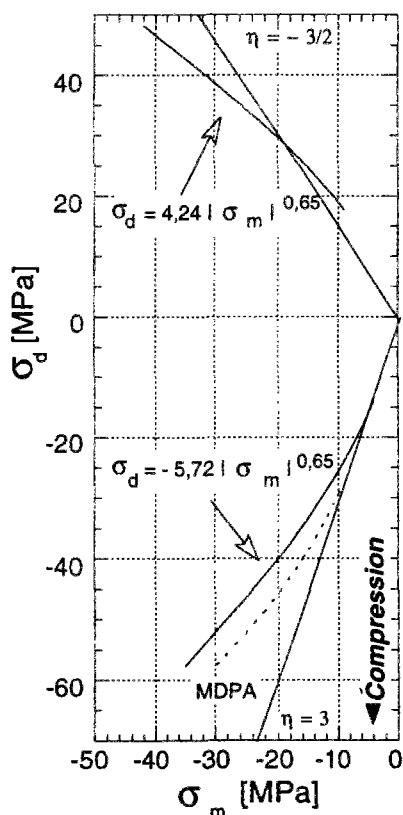
Nous avons rassemblé sur la figure 73 l’ensemble des pics de contrainte, issus des essais triaxiaux de compression. La dispersion des résultats est bien moins grande que celle des limites d’endommagement. On peut donc ajuster les résultats par une fonction appropriée, comme celle présentée sur la figure 73. On obtient ainsi la **courbe de rupture**. On retrouve d’ailleurs pour le sel des MDPA, un critère de rupture très voisin de celui proposé par Hunsche et Albrecht [1990] pour le sel de Asse. Cela indique de nouveau que les propriétés du sel gemme peuvent être assez homogènes d’une formation à l’autre, ce qui n’est pas toujours le cas des autres géomatériaux.





**Figure 73 :** Courbe des pics de contrainte ou courbe de rupture.

La courbe retenue diffère quelque peu de la courbe de régression déduite des résultats expérimentaux, car la représentation des résultats expérimentaux n'est pas équitablement répartie selon la contrainte moyenne et, pour limiter les effets de la dispersion, nous avons préféré nous placer dans le sens de la sécurité, c'est à dire pour des contraintes déviatoriques légèrement plus faibles en valeur absolue.



**Figure 74 :** Comparaison des résistances obtenues à l'essai triaxial vrai, [d'après Hunsche et Albrecht, 1990].

Les essais sont réalisés sur du sel d'Asse en contrôlant le chargement de sorte que le paramètre de Lode  $m$  soit constant au cours de chargement, avec  $-1 \leq m \leq 1$ . Le pic est défini par l'état de contrainte correspondant à la contrainte déviatorique extrême. En compression, la courbe indiquée diffère peu de celle obtenue sur le sel des M.D.P.A., bien que toujours légèrement au-dessus.

Quant à l'extension, il n'a pas été possible d'observer de rupture macroscopique sur les essais triaxiaux axisymétriques, et la comparaison est impossible. Cependant, si le matériau avait une résistance en traction nulle, et si l'essai axisymétrique permettait la traction, la droite  $\eta = -3/2$  constituerait la courbe de rupture dans cette partie du plan.

Il est possible de comparer cette courbe des pics de contrainte avec celles obtenues avec des essais réalisés à l'appareil triaxial vrai [Hunsche et Albrecht, 1990]. On constate (figure 74) que

les surfaces obtenues en compression diffèrent peu tandis que la surface déterminée en mode d’extension est proche de la droite  $\eta=-3/2$ .

La courbe de rupture peut être définie dans d’autres plans de contrainte, comme cela est pratique courante pour de nombreux critères. Pour mémoire, nous avons rassemblé dans un tableau les résultats de quelques ajustements statistiques (figure 75) des principaux critères utilisés en mécanique des roches, et que nous avons défini au chapitre A. Les valeurs sont indicatives et ne préjugent nullement de la validité des critères ajustés dans le cas du sel gemme des MDPa. Le cas de la loi de puissance est détaillé sur la figure 75, pour laquelle des comparaisons sont données avec d’autres roches.

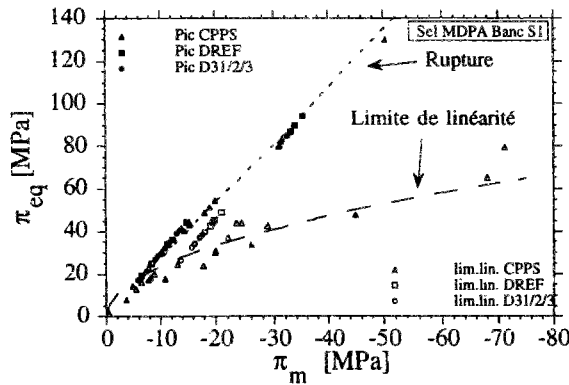
Critère	Référence	Constantes
Griffith étendu	Jaeger et Cook [1963]	$T_o = 27,8 \text{ MPa}$
Coulomb	Jaeger et Cook [1963]	$\mu = 0,60, \phi = 31^\circ, S_o = 3,1 \text{ MPa}$
Hoek et Brown	Hoek et Brown [1980]	$C_o=10,39\text{MPa}$ $m=7,31$ soit $R_c=10,39\text{MPa}$ et $R_t=-1,39\text{MPa}$ .
Hoek et Brown (massif rocheux)	Hoek [1983]	$C_o = 13,73 \text{ MPa}, m=5,5$ et $s=0,57$ ou $R_c=10,36\text{MPa}$ et $R_t=-1,39\text{MPa}$ .
Loi de Puissance	Brook [1993]	$A = \left(\frac{C_o}{T_o}\right)^n = 3,58; n=0,67;$ $T_o/C_o=0,148;$ $R_c=10,3\text{MPa}$ et $R_t=-T_o=-1,53\text{MPa}$ .

Figure 75 : Principaux résultats des critères de ruptures classiques.

En extension, nous avons vu que nos expériences n’ont pas permis d’atteindre la rupture. Il faudrait pénétrer dans le domaine des tractions pour être assuré de rompre le sel gemme. Cependant, la résistance à la traction indirecte (essai brésilien) du sel gemme étant inférieure à 2,5 MPa, l’hypothèse d’un critère de rupture en extension tel que la résistance en traction soit considérée comme très faible, voire nulle, c’est à dire égal à la droite  $\eta = - 3/2$  dans le plan {contrainte moyenne; contrainte déviatorique} pourrait convenir en première approximation si besoin était.

Surfaces caractéristiques dans le plan des contraintes de Piola-Kirchhoff

A titre indicatif, et non dans le but d’une utilisation ultérieure, les surfaces caractéristiques sont également présentées dans le plan des contraintes de Piola-Kirchhoff. Lorsque la contrainte de Piola-Kirchhoff est définie sur la configuration initiale, on peut représenter les courbes d’évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation de Green-Lagrange (figures 64 et 65). Le pic des contraintes et la limite de linéarité peuvent ainsi être repérés en fonction des composantes du tenseur de Piola-Kirchhoff. On représente figure 76 les courbes obtenues dans le plan {contrainte moyenne; contrainte équivalente} pour la compression.



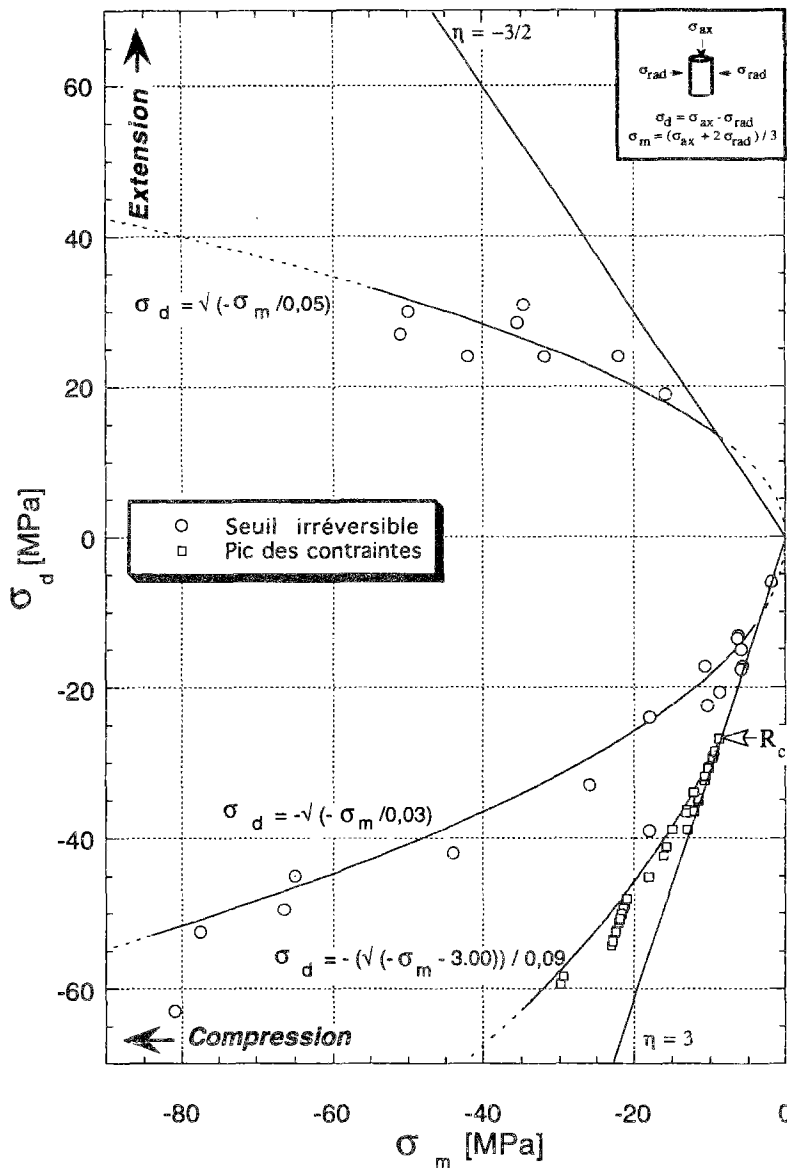
**Figure 76 :** Surface de rupture et limite de linéarité dans le plan des contraintes de Piola-Kirchhoff. Les points correspondent aux essais de compression. On remarque la linéarité de la courbe de rupture, tandis que la limite de linéarité montre une influence décroissante de la contrainte moyenne lorsque cette dernière augmente.

#### 4.10.3. Conclusion sur les surfaces caractéristiques

Nous distinguons **deux natures de surfaces caractéristiques** (figure 77) que nous exprimons dans le plan {contrainte moyenne; contrainte déviatorique}, car les représentations envisagées tant dans un plan de déformation que dans un plan de travaux volumiques montrent une influence marquée de la pression de confinement.

La courbe de **limite de linéarité** de la variation de volume indique le début de l'endommagement. Elle est différente en compression et en extension, et son allure est **parabolique**. Sous une même contrainte moyenne, l'apparition de la microfissuration se produit pour un déviateur plus faible en extension qu'en compression. Ce qui signifie que le trajet de chargement intervient sur l'état de contrainte déviatorique pour lequel l'endommagement est initié. Le domaine de non-dilatance est moins étendu en extension qu'en compression. Nos expériences ne permettent pas d'affirmer que le domaine contractant est fermé pour la gamme des contraintes moyennes atteintes, comme cela est proposé par certains auteurs. La courbe de limite de linéarité déterminée sur les essais d'écroutissage sépare les états de contrainte imposés au cours d'essais de fluage qui ont provoqué un fluage tertiaire de ceux qui n'en ont pas provoqué. Cela laisse à penser que la rupture par fluage tertiaire est peut-être due à l'endommagement provoqué par la mise sous chargement déviatorique préalable au fluage, et non au fluage lui-même dont les mécanismes, nous l'avons vu au premier chapitre, ne génèrent que des déformations volumiques négligeables.

La **courbe de rupture** joint les points du pic de contrainte déviatorique atteint lors des essais d'écroutissage en compression. Cette courbe est limitée dans le plan des contraintes, la rupture n'intervenant jamais pour des contraintes moyennes supérieures à 35MPa. Elle est également de la forme d'une parabole. En extension, nous n'avons pas identifié de rupture, et il faudrait entrer dans le domaine des tractions pour rompre à coup sûr les éprouvettes. Une première approximation pourrait être de considérer la résistance à la traction comme nulle, ce qui donnerait pour critère la droite  $\eta = -3/2$ . Ce résultat ne confirme pas celui obtenu à l'essai triaxial vrai, pour lequel une rupture en extension était enregistrée [Hunsche et Albrecht, 1990].



**Figure 77 :** Identification expérimentale de la surface de rupture et de la surface d'initiation de la dilatance irréversible.

Les différentes courbes retenues sont toutes de type parabolique de façon à tenir compte de l'influence de la contrainte moyenne sur ces points caractéristiques.

#### 4.10.4. Les surfaces caractéristiques sont-elles intrinsèques?

La question est d'importance car si tel était le cas, leur détermination dans une seule condition (une température, une vitesse de chargement) d'essai suffirait. Nous ne pouvons apporter de résultats expérimentaux sur la question car nos essais ont été réalisés à température ambiante et pour une vitesse de déformation d'environ  $10^{-5} \text{s}^{-1}$ . Mais l'observation des critères de rupture et des courbes d'écrouissage présentés au premier chapitre rappellent que la vitesse de chargement et la température influent beaucoup sur la déformation, et relativement peu sur la valeur de la contrainte de rupture. L'influence de la température paraît plus importante que celle de la vitesse de déformation, tant pour le sel gemme que pour le monocristal de NaCl.

Concernant l'initiation de l'endommagement, il faut se livrer à des conjectures, car nous ne disposons d'aucune donnée sur l'influence de la température ou de la vitesse de chargement. Toutefois, nous pouvons penser que pour le sel gemme, comme pour tout autre géomatériau, le

comportement différé prend de l'ampleur au fur et à mesure que la contrainte déviatorique s'accroît (c'est à dire que l'on se rapproche de la résistance maximale). Ainsi, l'influence de la vitesse de sollicitation est probablement plus faible sur le critère d'endommagement que sur le critère de rupture, la contrainte déviatorique étant moindre.

Nos données sur la limite de linéarité sont beaucoup plus dispersées que celles sur la rupture. Cependant il est troublant de constater (figure 71) qu'après l'établissement d'un palier de fluage dans des conditions qui nous sont inconnues (nature du sel, vitesse de chargement), la rupture différée est observée si la contrainte initialement appliquée est au-delà de la limite de linéarité que nous avons déterminée.

Nous ne répondrons donc pas à la question de façon péremptoire car les arguments sont en nombre insuffisant. Cependant, les influences de la température et de la vitesse de chargement pouvant être estimées grossièrement de l'ordre de la dispersion des données permettant la caractérisation des critères, nous sommes tentés de conclure que les surfaces caractéristiques sont relativement intrinsèques, pour les trajets de chargement empruntés.

## 5. Conclusion

Les essais de compression et d'extension axiales réalisés à l'appareil triaxial axisymétrique sur le sel gemme des MDPA, nous ont permis de suivre deux types de chemins de contrainte. La mesure de la variation de volume en cours d'essais donne une information sur l'apparition et l'évolution éventuelle de l'endommagement se manifestant par une microfissuration et une dilatance.

La fissuration est orientée perpendiculairement à la contrainte principale mineure, ce qui donne en extension des fissures planaires normales à l'axe de l'éprouvette. En compression, les fissures sont grossièrement verticales et suivent la symétrie de révolution. Dans les deux cas de chargement, l'**axisymétrie** est conservée. Par contre la **symétrie cylindrique** (mêmes propriétés sur un même rayon), qui est utilisée dans le dépouillement des essais, n'est pas tout à fait pertinente, en raison des effets de bord au contact des embases. En compression, la fissuration est quasiment inexistante pour des pressions de confinement supérieures à 15MPa, mais très marquée sous faible pression.

Le comportement instantané (par opposition à différé) du sel gemme est fortement **dépendant de la contrainte moyenne**. Au regard des définitions du chapitre A, le **sel gemme** est à classer en premier lieu dans la catégorie **semi-fragile** (déformation permanente avant rupture supérieure à 3%, dilatance, microfissuration plutôt distribuée, dépendance en pression de la résistance à la compression), voire **ductile**, même si sous certaines conditions des critères de fragilité peuvent aussi être identifiés.

Le **comportement instantané** du sel gemme est **élastoplastique**, l'essentiel de l'énergie mécanique fournie au cours d'un chargement déviatorique n'est pas récupérable et provoque des déformations irréversibles importantes devant les déformations élastiques. Des cycles de décharge-recharge indiquent une **variation des paramètres élastiques inférieure à la dispersion** naturelle des résultats. L'évolution des paramètres élastiques, bien que réelle, pourra donc ne pas être prise en compte dans un modèle de comportement du sel gemme s'endommageant.

La mesure de la variation de volume de l'éprouvette montre l'existence d'une **limite de linéarité** de la courbe {déformation volumique; contrainte moyenne}. L'état de contrainte correspondant sépare un comportement dilatant d'un comportement non-dilatant. Il apparaît que des déformations irréversibles surgissent dès le moindre chargement déviatorique. Cependant les déformations irréversibles ne sont dilatantes que lorsque la limite de linéarité est dépassée. Les relations entre les parties sphériques et déviatoriques des déformations et des travaux volumiques n'étant pas plus représentatives que la dépendance entre la contrainte sphérique et la contrainte déviatorique. On représente donc dans le plan {contrainte moyenne; contrainte déviatorique} pour différents essais, les points de limite de linéarité, qui sont liés par une courbe d'allure **parabolique**, car pour les pressions de confinement testées, aucune fermeture de cette courbe n'est observée. La courbe caractérisant le début de l'endommagement est différente en compression et en extension : pour une contrainte moyenne donnée, l'initiation de la **fissuration est plus précoce en extension qu'en compression**. En compression la limite de linéarité peut être assimilée au seuil de contractance-dilatance, tant les valeurs obtenues sont proches en comparaison de la dispersion naturelle.

Le comportement du sel gemme est **durcissant malgré la dilatance**, et radoucissant en compression seulement pour des pressions de confinement inférieures ou égales à 10 MPa. Le pic des contraintes ne peut être déterminé dans tous les cas, et la **surface de rupture** dans le plan des contraintes est **limitée** en compression aux contraintes moyennes inférieures à 35 MPa. Pour traduire l'influence de la contrainte moyenne, la courbe des pics de contrainte (ou surface de rupture) a une forme **parabolique**. La surface de rupture n'est pas identifiée en extension, son obtention demande d'entrer dans le domaine de contrainte axiale de traction.

La question sur le caractère intrinsèque des surfaces caractéristiques est ouverte, des éléments de réponse allant vers une faible variation des contraintes identifiées pour des conditions d'essai différentes (en vitesse de chargement et en température).

On retiendra donc que pour modéliser le comportement à court terme du sel gemme, un modèle suivant le formalisme de la plasticité s'avère bien adapté. Ce modèle devra prendre en compte les différences de comportement relevées entre la compression et l'extension, ainsi que la dilatance.









# Chapitre C

## Modélisation du comportement du sel gemme endommagé

***Résumé :** Les résultats expérimentaux présentés au chapitre précédent montrent un endommagement plus précoce en extension qu'en compression. La géométrie des contraintes, distincte dans les deux cas, provoque une répartition différente des contraintes internes. Une analyse de ces contraintes est proposée, par le truchement d'un modèle micro-macro autocohérent. Ce modèle permet également de discuter la nature de l'écrouissage.*

*En négligeant les effets différés, un modèle élastoplastique à écrouissage isotrope est proposé. L'écoulement plastique est non-associé, et sa détermination s'appuie sur l'analyse de l'évolution de l'angle de dilatance en fonction de la contrainte moyenne et du paramètre d'écrouissage (la distorsion plastique). Une généralisation à l'espace tridimensionnel des contraintes est développée en posant des conditions sur le gradient du potentiel plastique, et permet de présenter un résultat de calcul de creusement de galerie axisymétrique.*

## 1. Introduction

Nous avons vu au premier chapitre combien il est important de prendre en compte la dilatance qui, même pour de faibles valeurs, modifie considérablement la perméabilité du sel gemme. Les faibles déformations volumiques irréversibles que l'on néglige fréquemment, peuvent donc jouer un rôle important sur l'endommagement du sel gemme.

L'analyse des résultats expérimentaux en vue de l'écriture d'un modèle de comportement n'est pas immédiate et nécessite de nombreux tâtonnements. Il faut choisir la forme générale du modèle, puis identifier les surfaces de charge et potentiel plastique, caractériser leur évolution en fonction de paramètres d'écrouissage. Nous essayons d'argumenter les choix qui sont faits.

## 2. Acquis expérimentaux

Les données expérimentales du chapitre précédent montrent qu'au travers de l'essai triaxial, pour les vitesses de chargement mises en œuvre, le comportement du sel gemme présente une **plasticité instantanée** et peu de viscoplasticité. Pour s'en convaincre on peut évaluer la part des déformations viscoplastiques dans la déformation totale lors d'un essai de compression. Pour ce faire, on utilise les relations établies par Pouya [1991] caractérisant le fluage uniaxial du sel des MDPa, et se décomposant en fluage primaire et fluage secondaire :

$$\varepsilon_{11}^{vp1} = B [1 - \exp(-\beta t)] \quad \text{pour le fluage primaire} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{11}^{vp2} = C t \quad \text{Pour le fluage secondaire} \quad (2)$$

$$\text{avec : } B = A_p \exp\left(\frac{-K_p}{T}\right) (\sigma_{11})^{p_1} \quad C = A_s \exp\left(\frac{-K_s}{T}\right) (\sigma_{11})^{p_2} \quad (3)$$

Les valeurs numériques à la température ambiante sont :

$$\begin{aligned} A_p &= 9,5 \cdot 10^{-3} (\text{MPa})^{-p_1} & p_1 &= 2,7 & K_p &= 2200 \text{ K} & \beta &= 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \\ A_s &= 2,54 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1} (\text{MPa})^{-p_2} & p_2 &= 3,4 & K_s &= 3100 \text{ K} & \sigma_{11} &\text{ en MPa} \end{aligned}$$

Considérons une durée d'essai d'écrouissage de 4 heures, pendant laquelle la contrainte atteint 60 MPa, les déformations dues au fluage primaire et secondaire sont :

$$\varepsilon_{11}^{vp1} \approx 1,3 \cdot 10^{-2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{11}^{vp2} = 7,2 \cdot 10^{-8}$$

tandis que pour la même durée, la déformation totale mesurée pendant l'expérience sous une vitesse de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$  est de 14%.

Il ressort de ce calcul que les effets du fluage stationnaire sont largement négligeables face aux déformations totales au cours d'un essai d'écrouissage. Quant au fluage transitoire, de plus grande importance, on constate qu'il tient un rôle mineur dans la composition totale de la déformation. Il nous paraît donc légitime de considérer les **effets différés négligeables** vis à vis des déformations instantanées.

Au cours du chargement déviatorique appliqué à une éprouvette, nous avons constaté l'existence de déformations irréversibles, tant directionnelles que volumiques, même si le déviateur est très faible. Lorsque les variations de volume, montrent une phase de dilatance, elles indiquent un **endommagement** de la matière. L'initiation de l'endommagement est plus précoce en extension qu'en compression, ce qui révèle une **influence du trajet de chargement**, et probablement de la structure.

L'évolution des paramètres élastiques est noyée dans la dispersion naturelle des résultats obtenus sur l'ensemble des essais (chapitre B). Les **paramètres élastiques seront supposés constants**.

Dans ces conditions, le choix du formalisme de plasticité nous semble naturel et commode à mettre en œuvre.

### **3. Approche micromécanique : modélisation micro-macro autocohérente**

L'approche micro-macro de l'étude de la rhéologie d'un matériau formé de cristaux a pour objectif de décrire le comportement de l'agrégat polycristallin supposé être macroscopiquement homogène, à partir de propriétés individuelles des cristaux constitutifs.

Si l'on considère l'agrégat comme un milieu infini macroscopique homogène (et non comme une structure), ses déformations et contraintes sont égales à la moyenne des déformations et des contraintes dans les grains qui le constituent. Ces contraintes et ces déformations dépendent du chargement imposé à l'infini sur le milieu macroscopique et aussi de l'interaction mutuelle des grains. Dans un modèle autocohérent, ces interactions sont remplacées par l'interaction d'un grain sous forme d'une inclusion dans une matrice homogène. Le grain a les propriétés connues du monocristal. Le comportement de la matrice que l'agrégat macroscopiquement homogène et constitue l'inconnu du problème. Il est déterminé de telle manière que la moyenne des contraintes et des déformations qui en résultent dans les inclusions coïncident avec les contraintes et déformations homogènes imposées à l'infini. Chaque inclusion a des caractéristiques différents (orientation, géométrie, nature). Ceci constitue le principe du modèle autocohérent. Les modèles auto-cohérents les plus simples considèrent une inclusion de forme sphérique ou ellipsoïdale.

#### **3.1. Modèle de Berveiller et Zaoui**

Ce modèle auto-cohérent [Berveiller et Zaoui, 1978] considère une inclusion sphérique formée d'un seul cristal à comportement élastoplastique connu. Supposons que le polycristal soit soumis à l'infini à une contrainte et à une déformation plastique macroscopique, respectivement  $\underline{\Sigma}$  et  $\underline{E}_p$ . Les auteurs ont démontré que les tenseurs de contrainte  $\underline{\sigma}$  et de déformation  $\underline{e}^p$  au sein de l'inclusion, sont reliés aux tenseurs macroscopiques par la relation suivante :

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\sigma}} &= \underline{\underline{\Sigma}} + 2 \mu \alpha (1 - \beta) (\underline{\underline{E}}^p - \underline{\underline{e}}^p) \\ \beta &= \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} & \nu : \text{Coefficient de Poisson} \\ \underline{\underline{\Sigma}} &= \langle \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle \rangle, \quad \underline{\underline{E}} = \langle \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle \rangle & \mu : \text{Module de cisaillement}\end{aligned}$$

Le terme  $2 \mu \alpha (1 - \beta) (\underline{\underline{E}}^p - \underline{\underline{e}}^p)$  représente les contraintes internes liées à l'interaction mécanique des grains. Le paramètre  $\alpha$  est compris entre 0 et 1. On retrouve le modèle de Kröner [1961] si  $\alpha = 1$ , ce qui revient à supposer que le comportement de l'inclusion est élastique linéaire. Dans le modèle de Berveiller et Zaoui,  $\alpha$  dépend du module d'écrouissage sécant  $1/h$  :

$$\underline{\underline{E}}_p = h \underline{\underline{S}} \quad \underline{\underline{S}} : \text{Tenseur déviateur de contraintes du polycristal.}$$

Dans ce modèle,  $\alpha$  décroît progressivement au cours d'un chargement monotone croissant, et traduit la diminution des contraintes internes du fait de l'adaptation des déformations plastiques des grains.

Si l'on suppose que la déformation du monocristal est exclusivement liée à des glissements sur les plans cristallographiques, le comportement élastoplastique du monocristal peut être décrit par un potentiel élasto-plastique multiple [Koiter, 1960 ; Mandel, 1965] :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \sum_k \dot{\lambda}_k \frac{\partial f_k}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad f^k = \tau^k - \tau_y^k \quad (\tau^k = \text{Contrainte de cisaillement sur le système } k)$$

### 3.2. Application du modèle de Berveiller & Zaoui au sel gemme

Nous allons utiliser les résultats (cités dans le chapitre A) des essais d'écrouissage réalisés sur le monocristal de halite par Carter et Heard [1970]. On se contentera des expériences effectuées à température ambiante (25°C) et à vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ , qui sont proches des conditions expérimentales de nos essais. Les courbes contrainte-déformation obtenues dans les directions [001] et [011] peuvent être représentées par des droites, ce qui permet de déterminer deux valeurs du seuil du plasticité, et trois valeurs du module d'écrouissage [Pouya et al., 1993] :

- Dans la direction [001] :  $\tau_0 = 2 \text{ MPa}$  et  $H_0 = 260 \text{ MPa}$
- Dans la direction [011] :  $\tau_1 = 0$ ,  $\tau_2 = H_1 = 22 \text{ MPa}$ ,  $H_2 = 90 \text{ MPa}$

Si l'on considère les 24 systèmes de glissement du monocristal de halite (six systèmes orthogonaux, douze octaédriques et six cubiques), la matrice d'écrouissage  $H$  (permettant le passage des contraintes de cisaillement au glissement sur chaque mécanisme) sera de dimensions 24x24. [Pouya et al., 1993]. On ne pourra donc pas identifier tous les termes de cette matrice à partir de trois valeurs expérimentales du module d'écrouissage ci-dessus.

Mais, si l'on se limite au domaine de faible déformation (moins de 3% par exemple) où les mécanismes principaux sont les systèmes orthogonaux, la prise en compte des autres systèmes n'aura qu'une importance secondaire.

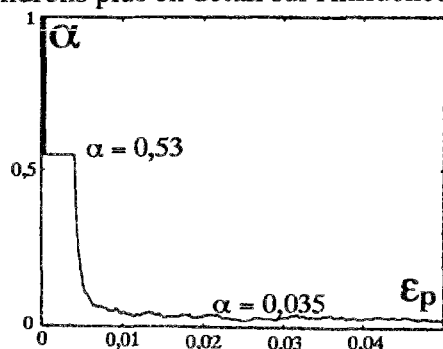
Dans le programme utilisé pour la simulation, mis au point par A. Pouya, sont considérés cependant les systèmes dodécaédriques pour lesquels quelques données sont disponibles. La matrice d'écrouissage est déterminée moyennant certaines hypothèses, sans doute très discutables (le choix n'étant pas unique). Une possibilité consiste à supposer que les termes non diagonaux sont des

fractions des termes diagonaux; une autre, encore plus simplificatrice, est de considérer que seuls les termes diagonaux sont non nuls.

Après avoir fait ces deux hypothèses, nous avons constaté qu'elles conduisaient à des résultats très proches, compte tenu de l'hypothèse de symétrie axiale, justifiée pour simuler une éprouvette cylindrique de laboratoire. Aussi, nous avons retenu, dans la suite, l'hypothèse la plus simple : "termes non diagonaux nuls", qui revient à admettre les paramètres suivants (Pouya et al., 1993) :

- Pour les systèmes dodécaédriques :  $\tau_{y0}^I = 2 \text{ MPa}$ ,  $H_{ii} = 260 \text{ MPa}$  ( $i=1,6$ )
- Pour les systèmes octaédriques :  $\tau_{y0}^7 = 22 \text{ MPa}$ ,  $H_{ii} = 90 \text{ MPa}$  ( $i=7,18$ )

Un autre paramètre du modèle de Berveiller et Zaoui est  $\alpha$  qui varie en fonction de la déformation plastique entre 0 et 1. Son évolution (figure 1) a été calculée dans le cas de NaCl par Pouya et al.[1993]. C'est une fonction continue présentant une allure d'escalier. Une contremarche rapidement franchie fait passer  $\alpha$  de 1 à 0,53, où la valeur demeure constante sur un palier jusqu'à 0,5% de déformation. Ensuite une nouvelle contre-marche permet d'atteindre le niveau  $\alpha=0,035$ . Nous reviendrons plus en détail sur l'influence de ce paramètre sur le résultat de simulation.



**Figure 1 :** Évolution de  $\alpha$  en fonction de la déformation plastique pour le modèle de Berveiller et Zaoui [Pouya et al., 1993].

$\alpha$  représente un facteur d'atténuation des contraintes internes permettant de tenir compte de l'aptitude de la matrice à se déformer plastiquement au voisinage de l'inclusion pour ajuster ses déformations à celles de l'inclusion.  $\alpha$  se réduit avec l'augmentation du nombre de systèmes de glissement actifs. Plus  $\alpha$  est faible, meilleure est l'atténuation des contraintes internes.

Quant aux caractéristiques élastiques, notre choix s'est porté sur les valeurs suivantes, proches des paramètres mesurés sur nos échantillons:

Module d'Young  $E = 18 \text{ GPa}$

Coefficient de Poisson  $\nu = 0,2$

### 3.3. Principaux résultats

#### 3.3.1. Nature de l'écrouissage

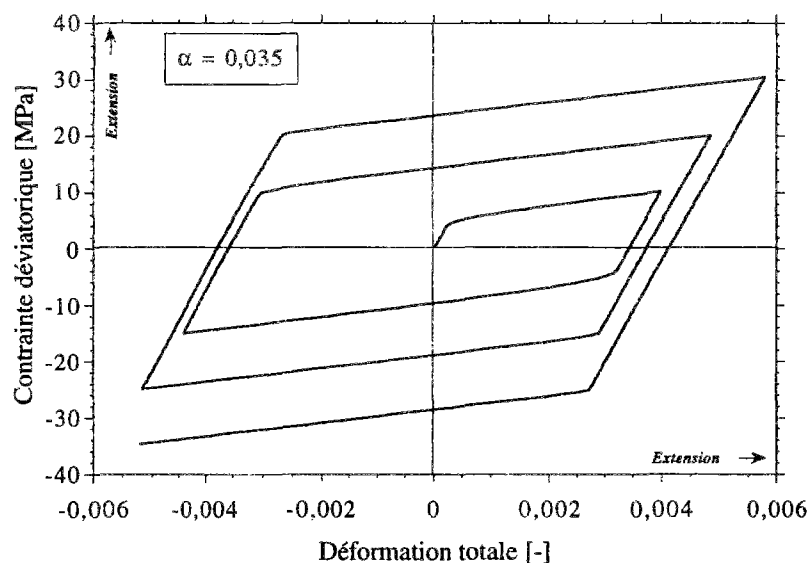
En partant d'un modèle élastoplastique parfait (sans écrouissage) pour le monocristal de halite, Pouya [1991] a montré que le comportement du sel polycristallin présente de l'écrouissage. Cet écrouissage structural s'ajoute à l'écrouissage des cristaux de sel et intensifie l'écrouissage de l'agrégat polycristallin.

On peut s'interroger sur la part et la nature de chaque écrouissage d'origine monocristalline ou polycristalline. En admettant l'hypothèse vraisemblable de l'écrouissage monocristallin isotrope, nous avons simulé le début d'un essai cyclique de compression/extension. Réalisé avec une forte pression de confinement de 60MPa, l'expérience de laboratoire comporte plusieurs cycles de charge-décharge avec mesure de variation de volume (paragraphe 4.6 du chapitre B).

Il apparaît clairement (figure B38.1) qu'à faible déformation, l'écrouissage au cours de cette expérience comporte une part isotrope et une part cinématique (l'écrouissage ne peut pas être qualifié de purement isotrope ou purement cinématique). De plus, les domaines de compression et d'extension sont pratiquement les mêmes, pourvu que la déformation longitudinale n'excède pas environ 0,3%. Dans ce domaine, la déformation volumique est exclusivement de contractance. Au-delà de quelques dixièmes de pour-cent de déformation, une accélération modérée de la dilatance est observée durant les phases d'extension. Elle s'accompagne de déformations volumiques irréversibles. Ce phénomène traduit incontestablement l'endommagement progressif de l'échantillon : la déformation n'est plus une déformation plastique au sens de mouvement de dislocations, mais inclut une part due à l'endommagement. L'écart entre les comportements en extension et en compression se creuse d'autant plus que la déformation volumique irréversible, représentative de l'endommagement, augmente : le sel endommagé se déforme davantage au cours d'une extension qu'au cours d'une compression.

Ce phénomène, manifestement lié au signe du déviateur de contrainte, ne peut être exprimé par aucun modèle dépendant exclusivement du deuxième invariant du tenseur déviateur de contrainte  $J_2$  comme c'est le cas de modèles décrivant les mouvements de dislocations. Il ne faut donc pas s'attendre à ce que la dissymétrie observée entre la compression et l'extension par rapport à la déformation initiale puisse être reproduite par le modèle de Berveiller et Zaoui. Tel est effectivement le cas du résultat de la simulation présentée sur la figure 2.

Les résultats du calcul confirment cependant les résultats des essais sur le sel gemme, sur le fait que l'écrouissage du polycristal de NaCl comporte une part isotrope liée à l'écrouissage des monocristaux et une part cinématique due à l'agrégat polycristallin.

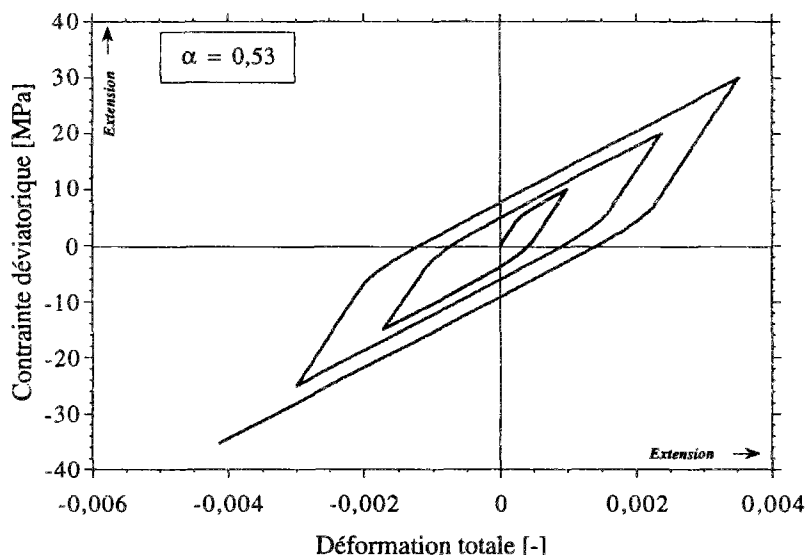


**Figure 2 :** Simulation par le modèle micro-macro de Berveiller et Zaoui d'un essai alterné de compression-extension;  $\alpha=0,035$ .

Seul est pris en compte l'écrouissage isotrope du monocristal. La contrainte déviatorique est augmentée de 5 MPa en valeur absolue à chaque changement de sens des cycles de chargement pilotés en déformation. On remarque que la mémoire du dernier niveau de contrainte atteint est conservée séparément en compression et en extension, tandis que le passé du chargement en compression n'influe pas sur le chargement en extension et réciproquement.

L'écrouissage cinématique paraît d'autant plus significatif que le comportement de la matrice polycristalline se rapproche d'un comportement élastique. Ce phénomène apparaît nettement en comparant les courbes déviateur-déformation axiale (figures 2 et 3) calculées respectivement avec  $\alpha=0,035$  et  $\alpha=0,53$ . En décharge, une nouvelle plastification ne peut se produire avec  $\alpha=0,035$

qu'après la décharge complète (qui s'avère élastique), suivie d'un chargement du signe opposé. Or, dans l'hypothèse de  $\alpha=0,53$ , les trajets de décharge ne sont pas entièrement élastiques et une nouvelle plastification précoce se produit avant même la décharge complète.



**Figure 3 :** Simulation par le modèle micro-macro de Berveiller et Zaoui d'un essai alterné de compression-extension;  $\alpha=0,53$ .

L'écrouissage du polycristal présente un caractère nettement cinématique, le domaine élastique étant quitté prématurément, avant le changement de signe du déviateur. Cet aspect du comportement du polycristal est le fait de l'agrégation des monocristaux, car le comportement du monocristal est à écrouissage isotrope.

L'existence de trajets de décharges élastiques au cours des essais de laboratoire, va en faveur d'une faible valeur du coefficient de  $\alpha$  pour le modèle de Berveiller et Zaoui.

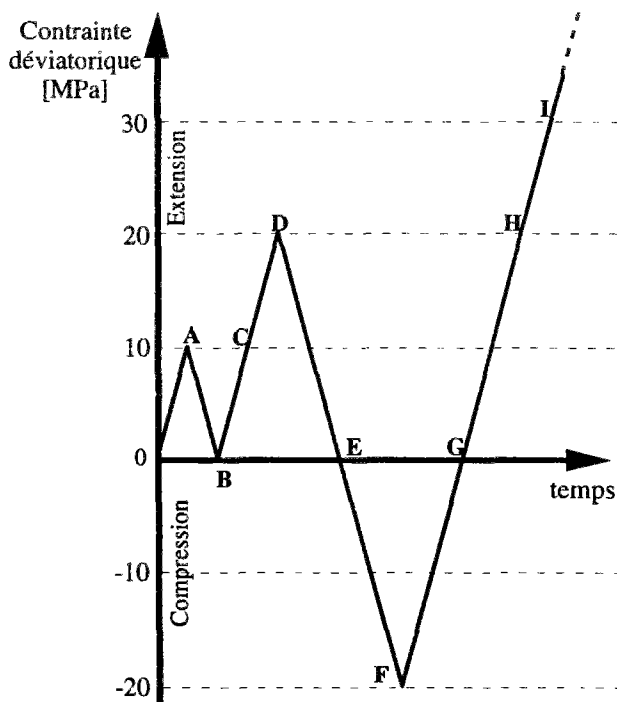
La valeur du coefficient  $\alpha$  ne se répercute pas seulement sur la part de l'écrouissage cinématique dans la plasticité du sel gemme. Elle se fait également sentir sur la déformabilité du matériau puisque  $\alpha$  caractérise, nous l'avons déjà dit, la souplesse de la matrice polycristalline. Les plus faibles valeurs de déformation sont obtenues avec le modèle de Kröner, pour lequel  $\alpha = 1$  traduit un comportement élastique de la matrice.

### 3.3.2. Contraintes internes

Les contraintes internes calculées avec le modèle de Berveiller et Zaoui peuvent nous éclairer sur l'initiation de l'endommagement du sel gemme.

Le modèle de Berveiller et Zaoui ne dépendant que du déviateur de contrainte, la simulation d'un essai triaxial à partir de ce modèle revient à celle d'un essai uniaxial de compression ou de traction.

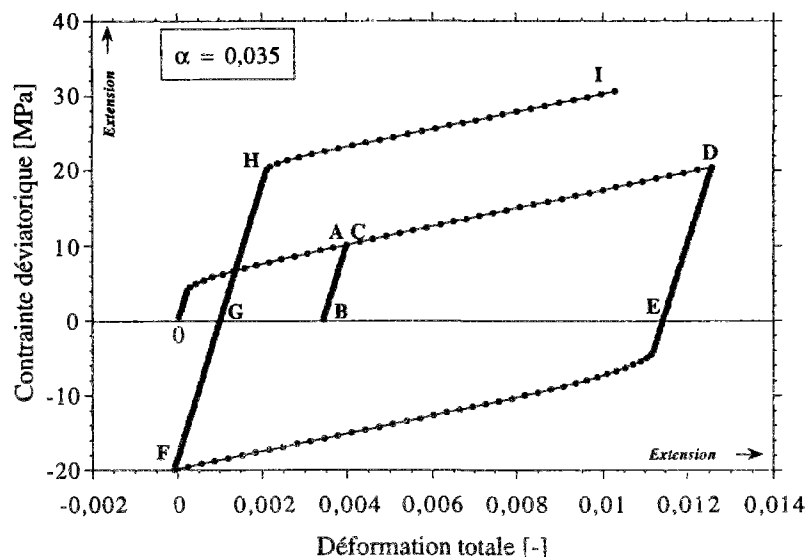
On imagine un essai triaxial fictif caractérisé par un trajet du chargement déviatorique identique à celui de la figure 4.



**Figure 4 :** Schéma de chargement déviatorique.



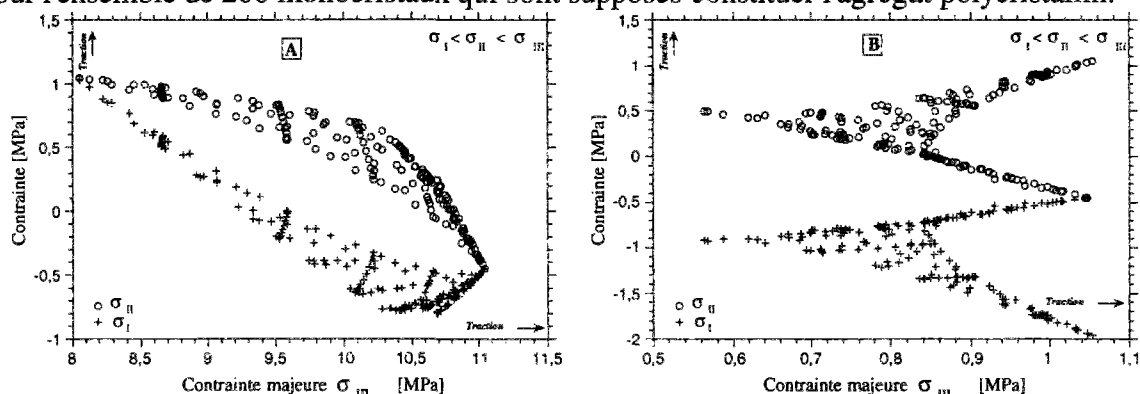
Après une mise en confinement isotrope, on applique un chargement déviatorique d'extension jusqu'à la valeur de 10 MPa (A), on décharge celui-ci jusqu'à son annulation complète (B), avant de recharger jusqu'à un déviateur de 20 MPa (D), en passant par le point (C). On décharge de nouveau complètement l'éprouvette (E), puis on exerce un déviateur en compression de 20 MPa (F). L'expérience se poursuit avec un nouveau chargement ; jusqu'à un déviateur de 30 MPa en extension (I).



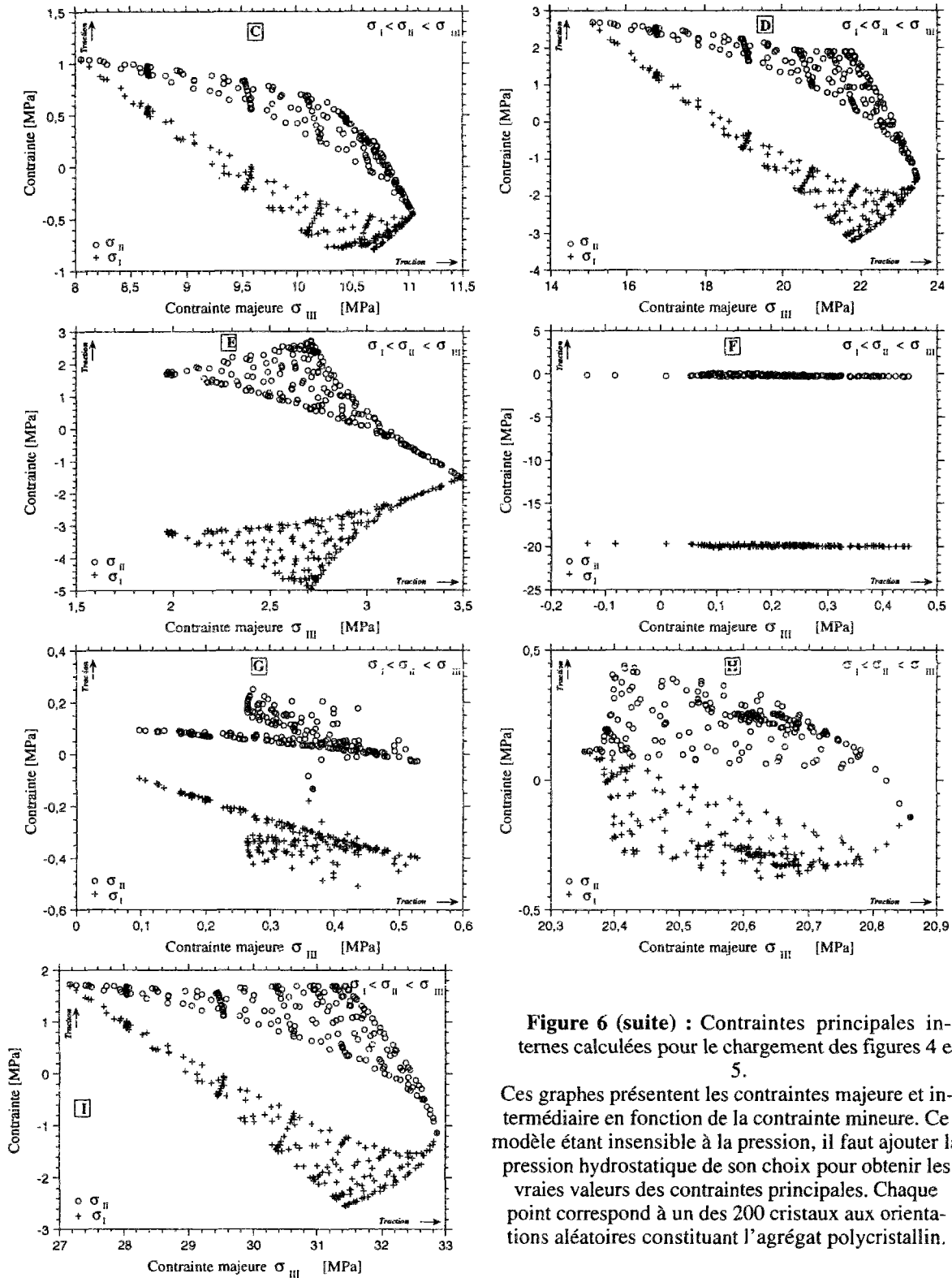
**Figure 5 :** Simulation par le modèle micro-macro de Berveiller et Zaoui de l'essai fictif de chargement alterné en extension et en compression décrit sur la figure 4.  $\alpha = 0,035$

La figure 5 illustre la courbe {déviateur; déformation longitudinale} issue du calcul sur le modèle de Berveiller et Zaoui. On y reconnaît l'allure des résultats des essais typiques de laboratoire : la décharge est réversible. En revanche, une sollicitation déviatorique de sens opposé conduit à un durcissement du matériau. Le passage d'extension en compression s'accompagne d'une nouvelle plastification (F), qui se répercute sur le dernier trajet de chargement en extension (GHI) en le plaçant au-dessus du précédent trajet (CD).

La figure 6 (A à I) présente les trois contraintes principales (majeure, intermédiaire et mineure) pour l'ensemble de 200 monocristaux qui sont supposés constituer l'agrégat polycristallin.



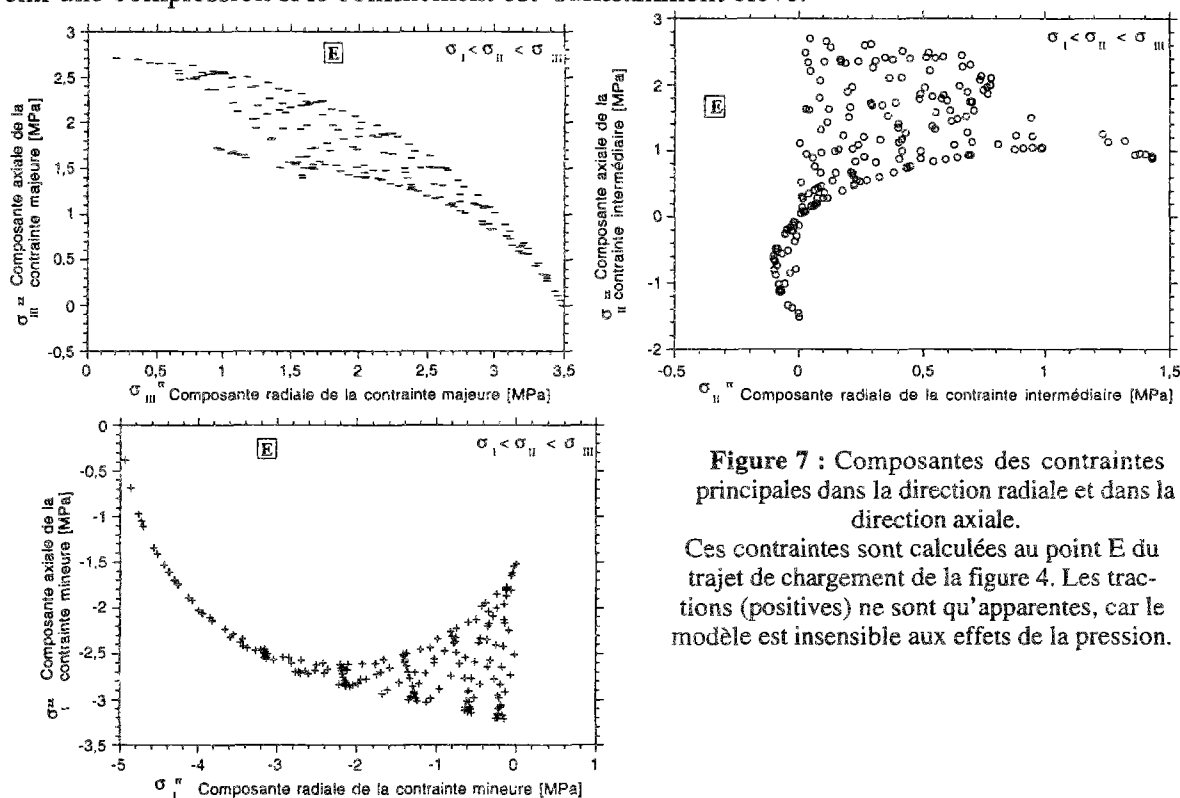
**Figure 6 :** Contraintes principales internes calculées pour le chargement des figures 4 et 5. Ces graphes présentent les contraintes majeure et intermédiaire en fonction de la contrainte mineure. Ce modèle étant insensible à la pression, il faut ajouter la pression hydrostatique de son choix pour obtenir les vraies valeurs des contraintes principales. Notons que A et C fournissent la même répartition de contraintes internes, ces deux points n'étant séparés que par un trajet de chargement élastique.



On retrouve en moyenne l'état de contrainte macroscopique. L'état de contrainte local oscille autour de la valeur moyenne à environ  $\pm 20\%$  de cette dernière. L'amplitude de l'oscillation est pratiquement la même quel que soit le déviateur macroscopique.

Lorsque le déviateur est déchargé complètement (figures 6B, 6E, et 6G), la contrainte principale mineure, et dans une moindre mesure, la contrainte principale intermédiaire deviennent de traction par rapport à leur état initial (supposé comme nul dans le calcul). Cette traction est d'autant plus intense que la décharge intervient après un chargement d'extension (comparer les figures 6E et 6G), et que ce chargement est intense.

Pour connaître l'orientation des contraintes principales, ont été tracées sur la figure 7, les projections sur le plan médian  $\{\sigma_{II}; \sigma_{ZZ}\}$  des trois contraintes principales (mineure, intermédiaire et majeure). La contrainte principale mineure est visiblement une traction d'orientation aléatoire, pour la plupart des cristaux. Cette traction se superpose en réalité à la pression de confinement et peut devenir une compression si le confinement est suffisamment élevé.



**Figure 7 :** Composantes des contraintes principales dans la direction radiale et dans la direction axiale. Ces contraintes sont calculées au point E du trajet de chargement de la figure 4. Les tractions (positives) ne sont qu'apparentes, car le modèle est insensible aux effets de la pression.

D'après le modèle utilisé, aucune contrainte macroscopique de traction ne règne en théorie localement dans un échantillon de sel gemme soumis à fort confinement au cours d'un essai triaxial de compression ou d'extension. Il n'en reste pas moins que les contraintes internes demeurant dans l'échantillon après la suppression de la pression de confinement à la fin de l'essai sont susceptibles d'entraîner la fissuration par traction du sel gemme. Le risque d'une fissuration du sel due au relâchement de l'état de contrainte résultant du carottage semble, de ce point de vue, vraisemblable.

Ce fait n'explique pas pour autant l'endommagement du sel gemme rencontré au cours des essais triaxiaux, phénomène mis en évidence par la mesure de variation de volume. En effet, le risque d'endommagement apparaît comme étant plus grand au passage de l'extension à la compression qu'au passage de la compression à l'extension, mais ce risque disparaît pratiquement si la pression de confinement dépasse un certain seuil, fonction du déviateur maximum atteint préalablement à la

décharge. Ce seuil vaut 2 MPa si le déviateur maximum est de 10 MPa ; il est de 5 MPa si la décharge s'effectue à partir d'un déviateur de 20 MPa, et croît régulièrement au fur et à mesure que le sel subit des déviateurs de plus en plus forts. Ces derniers ne dépassant rarement 60 MPa, d'après les résultats des essais de laboratoire, on peut définir une valeur critique de la pression de confinement au-delà de laquelle le risque d'une fissuration par traction est pratiquement inexistant. Cette valeur critique est de 15 MPa d'après les résultats des simulations effectuées par Pouya et al. [1993].

De tel risque de fissuration par traction n'a évidemment de sens qu'après la suppression du déviateur ; il n'explique pas l'apparition de l'endommagement au cours d'un chargement déviatorique réalisé sous fort confinement.

L'oscillation des contraintes locales autour de  $\pm 20\%$  de l'état de contrainte macroscopique n'est pas de nature à expliquer le phénomène de fissuration par compression ou par cisaillement observé au laboratoire. Les contraintes locales n'excèdent guère 1,2 fois les contraintes globales, même pour le modèle de Kröner pour lequel le comportement de la matrice polycristalline est le plus raide (élastique). Ce résultat reste valable dans le cas le plus défavorable où seuls les six systèmes dodécaédriques peuvent être actifs.

En supposant que le critère de l'endommagement local se confonde avec le critère global (hypothèse qui reste à vérifier), nous sommes tentés de conclure que d'après le modèle utilisé, la fissuration de cristaux de NaCl précède de peu la fissuration de l'agrégat polycristallin.

Dans la pratique, cette conclusion doit être nuancée, car le sel gemme n'est pas exclusivement formé de cristaux parfaits de NaCl. Les dislocations peuvent donc se heurter à des impuretés et à des défauts ponctuels et donner naissance à des contraintes locales bien plus fortes que celles calculées dans des conditions idéales.

Des glissements aux joints de grains peuvent également avoir lieu et conduire à une décohésion des grains entraînant à son tour l'endommagement du sel gemme. Ce phénomène peut se produire au-delà d'un certain seuil de sollicitation fonction essentiellement de la loi de comportement des interfaces des grains de sel. Sa modélisation relève davantage des approches "milieux discrets" [Thallak et al., 1992] que de modèles autocohérents semblables à celui utilisé.

### **3.4. Conclusions sur le calcul micro-macro**

La **modélisation micro-mécanique autocohérente** qui ne considère que les déformations dues aux glissements de dislocation, est **insensible aux effets de la contrainte moyenne**, qui ne peuvent être reproduits ainsi. Cependant, elle procure quelques informations importantes :

- l'**écrouissage** **isotrope** du **monocristal** conduit à un écrouissage en **partie cinématique** du **polycristal**;
- l'étude des contraintes internes montre que le **risque de fissuration** est **plus grand** à la suite d'un chargement en **extension**, qu'à la suite d'un chargement de compression, les contraintes potentielles de traction étant plus fortes dans le premier cas que dans le second;
- la fissuration est sous estimée avec ce modèle, car il ne peut prendre en compte l'effet des hétérogénéités et des impuretés présentes dans le matériaux naturel, et qui sont souvent à l'origine de l'initiation de fissures par décohésion ou rupture locale, comme cela est fréquemment observé en extension.

#### 4. Approche macroscopique : modélisation en plasticité

Les résultats expérimentaux du chapitre précédent montrent l'existence d'une surface d'initiation de l'endommagement (en compression et en extension) et d'une surface de rupture (en compression) exprimées dans le plan des invariants des contraintes : {contrainte moyenne; contrainte déviatorique}. La modélisation en plasticité nécessite la détermination de la surface de charge, de son évolution et de l'identification du potentiel plastique si il existe. Quel paramètre d'écrouissage faut-il prendre en compte, et en fonction de quel type de paramètre(s) pourra-t-on décrire son évolution? La réponse n'est pas simple, notamment par le fait que l'approche globale tente de décrire la déformation et la rupture pour toute la gamme des contraintes moyennes testées, alors que les mécanismes de déformation sont nécessairement de nature différente pour des contraintes moyennes faibles (fissuration) ou élevées (déformations plastiques importantes). Le développement présenté dans ce chapitre est fondé exclusivement sur l'hypothèse des petites perturbations.

##### 4.1. Identification de la surface de charge $F$

La théorie de la plasticité fait l'hypothèse de l'existence d'une surface convexe dans l'espace des contraintes, nommée "surface de charge", notée  $F$ , et qui sépare une zone où les déformations sont réversibles (domaine élastique) d'une autre zone où elles ne le sont pas. Lorsque l'état de contrainte se trouve sur cette surface ( $F=0$ ) et si la direction de chargement n'est pas intérieure à la surface, il y a écoulement plastique. Pour certains matériaux, la surface de charge n'est pas fixe et évolue pour accroître ou déplacer dans l'espace des contraintes le domaine élastique : c'est l'écrouissage. La surface de charge dépend donc de l'état de contrainte  $\underline{\sigma}$  et du (des) paramètre(s) d'écrouissage noté(s)  $\xi$  :

$$F = F(\underline{\sigma}, \xi) = 0 \quad (2.1)$$

L'analyse des courbes expérimentales présentées au chapitre B ne permet pas de trancher sur une limite nette entre le comportement élastique et le comportement irréversible. La preuve en est l'infériorité du module tangent lors du premier chargement déviatorique en comparaison avec les modules d'Young déterminés lors des excursions en décharge-recharge, ce qui se traduit par des déformations irréversibles, même sous faible déviateur de contrainte.

Aussi, nous considérerons le **domaine élastique initial** comme **confondu avec l'axe des contraintes moyennes** dans le plan des invariants des contraintes.

Le choix de l'équation de la surface de charge dépendra de l'usage que l'on veut faire du modèle rhéologique. Si la contrainte moyenne régnant dans la structure à calculer s'étale sur une large gamme, on choisira une surface par exemple de type parabolique, de façon à tenir compte de la diminution progressive de l'influence de la contrainte moyenne lorsque celle-ci augmente

(en valeur absolue). Si, au contraire, la contrainte moyenne demeure faible, on pourra se contenter d'une droite.

Le choix du paramètre d'écrouissage sera discuté plus loin.

#### 4.2. Détermination du potentiel plastique G

La direction d'écoulement plastique dépend de la nature des déformations plastiques à reproduire, en particulier si des déformations volumiques irréversibles sont à prendre en compte. La direction de l'écoulement plastique est donnée par la normale au **potentiel plastique G** si il existe, défini dans l'espace des contraintes. On a, pour de petites déformations :

$$d\underline{\underline{\epsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad \text{ou} \quad \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \text{avec :} \quad & d\lambda \geq 0 \text{ si } F=0 \text{ et } \dot{F}=0 \\ \text{et} \quad & d\lambda = 0 \text{ si } F < 0 \end{aligned}$$

Pour une loi associée, l'écoulement est normal et  $F=G$ . Le comportement des géomatériaux développe souvent des déformations volumiques irréversibles qui impose un écoulement généralement non-associé ( $F \neq G$ ).

Si le matériau est isotrope dans son état initial (hypothèse plausible pour le sel gemme) et le demeure tant pendant la déformation élastique que pendant la déformation plastique, le potentiel plastique peut être exprimé en fonction de trois invariants des contraintes, par exemple de la contrainte moyenne  $\sigma_m$ , de la contrainte équivalente de Von Mises  $\sigma_{eq}$  et du paramètre adimensionnel décrivant la géométrie des contraintes  $J_m$  :

$$G=G(\sigma_m, \sigma_{eq}, J_m) \quad (2.3)$$

Rappelons que le paramètre de géométrie des contraintes  $J_m$  est nul dans le cas d'un état de contrainte isotrope, mais aussi lorsque  $J_3$  (le troisième invariant du tenseur déviateur des contraintes) est nul.  $J_m$  ne peut être calculé si  $\sigma_{eq}$  (ou  $J_2$ ) est nul, mais cela revient au cas de la contrainte isotrope, et donc  $J_m = 0$ .

La dérivée du potentiel par rapport au tenseur des contraintes s'exprime alors :

$$\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial G}{\partial J_m} \frac{\partial J_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.4)$$

$$\text{avec} \quad \frac{\partial \sigma_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \quad ; \quad \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{3}{2\sigma_{eq}} \underline{\underline{s}} \quad ; \quad \frac{\partial J_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{9}{2\sigma_{eq}^2} \left[ \frac{3}{\sigma_{eq}} \underline{\underline{t}} - J_m \underline{\underline{s}} \right] \quad (2.5)$$

où  $\underline{\underline{t}}$  est le déviateur du carré du tenseur  $\underline{\underline{s}}$  déviateur des contraintes :  $\underline{\underline{t}} = \frac{\partial J_3}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{s}}^2 - \frac{2}{3} J_2 \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{s}}^2 - \frac{2}{9} \sigma_{eq}^2 \underline{\underline{1}}$

On remarque que  $\underline{\underline{t}}$  et  $\underline{\underline{s}}$  ont mêmes directions principales.

La normale non unitaire à la surface G s'écrit dans les trois directions de l'espace  $\{\sigma_m, \sigma_{eq}, J_m\}$  :

$$\underline{\underline{n}} = \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \quad \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \quad \frac{\partial G}{\partial J_m} \right) \quad (2.6)$$

La formule (2.2) permet d'obtenir :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P = \text{tr } \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P : \underline{\underline{1}} = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \quad (2.7)$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P - \frac{1}{3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P : \underline{\underline{1}} = \dot{\lambda} \left[ \frac{27}{2\sigma_{eq}^3} \frac{\partial G}{\partial J_m} \underline{\underline{t}} + \frac{3}{2\sigma_{eq}} \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} - \frac{3}{\sigma_{eq}} \frac{J_m}{J_m} \frac{\partial G}{\partial J_m} \right) \underline{\underline{s}} \right] \quad (2.8)$$

avec  $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P$  = vitesse de déformation volumique irréversible

$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P$  = tenseur déviateur des vitesses des déformations linéarisées

On remarque que la vitesse d'évolution de la déformation volumique est proportionnelle à la composante de la normale dans la direction de l'axe  $\sigma_m$ . Il y aura dilatance ou contractance si cette composante est non nulle. On définit alors l'**angle de dilatance** compris entre la direction de la normale et la projection de la normale dans le plan  $\sigma_m=0$  (figure 8). Cet angle est positif si les déformations volumiques irréversibles sont dilatantes.

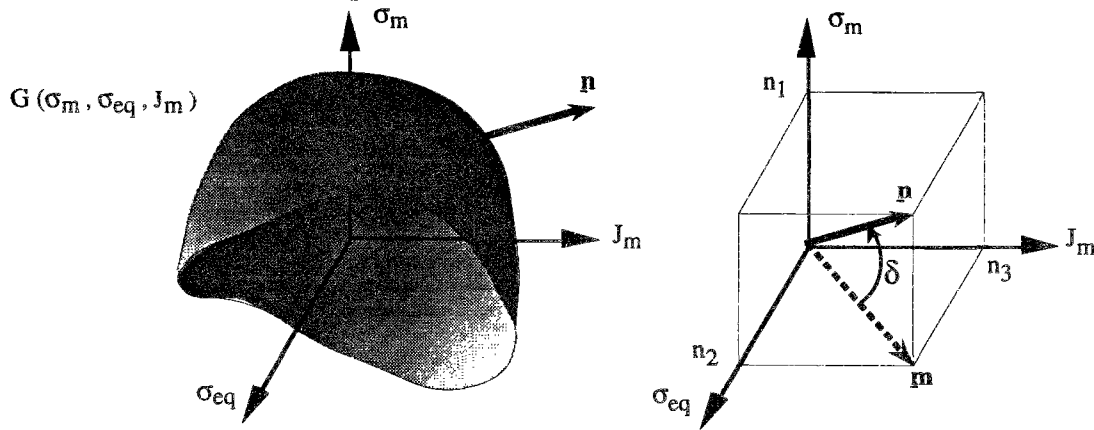


Figure 8 : Potentiel plastique et angle de dilatance.

La normale  $\underline{\underline{n}}$  au potentiel plastique projetée dans le plan  $\sigma_m=0$  donne le vecteur  $\underline{\underline{m}}$ . L'angle s'ouvrant de  $\underline{\underline{m}}$  vers  $\underline{\underline{n}}$  est l'angle de dilatance  $\delta$ . Il est positif s'il y a dilatance et négatif en cas de contractance.

L'angle de dilatance  $\delta$  s'exprime en fonction des composantes de la normale  $\underline{\underline{n}}$  au potentiel plastique :

$$\text{tg } \delta = \frac{\frac{\partial G}{\partial \sigma_m}}{\sqrt{\left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \right)^2 + \left( \frac{\partial G}{\partial J_m} \right)^2}} \quad (2.9)$$

Écrivons la **puissance volumique de dissipation plastique** en petites déformations linéarisées :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P &= \dot{\lambda} \underline{\underline{\sigma}} : \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P = \dot{\lambda} \underline{\underline{\sigma}} : \left[ \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P + \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P + \frac{\partial G}{\partial J_m} \frac{\partial J_m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}_v^P \right] \\ &= \dot{\lambda} \underline{\underline{\sigma}} : \left[ \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} + \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \frac{3}{2\sigma_{eq}} \underline{\underline{s}} + \frac{\partial G}{\partial J_m} \frac{9}{2\sigma_{eq}^2} \left( \frac{3}{\sigma_{eq}} \underline{\underline{t}} - J_m \underline{\underline{s}} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Rappelons quelques calculs de produits contractés :

$$\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{1}} = 0 \quad \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{s}} = \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}} = \frac{2}{3} \sigma_{eq}^2 \quad \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{t}} = \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{t}} = 3 J_3 = \frac{2}{9} \sigma_{eq}^3 J_m \quad (2.11)$$



Il en résulte que le dernier terme s'annule, ce qui conduit à l'expression de la puissance volumique dissipée, pour un milieu isotrope, quel que soit le potentiel d'écoulement  $G$  :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P = \dot{\lambda} \left[ \sigma_m \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} + \sigma_{eq} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \right] \quad (2.12)$$

On remarque que le troisième invariant du tenseur des contraintes n'intervient pas sur la dissipation d'énergie mécanique lors de déformations plastiques dans un milieu isotrope.

En utilisant la formule (2.8) et le fait que  $\underline{\underline{s}}$  et  $\underline{\underline{t}}$  ont mêmes directions principales, on voit que le tenseur déviateur des déformations et le tenseur déviateur des contraintes ont mêmes directions principales, ce qui est vrai en raison de l'isotropie supposée permanente du matériau. On peut ainsi définir l'orientation des tenseurs déviatoriques :

$$\underline{\underline{n}} = \frac{\underline{\underline{s}}}{\sqrt{\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}}} = \frac{\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P}{\sqrt{\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P : \underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P}} \quad (2.13)$$

Le produit contracté du tenseur  $\underline{\underline{t}}$  par lui-même donne  $\underline{\underline{t}} : \underline{\underline{t}} = \text{tr}(\underline{\underline{s}}^4) - \frac{4}{27} \sigma_{eq}^4$  (2.13bis)

En constatant que la puissance volumique de dissipation plastique s'écrit aussi :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P = \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P + \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\underline{\sigma}} \text{tr} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P \quad (2.14)$$

et en introduisant le taux de distorsion plastique :

$$\dot{\gamma}^P = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\tilde{\vare}}}^P : \underline{\underline{\tilde{\vare}}}^P} = \dot{\lambda} \left[ \frac{9}{\sigma_{eq}^2} \left( \frac{81}{2 \sigma_{eq}^4} \text{tr}(\underline{\underline{s}}^4) - 2 - J_m^2 \right) \left( \frac{\partial G}{\partial J_m} \right)^2 + \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.15)$$

$$\text{il vient :} \quad \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} \dot{\gamma}^P + \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\underline{\sigma}} \dot{\varepsilon}_v^P$$

ou

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P = \sigma_{eq} \dot{\gamma}^P + \sigma_m \dot{\varepsilon}_v^P \quad (2.16)$$

On veillera évidemment au respect de la positivité de cette dissipation volumique, lors de la mise au point du modèle rhéologique fondé sur le dépouillement des résultats expérimentaux.

### 4.3. Essai triaxial axisymétrique

Dans le cas de l'essai triaxial axisymétrique,  $J_m = +1$  en extension, et  $-1$  en compression; le tenseur déviateur des contraintes s'écrit :

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \sigma_m \underline{\underline{1}} = \frac{1}{3} (\sigma_{ax} - \sigma_{rad}) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} J_m \sigma_{eq} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

la contrainte équivalente de Von Mises se confond avec celle de Tresca :

$$\sigma_{eq} = |\sigma_{ax} - \sigma_{rad}| \quad (2.18)$$

le tenseur déviateur du carré du déviateur des contraintes se simplifie :

$$\underline{\underline{t}} = \frac{1}{3} J_m \sigma_{eq} \underline{\underline{s}} \quad (2.19)$$

ce qui entraîne l'indépendance de la géométrie de contrainte  $J_m$  avec le tenseur  $\underline{\underline{\sigma}}$  :

$$\frac{\partial J_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = 0 \quad (2.20)$$

le tenseur déviateur du taux de déformation plastique se simplifie :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \lambda \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{eq}} \frac{3}{2 \underline{\underline{\sigma}}_{eq}} \underline{\underline{s}} \quad (2.21)$$

sa première composante s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{11}^p = \frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_{ax}^p - \dot{\epsilon}_{rad}^p) \quad (2.22)$$

le taux de distorsion plastique devient :

$$\dot{\gamma}^p = \lambda \left| \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{eq}} \right| = \frac{2}{3} |\dot{\epsilon}_{ax}^p - \dot{\epsilon}_{rad}^p| = |\dot{\epsilon}_{11}^p| \quad (2.23)$$

On trouve finalement, en éliminant le multiplicateur plastique  $\lambda$  entre (2.7) et (2.23), que le rapport entre les deux premières composantes de la normale au potentiel plastique est proportionnel au rapport de la déformation volumique plastique et du taux de distorsion plastique :

$$\boxed{\frac{\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_m}}{\left| \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{eq}} \right|} = \frac{\dot{\epsilon}_v^p}{\dot{\gamma}^p}} \quad (2.24)$$

Pour les trajets de chargement accessibles à l'essai triaxial axisymétrique, la valeur de  $J_m$  est +1 en extension et -1 en compression. Il est alors difficile de calculer le gradient du potentiel plastique  $G$  par rapport à  $J_m$  sur la base de ces seules données expérimentales. D'autres trajets de chargement conviendraient d'être utilisés, mais pour ce faire, un appareil triaxial vrai est nécessaire. Nous imposerons le gradient de  $G$  par rapport à  $J_m$  arbitrairement nul :

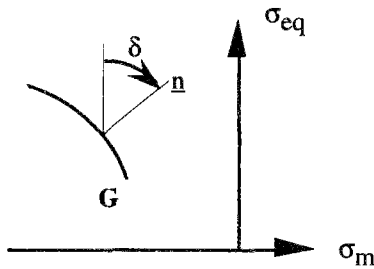
$$\boxed{\frac{\partial G}{\partial J_m} = 0 \text{ si } J_m^2 = 1} \quad (2.25)$$

Cette hypothèse permet de simplifier la définition (2.9) de l'angle de dilataance, qui devient :

$$\text{tg } \delta = \frac{\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_m}}{\left| \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{eq}} \right|} \quad (2.26)$$

ou encore, d'après (2.24) :

$$\delta = \text{arctg} \left( \frac{\partial \epsilon_v^p}{\partial \gamma^p} \right) \quad (2.27)$$



**Figure 9** : Définition simplifiée de l'angle de dilataance  $\delta$  pour un essai triaxial axisymétrique. Cet angle, déterminé à partir des déformations irréversibles, donne dans le plan {contrainte moyenne; contrainte équivalente de Von Mises} la direction de l'écoulement plastique, normale au potentiel plastique, en supposant que  $\frac{\partial G}{\partial J_m} = 0$  si  $J_m^2 = 1$ . La direction d'écoulement n'est pas nécessairement normale à la surface de charge.

Cet angle  $\delta$  s'annule pour une déformation volumique isochore, est positif en cas de dilataance plastique et négatif pour une contractance plastique. Il donne, dans le plan {contrainte moyenne;

contrainte équivalente de Von Mises} l'orientation de la normale au potentiel plastique. Il est positif dans le sens rétrograde avec la convention des compressions négatives.

Si nous supposons de plus que  $\frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \geq 0$  (2.28)

cela entraîne :  $\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \left( \text{tg } \delta \frac{\partial \sigma_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)$  et finalement :

$$\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \left[ \frac{\text{tg } \delta}{3} \frac{1}{\underline{\underline{\sigma}}} + \frac{3}{2\sigma_{eq}} \frac{s}{\underline{\underline{\sigma}}} \right] \quad (2.29)$$

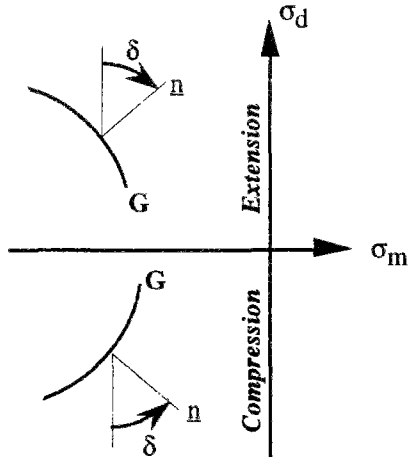
Si le potentiel plastique s'exprime sous la forme  $G = \sigma_{eq} - f(\sigma_m, \xi)$  alors  $\frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} = 1$  (car  $\sigma_{eq}$  et  $\sigma_m$  sont deux variables indépendantes) et il reste :

$$\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\text{tg } \delta}{3} \frac{1}{\underline{\underline{\sigma}}} + \frac{3}{2\sigma_{eq}} \frac{s}{\underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.30)$$

Par cette dernière formule, on voit que la direction d'écoulement ne dépend que de l'état de contrainte et de l'angle de dilataance pour les chargements en conditions triaxiales axisymétriques. Ce sera donc au travers de l'angle de dilataance que la direction d'écoulement dépendra éventuellement de la variable d'écrouissage. Il faudra donc étudier l'évolution de l'angle de dilataance en fonction de l'état de contrainte, mais aussi en fonction du paramètre d'écrouissage. Pour l'analyse d'essais triaxiaux axisymétriques, l'angle de dilataance est calculé par :

$$\delta = \text{arctg} \left( \frac{3}{2} \frac{\sigma_d}{|\sigma_d|} \frac{\partial \epsilon_v^p}{\partial \epsilon_d^p} \right) \quad (2.31)$$

La contrainte déviatorique  $\sigma_d = \sigma_{ax} - \sigma_{rad}$  est de même signe que la vitesse de déformation plastique déviatorique  $\dot{\epsilon}_d^p = \dot{\epsilon}_{ax}^p - \dot{\epsilon}_{rad}^p$ . On peut ainsi dissocier les résultats d'essai triaxiaux axisymétriques de compression et d'extension, en représentant les surfaces de charge dans le plan {contrainte moyenne; contrainte déviatorique}. Dans le cas de la compression,  $\sigma_d \leq 0$  et l'angle de dilataance est alors défini positif dans le sens trigonométrique (figure 10).



**Figure 10 :** Angle de dilataance en compression et en extension dans le plan {contrainte moyenne; contrainte déviatorique}. L'angle de dilataance est défini de sorte qu'il soit toujours positif en cas de dilataance.

Au cours d'un essai triaxial axisymétrique, il est ainsi possible de connaître la direction d'écoulement à tout instant et, en particulier, pour des valeurs déterminées du paramètre d'écrouissage. On peut alors déterminer la forme du potentiel plastique et son évolution, tout en gardant en mémoire les deux conditions (2.25) et (2.28) imposées sur les composantes du

gradient du potentiel plastique  $G$  en fonction de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  et en fonction de la géométrie des contraintes  $J_m$ .

#### 4.4. Evolution de la surface de charge et du potentiel plastique

##### 4.4.1. Nature de l'écrouissage

Mandel [1973] propose une vision des paramètres d'écrouissage dans un polycristal :

“Dans un monocristal, les variables d'écrouissage sont les variables qui définissent la distribution des dislocations (densité de dislocations, densité de boucles de dislocation) et plus généralement des défauts du réseau atomique. Un trièdre directeur naturel est un trièdre attaché au réseau, trièdre défini par un plan atomique et une direction atomique dans ce plan.

Soit maintenant un élément polycristallin formé de  $N$  cristaux. Nous le déchargeons. Dans la configuration relâchée  $\kappa_r$  du macroélément, il subsiste des contraintes résiduelles dans les cristaux. Ces contraintes résiduelles constituent une première catégorie de variables d'écrouissage, indépendantes entre elles (équations d'équilibre). De plus, pour chacun des monocristaux nous avons :

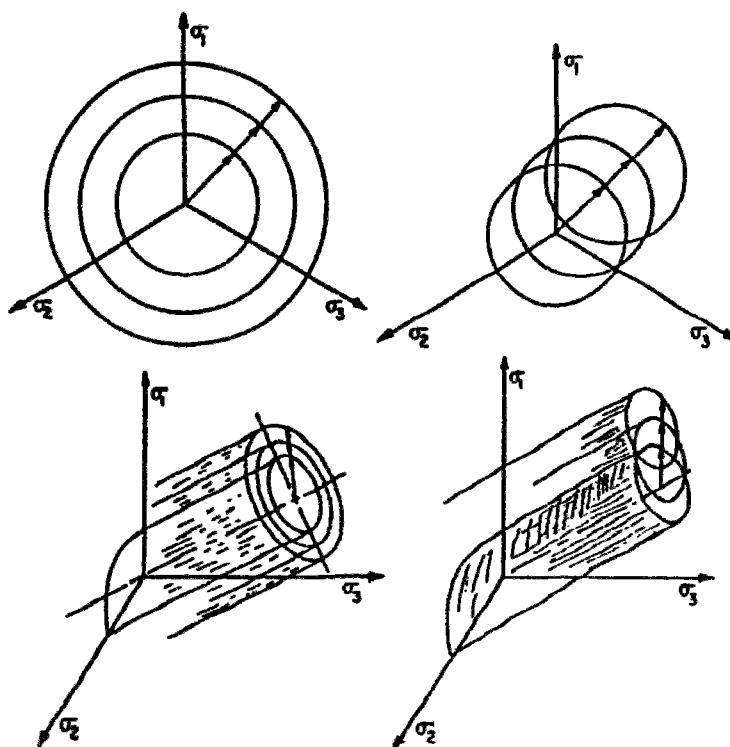
- ses variables d'écrouissage propres (variables internes liées aux dislocations);
- trois vecteurs directeurs attachés à son réseau atomique.

Les trois vecteurs attachés au réseau de l'un (quelconque) des cristaux, peuvent constituer un trièdre directeur pour le polycristal, les positions des autres directeurs étant des variables d'écrouissage ( $3N-3$  variables internes scalaires indépendantes).” Mandel propose ensuite un choix de trièdre directeur basé sur une orientation moyenne pondérée par les volumes.

Pour Radenkovic [1969], “Tout écrouissage provoque une anisotropie due à la déformation plastique; la fonction de charge dépend d'un grand nombre (en fait infini) de paramètres d'écrouissage et ne peut être représentée que dans un espace à six dimensions. Cependant, pour des raisons de simplicité mathématique, on fait souvent l'hypothèse que l'écrouissage ne dépend que d'un paramètre”.

Classiquement, on considère deux grands types d'écrouissage : isotrope et cinématique. Dans le premier cas, la surface de charge se dilate dans l'espace de contraintes; dans le second, elle se translate. La réalité est sans doute une combinaison des deux types d'écrouissage (figure 11).

Dans le choix du paramètre d'écrouissage, qui n'est pas unique, nous allons suivre la même logique que celle adoptée au cours de ce travail : retenir parmi les divers choix possibles, celui qui traduit le plus simplement les principaux traits du comportement rhéologique du matériau étudié.



**Figure 11 :** Ecouissage isotrope et écouissage cinématique [d'après Prévost, 1988].  
En haut est représenté l'écrouissage dans un plan déviatorique et en bas dans l'espace tridimensionnel des contraintes.

L'évolution de la surface de charge peut être décrite en fonction de la déformation irréversible ou du travail associé à cette dernière. Nous allons nous limiter à l'étude de la déformation irréversible en tant que paramètre d'écrouissage qui, comparé au travail volumique irréversible, présente l'avantage d'être facile à mesurer et à mettre en œuvre numériquement. Deux choix peuvent être envisagés : la déformation volumique irréversible, déjà utilisée dans le critère d'endommagement, et la déformation déviatorique irréversible.

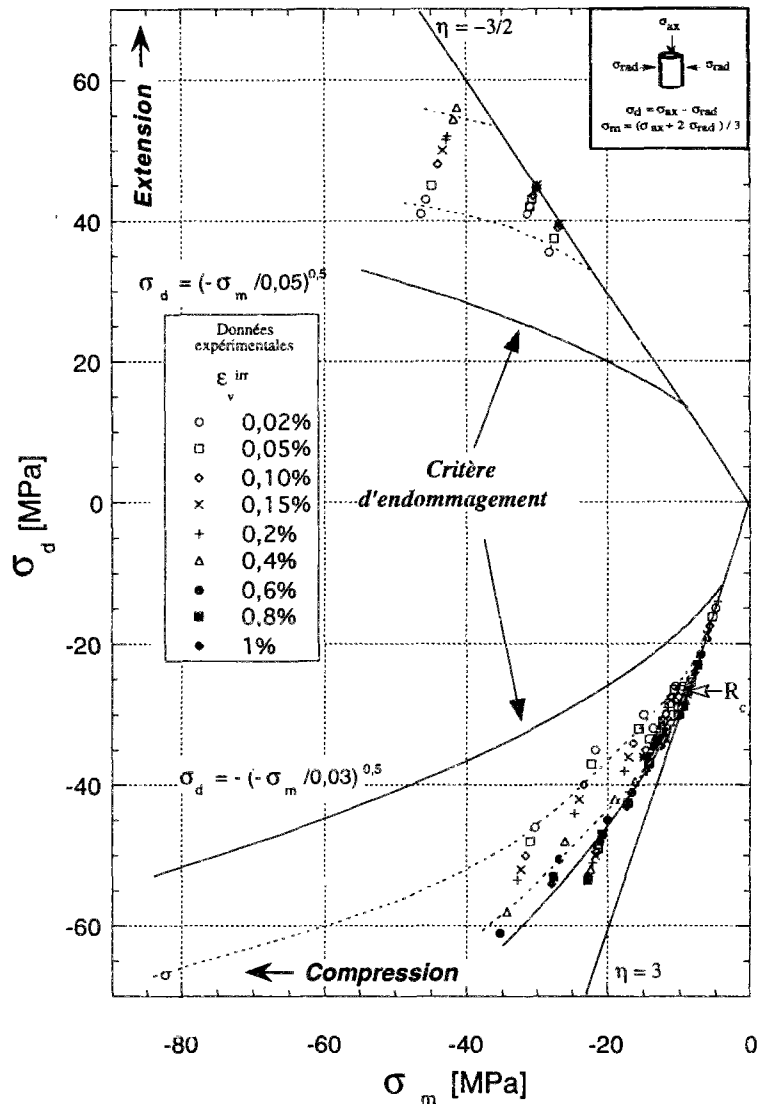
#### 4.4.2. La déformation volumique irréversible peut-elle être utilisée comme paramètre d'écrouissage ?

Le paramètre d'écrouissage volumique que nous avons envisagé d'utiliser est défini comme la différence de la déformation volumique totale mesurée et de la déformation volumique élastique linéarisée. On a ainsi la déformation volumique irréversible (voir chapitre B) :

$$\varepsilon_v^{\text{irr}} = \frac{\Delta V}{V_0} - \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (2.32)$$

##### Surface de charge

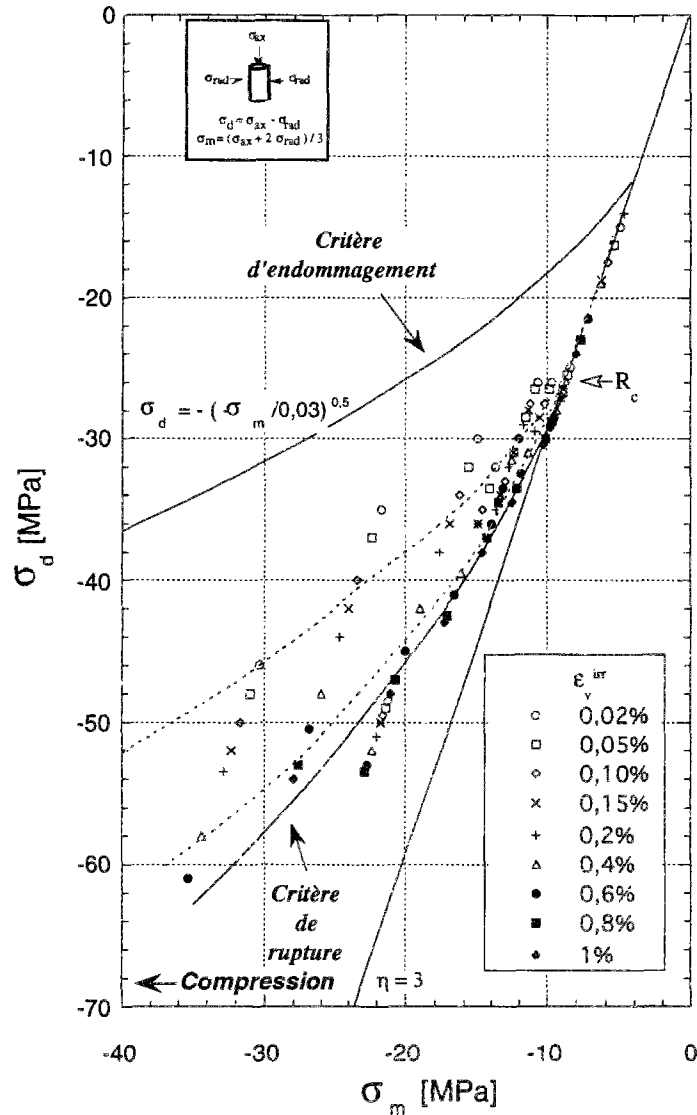
On détermine l'état de contrainte correspondant à une série de valeurs de la déformation volumique irréversible, et ce pour plusieurs essais. On reporte dans le plan  $\{\sigma_m; \sigma_d\}$ , l'évolution de la surface de charge en fonction de la déformation volumique irréversible (figure 12).



**Figure 12 :** Evolution de la surface de charge en fonction de la déformation volumique. Les données expérimentales sous fort confinement sont peu nombreuses tant les déformations volumiques sont faibles.  $R_c$  est la résistance à la compression simple.

A l'instar des courbes définissant l'état de contrainte pour lequel la vitesse de déformation volumique irréversible est nulle (limite de linéarité de la déformation volumique), la surface de charge reliant des états de contraintes correspondant à une même déformation volumique irréversible pourrait s'exprimer à l'aide d'une courbe parabolique dans le plan des contraintes moyennes et déviatoriques. Pour écrire l'évolution de la surface de charge il faut connaître avec précision la déformation volumique irréversible. En effet, lorsque la contrainte moyenne est forte en valeur absolue, les déformations volumiques sont petites, en extension comme en compression, au point où elles flirtent avec la précision des mesures de volume global (0,02% de déformation volumique correspondent à variation de volume d'environ 70 mm<sup>3</sup>). Il devient alors difficile de caractériser l'écrouissage avec cette variable pour tous les états de contrainte.

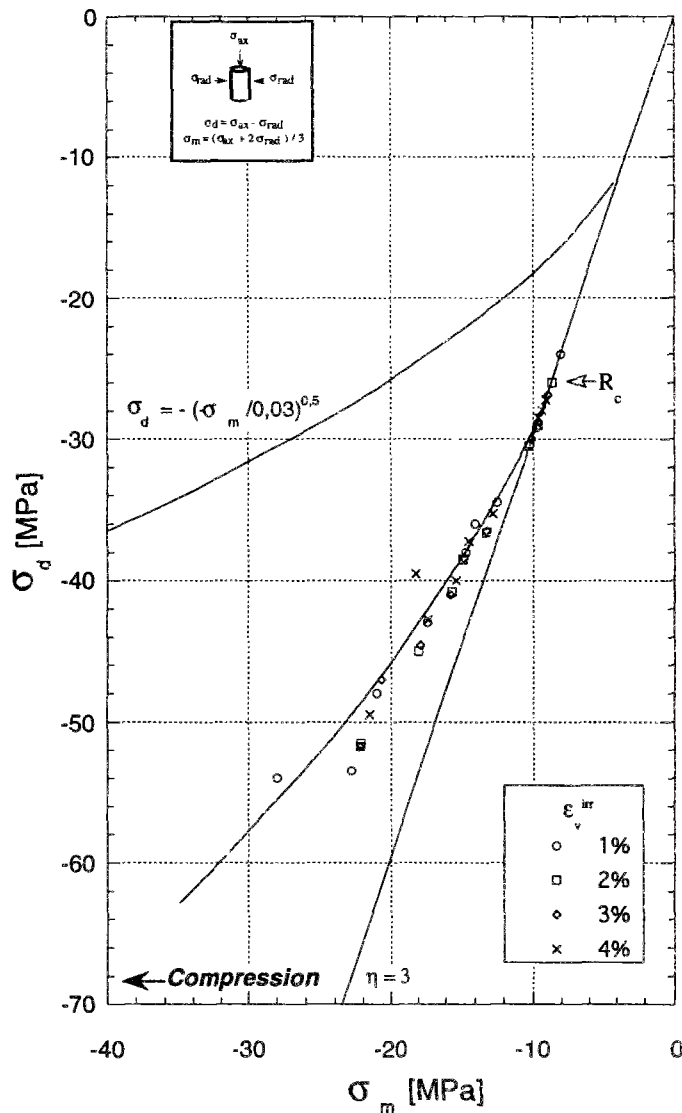
Un agrandissement est donné pour le domaine des compressions sur la figure 13. On constate que, lorsqu'elle est atteinte, la surface de rupture correspond à peu près à 1% de déformation volumique irréversible.



**Figure 13 :** Evolution de la surface de charge avec la déformation volumique irréversible en compression.

On devine l'évolution de la déformation volumique pour chaque essai, malgré la dispersion des données.

Pour des déformations volumiques supérieures à 1%, on voit apparaître le radoucissement en compression (figure 14). Nous ne nous intéressons pas à cet aspect du comportement qui soulève des questions théoriques importantes quant à l'homogénéité des déformations et à l'existence même d'une solution unique associée à ce comportement. Notons au passage que dans la pratique, s'il existe réellement, le radoucissement dans un ouvrage souterrain n'est rencontré que dans des conditions très sévères de sollicitation, rarement observées dans les ouvrages en milieu salifère. Nous y reviendrons en fin de chapitre.



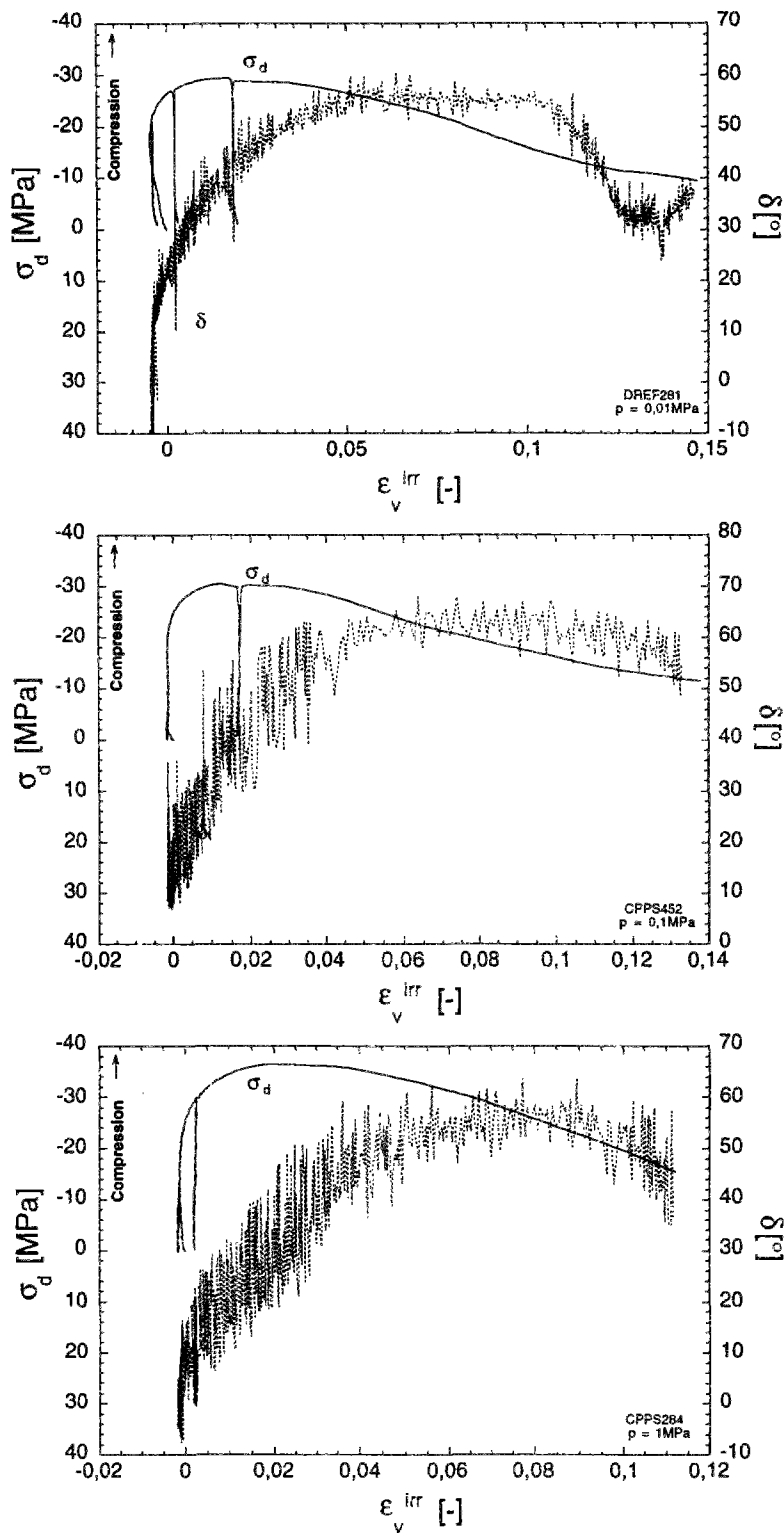
**Figure 14:** Evolution de la surface de charge pour des déformations volumiques comprises entre 1% et 4%.

Sur un trajet de chargement à pression de confinement constante (parallèle à la droite  $\eta=3$ ), la succession des points de 1% à 4% de déformation déviatorique ne coïncide pas avec une variation monotone de la contrainte déviatorique.

### Potentiel plastique

Pour déterminer le potentiel plastique, il convient de procéder au dépouillement des essais dans l'optique d'évaluer les variations de l'angle de dilatance  $\delta$ , en fonction du paramètre d'écroutissage  $\xi$  (la déformation volumique irréversible). C'est ce que nous présentons sur les figures 15. On constate, en particulier sous faible confinement, que la déformation varie extrêmement peu (moins de 0,5%) pendant que le déviateur atteint sa valeur maximale, ce qui rend très délicat l'ajustement du paramètre d'écroutissage. De plus, les déformations volumiques demeurent très faibles sous les confinements élevés.



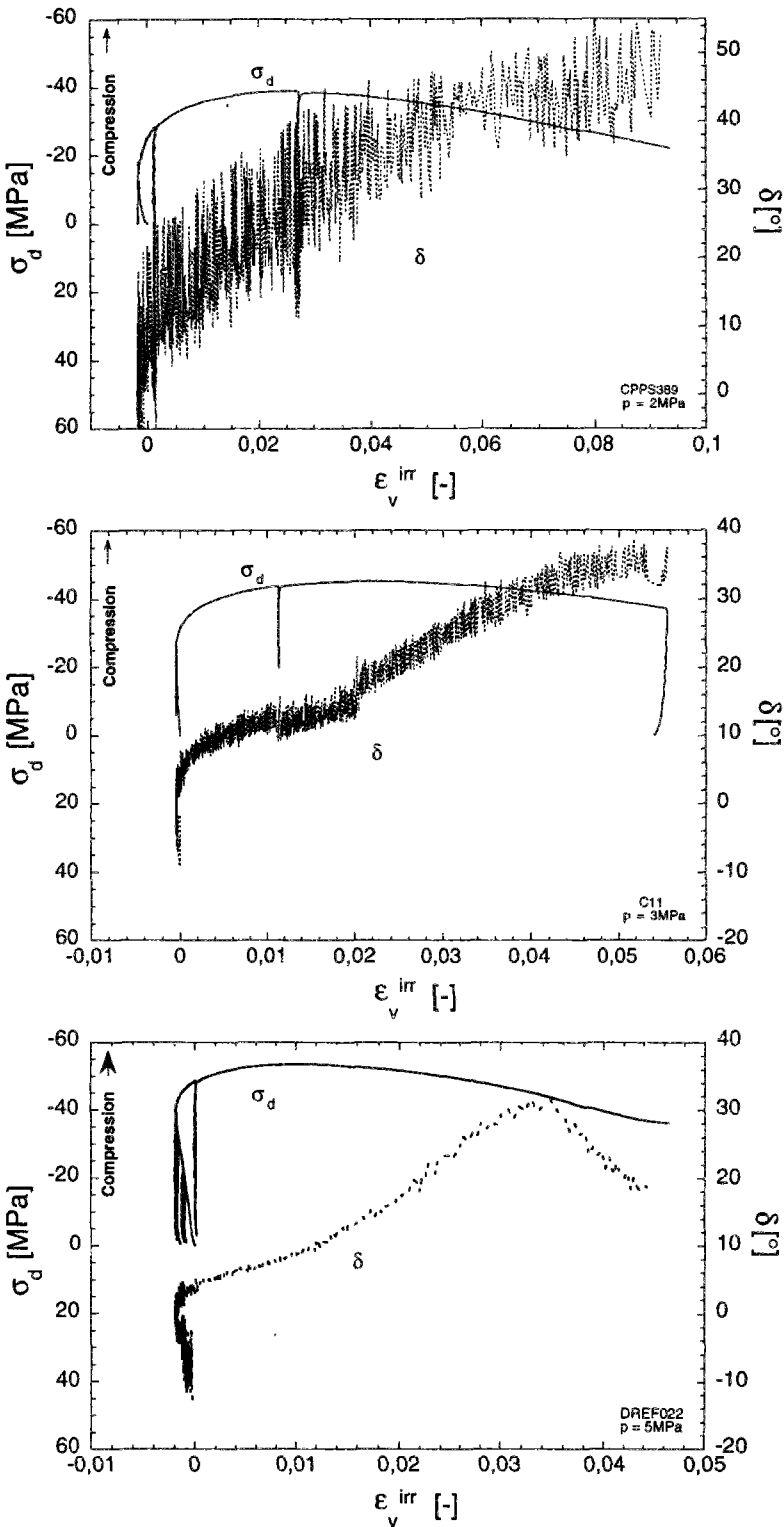


La diminution de l'angle de dilatance obtenue pour des déformations volumiques irréversibles élevées correspond à une décélération de la dilatance. Celle-ci est peut-être due à la perte d'homogénéité macroscopique de l'éprouvette.

Le bruit sur la courbe de l'angle de dilatance est dû au fait que l'angle de dilatance est le résultat d'un calcul de dérivée.

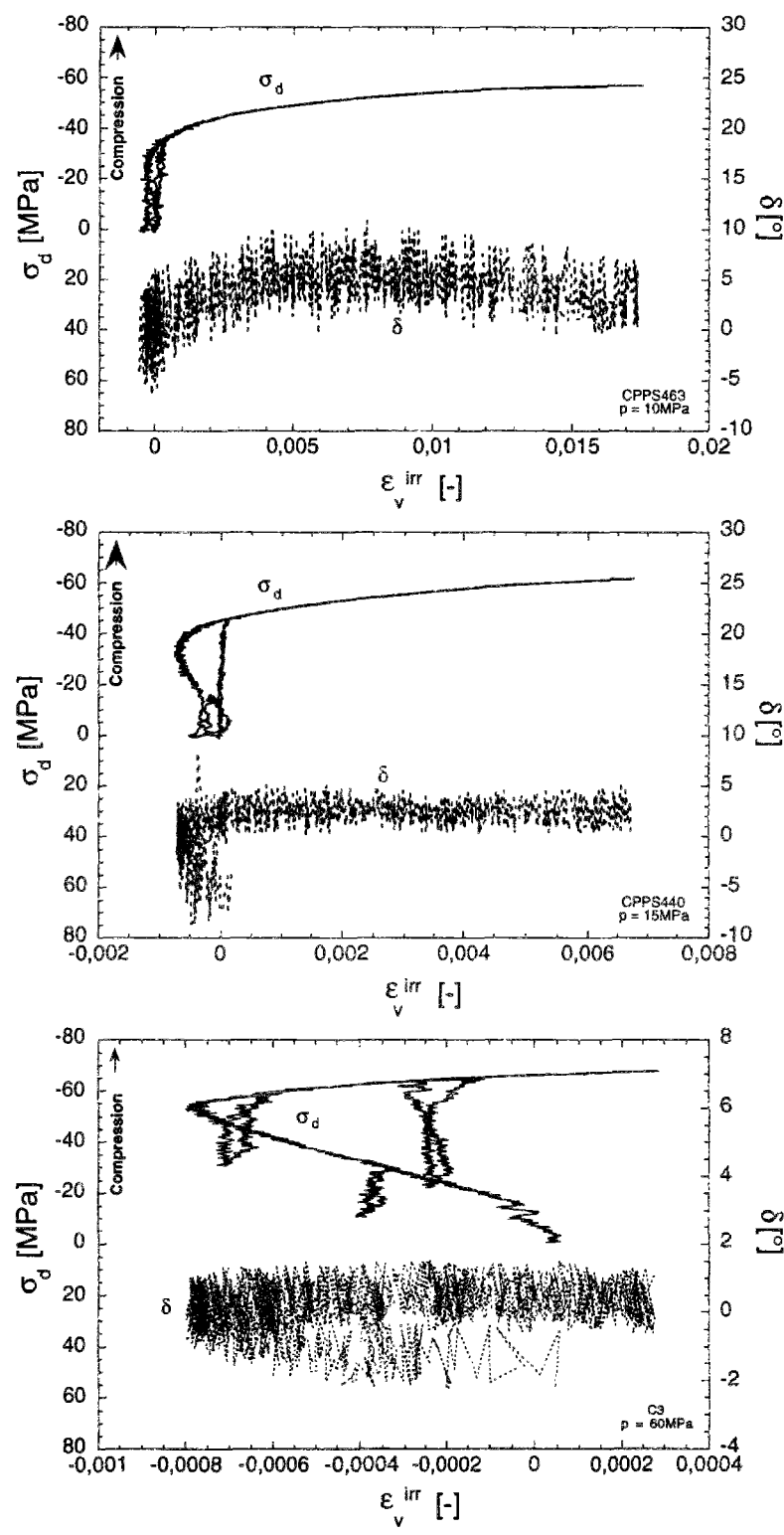
La courbe de déformation volumique irréversible est lissée avant le calcul de la dérivée, puis la courbe de l'angle de dilatance est filtrée, afin d'éliminer notamment les valeurs sans intérêt ( $\delta > \pm 90^\circ$ ) des décharges élastiques.

**Figure 15a :** Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilatance selon la déformation volumique irréversible. Essais sous faibles confinements en compression.



Plusieurs décharges ont été effectuées avant d'atteindre le seuil de contractance-dilatance irréversible.

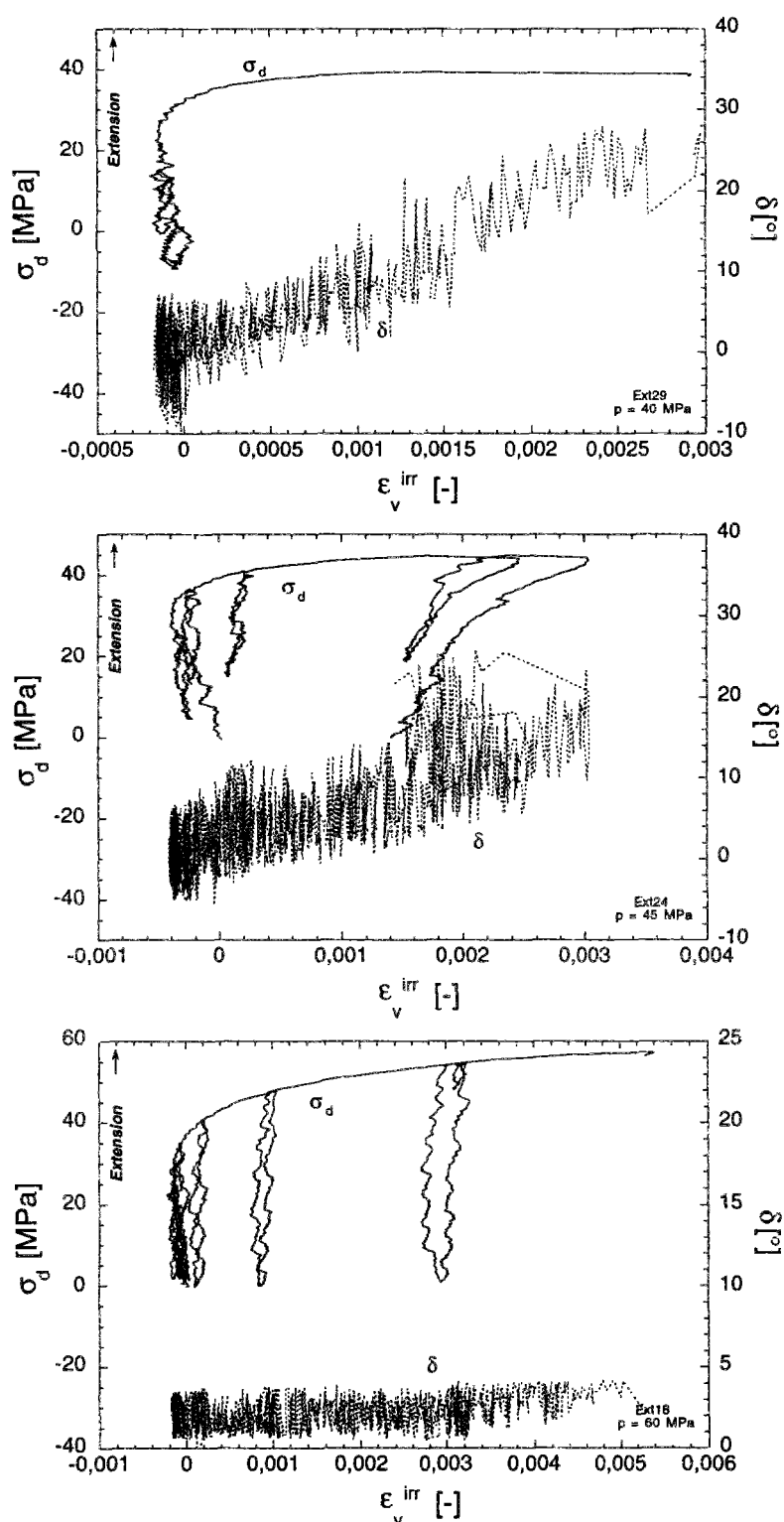
Figure 15b : Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilatance selon la déformation volumique irréversible. Essais de compression sous confinements intermédiaires.



La contractance irréversible coïncide avec la négativité des angles de dilatance.

Les décharges élastiques ne donnent pas une réponse à variation de volume irréversible constante. Cela est dû d'une part au fait que le calcul des déformations élastiques se fait à partir des paramètres moyens déterminés en cours d'essai, et d'autre part à l'irréversibilité de la mesure de la déformation volumique (cf. annexe I).

Figure 15c : Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilatance selon la déformation volumique irréversible. Essais de compression sous forts confinements.



Le pic de contrainte déviatorique est sans doute une illusion due à la perte de contact partielle entre le piston de la cellule et l'éprouvette. On note que la partie décroissante de la contrainte déviatorique engendre une augmentation apparente de l'angle de dilataance.

Les pentes des décharges ne sont pas infinies sur ce graphe. Cela s'explique par la prise en compte d'un module d'Young moyen pour tout l'essai, alors qu'il diminue. On atteint ici une limite de la méthode de dépouillement qui permet néanmoins de donner un ordre de grandeur concernant l'angle de dilataance.

**Figure 15d :** Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilataance selon la déformation volumique irréversible. Essais d'extension sous forts confinements.

Il apparaît donc que les déformations volumiques irréversibles sont extrêmement faibles sous fort confinement. Par ailleurs, en début de chargement déviatorique, la contrainte déviatorique varie beaucoup pendant que la déformation volumique irréversible varie très peu. Il est difficile dans ces conditions de caler l'évolution de la contrainte déviatorique en fonction de la déformation volumique. Des conditions inverses (faible variation de contrainte pour une grande variation de la déformation déviatorique) sont observées dans la phase de radoucissement, où la déformation volumique pourrait être prise comme paramètre d'écrouissage, si l'on s'intéresse à ce type de comportement [Thorel et Ghoreychi, 1993].

Bien que la déformation volumique irréversible soit un indicateur de l'endommagement, nous ne la retiendrons pas comme paramètre d'écrouissage décrivant l'évolution de l'endommagement.

#### 4.4.3. Choix du paramètre d'écrouissage déviatorique

Le paramètre d'écrouissage déviatorique retenu dans cette analyse est la déformation déviatorique irréversible linéarisée (voir chapitre B). Ce paramètre s'écrit :

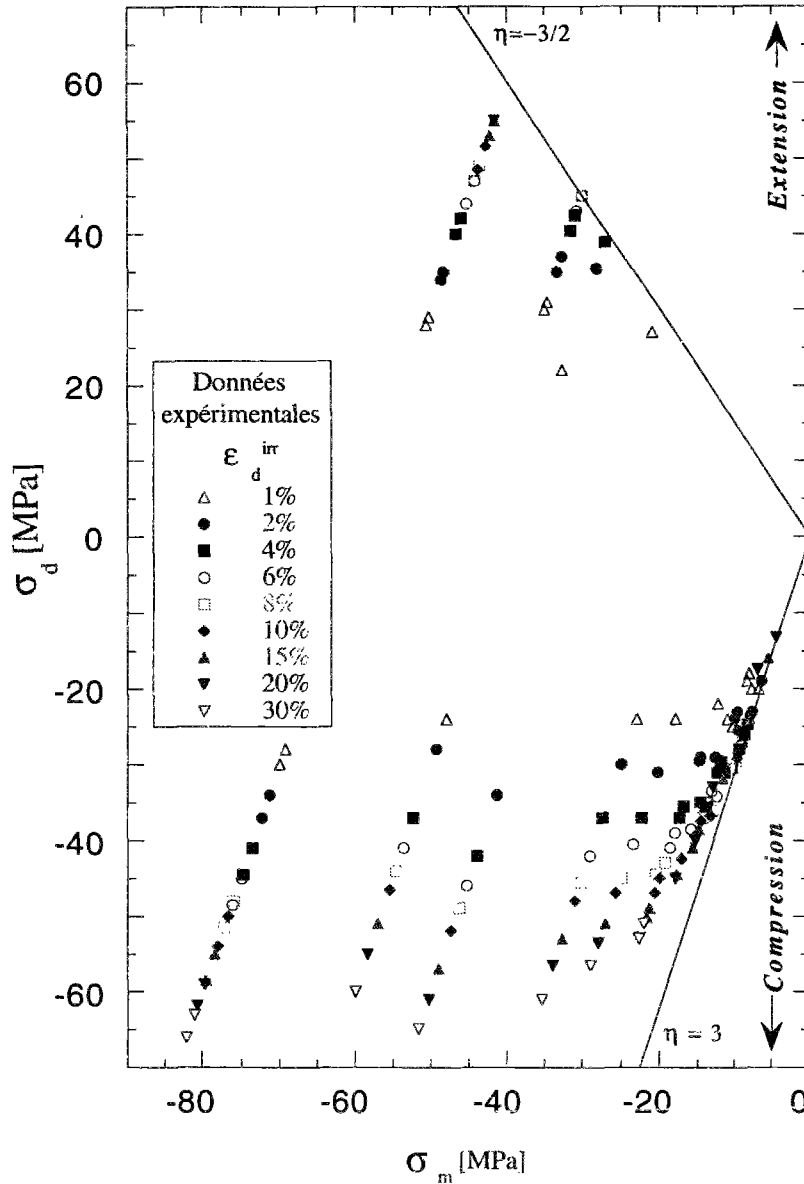
$$\epsilon_d^{irr} = \epsilon_{ax}^{irr} - \epsilon_{rad}^{irr} = \epsilon_{ax}^e - \epsilon_{rad}^e - (\epsilon_{ax}^e - \epsilon_{rad}^e) \quad (2.33)$$

La dérivée de ce paramètre est directement liée au taux de distorsion plastique dans le cas de l'essai triaxial axisymétrique :

$$|\dot{\epsilon}_d^{irr}| = \frac{3}{2} \dot{\gamma}^p \quad (2.34)$$

#### Surface de charge

Si l'on considère que le paramètre d'écrouissage est de nature déviatorique ( $\xi = |\epsilon_d^{irr}|$ ), il faut tenter de quantifier l'évolution de la surface de charge en fonction de la variable d'écrouissage. Pour ce faire, on trace dans le plan des contraintes, l'état de contrainte correspondant à plusieurs valeurs du paramètre d'écrouissage et ce, pour différents essais (figure 16).



**Figure 16 :** État de contrainte correspondant à diverses valeurs de la déformation déviatorique irréversible.

Une vision plus détaillée sur laquelle nous nous appuyons pour déterminer les paramètres contrôlant l'évolution de la surface de charge est donnée sur la figure 17.

Les points de la figure 16 montrent un palier pour les contraintes moyennes élevées (en valeur absolue) et une pente presque constante pour les faibles contraintes moyennes. On envisage pour les décrire une équation simple qui s'ajuste bien (figure 18) :

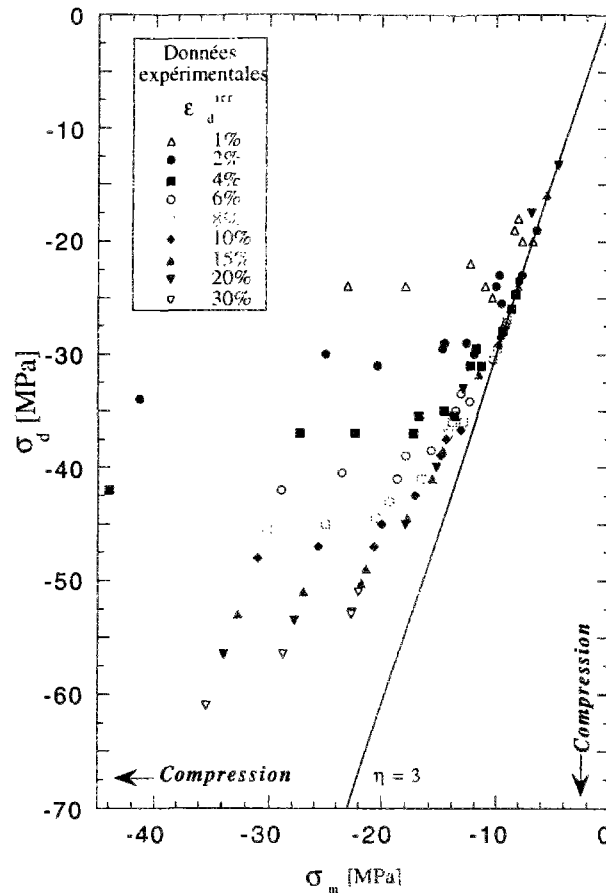
$$\sigma_d = J_m \sigma_{d\infty} \left[ 1 - \exp\left( \beta \frac{\sigma_m}{\sigma_{d\infty}} \right) \right] \quad (2.35)$$

avec  $J_m = +1$  en extension  $J_m = -1$  en compression et  $\beta = 4,5$

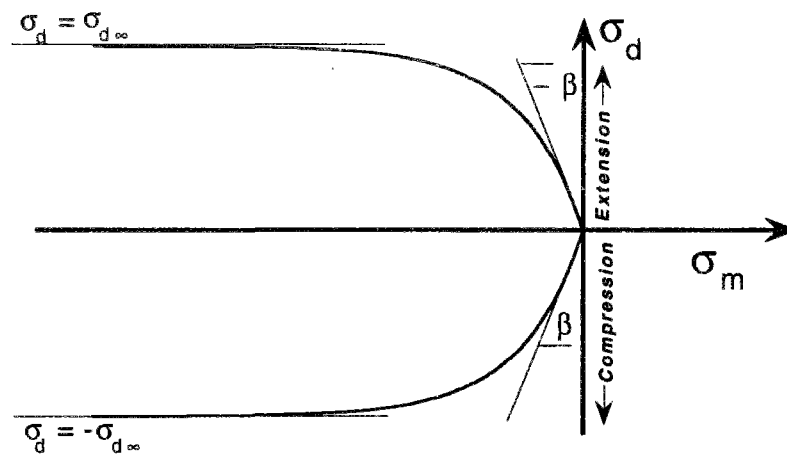
dont la dérivée est :

$$\frac{\partial \sigma_d}{\partial \sigma_m} = -J_m \beta \exp\left[ \beta \frac{\sigma_m}{\sigma_{d\infty}} \right] \quad (2.36)$$

La tangente en  $\sigma_m = 0$  sera donc  $\pm \beta$ , selon le type de chargement (compression ou extension).



**Figure 17 :** État de contrainte correspondant à différentes valeurs de la déformation déviatorique irréversible. Agrandissement en compression.



**Figure 18 :** Représentation de la surface de charge. Cette fonction présente une tangente horizontale pour  $\sigma_m \rightarrow -\infty$  et une tangente à l'origine égale à  $\pm\beta$ .

La surface de charge suit une équation définie par la formule (2.35). On utilise les données expérimentales pour déterminer les paramètres de l'équation et leur évolution avec le paramètre d'écrouissage. Les figures 19 montrent les résultats d'un ajustement par moindres carrés suivant l'équation prédéfinie.

La variable R variable présente dans le tableau de description des paramètres d'ajustement sur chaque courbe est le coefficient de corrélation, tandis que "Chisq" égal à :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_i - f(x_i)}{w_i} \right]^2 \quad w_i \text{ étant le poids attribué à chaque donnée } (w_i = 1)$$

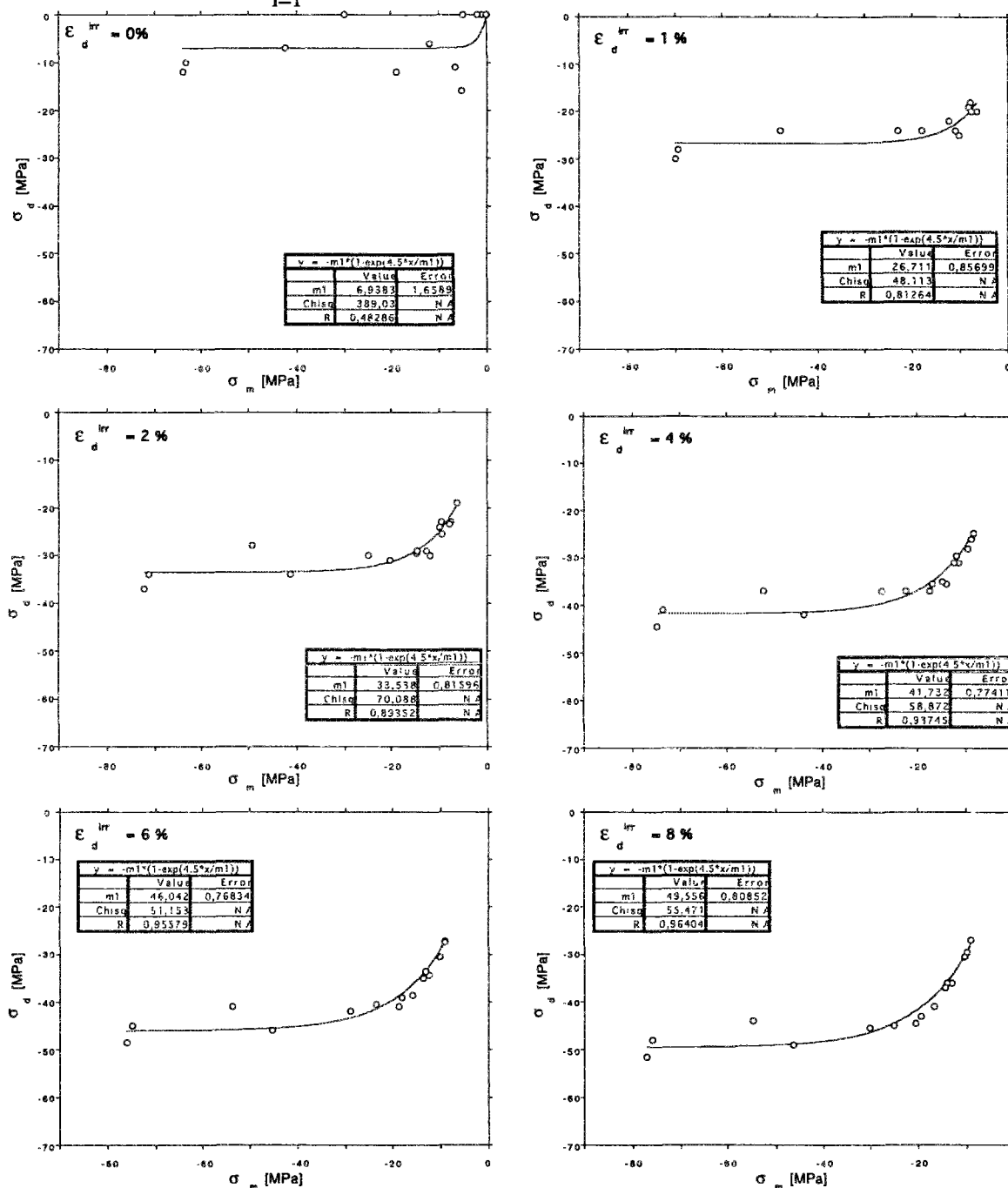


Figure 19 a: Évolution de la surface de charge en compression pour des déformations déviatoriques irréversibles inférieures à 8%.



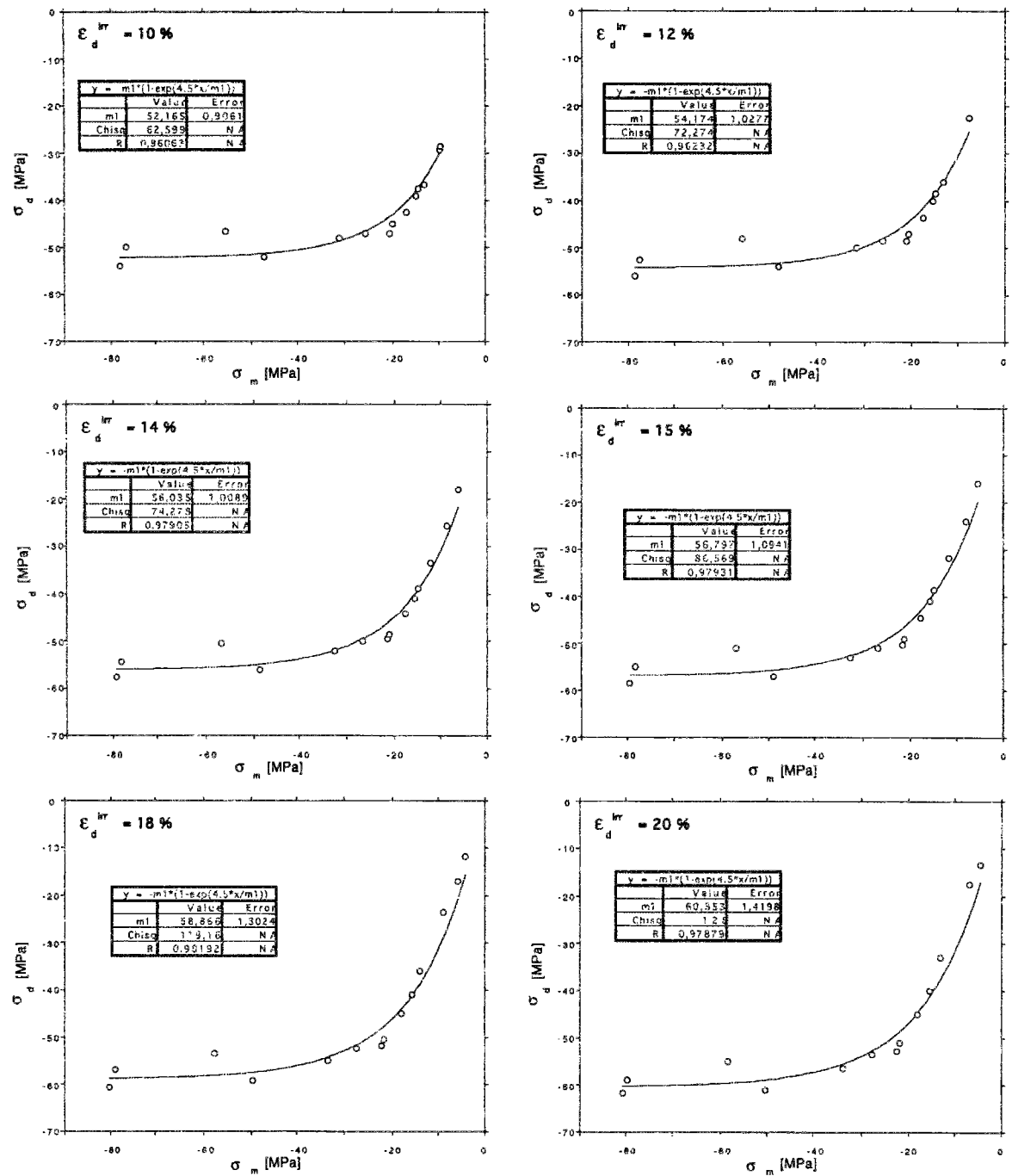


Figure 19 b: Évolution de la surface de charge en compression pour des déformations déviatoriques irréversibles comprises entre 10 et 20%.

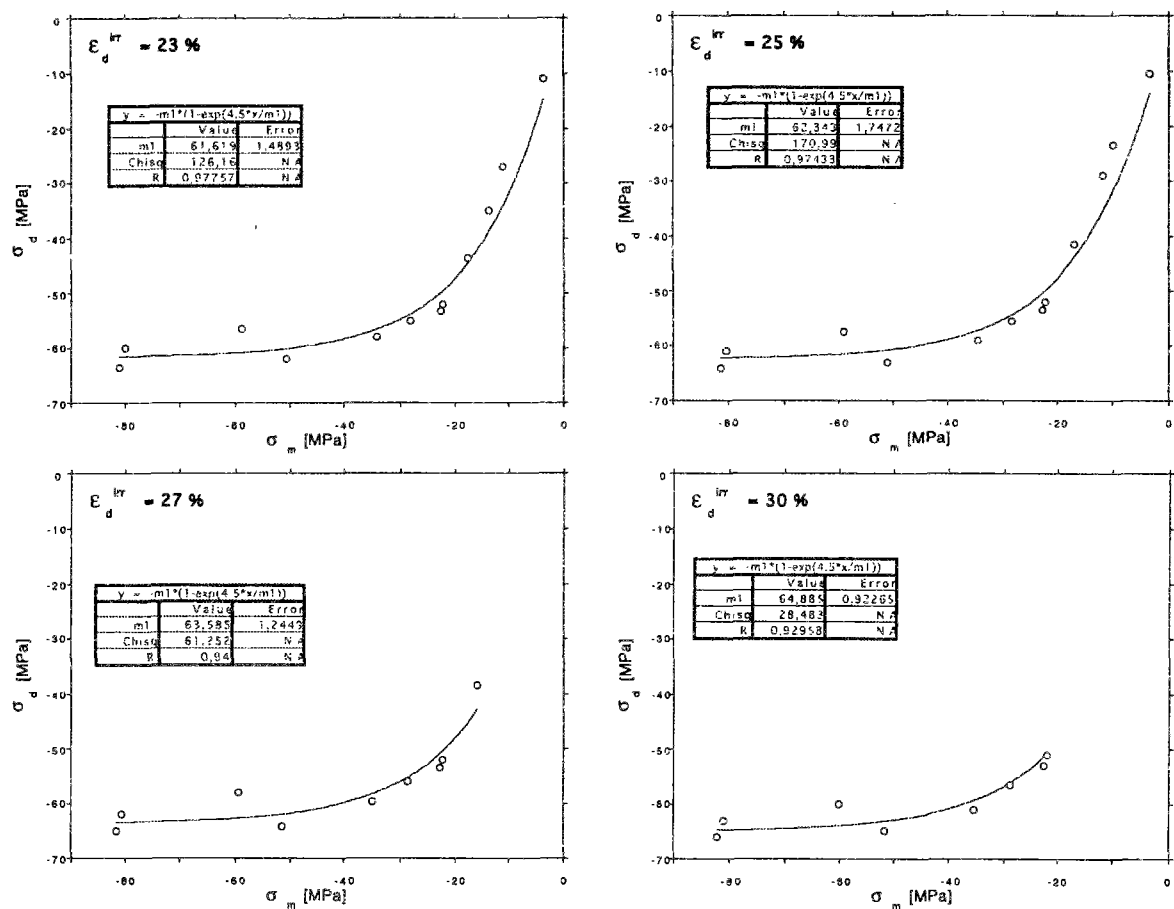


Figure 19c: Évolution de la surface de charge en compression pour des déformations déviatoriques irréversibles comprises entre 10 et 20%.

On connaît ainsi l'évolution du paramètre  $\sigma_{d\infty}$  avec la déformation déviatorique irréversible (figure 20). Elle peut être paramétrée par une fonction logarithmique :

$$\sigma_{d\infty} = k_1 \log(k_2 |\epsilon_d^{irr}| + 1) + k_3 \tag{2.37}$$

avec  $k_1 \approx 26,8 \text{ MPa}$  ;  $k_2 \approx 870$  et  $0 < k_3 \lll 1$

Le paramètre  $k_3$  définit l'étendue du domaine d'élasticité initiale dans la direction de la contrainte équivalente, pour les contraintes moyennes tendant vers l'infini.

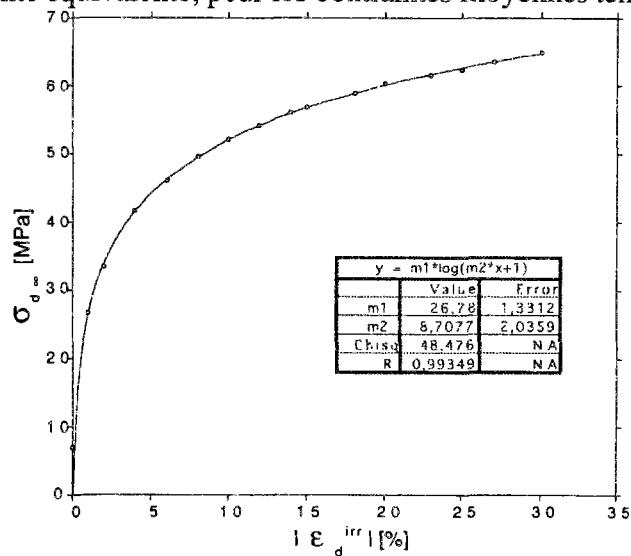


Figure 20 : Évolution logarithmique de la variable  $\sigma_{d\infty}$  avec la déformation déviatorique irréversible. On constate que cette courbe se superpose presque avec la courbe d'écrouissage d'un essai réalisé sous forte pression de confinement.

Le tracé de la surface de charge lorsque la déformation déviatorique irréversible augmente est donné sur la figure 21. On constate que les hypothèses formulées sur la base du dépouillement des essais de compression s'appliquent aussi en extension.

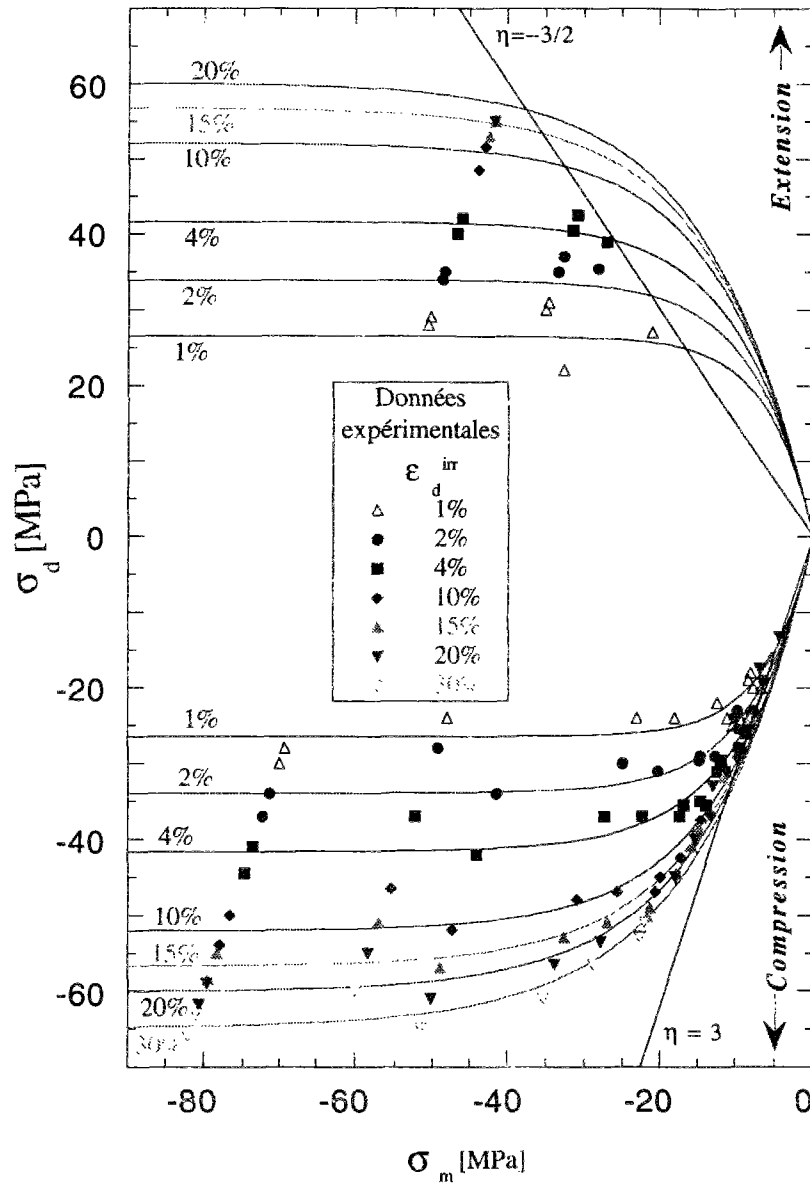


Figure 21 : Comparaison des courbes évolutives de la surface de charge avec les données expérimentales.

La surface de charge décrite par la formule (2.35) peut être alors généralisée :

$$\sigma_{eq} = \sigma_{d\infty} \left[ 1 - \exp\left( \beta \frac{\sigma_m}{\sigma_{d\infty}} \right) \right] \quad (2.38)$$

A ce stade de l'exploitation des résultats, il est légitime de se demander si l'écoulement plastique est associé ou non. Pour répondre à cette question, on trace sur la figure 22, pour une valeur du paramètre d'écrouissage de 5%, le critère décrit plus haut, et les directions d'écoulement obtenues pour différents essais. Ces dernières sont déduites du calcul de l'angle de dilatance.

On constate que dans la gamme de contraintes moyennes comprises entre -10 et -20 MPa, les directions d'écoulement ne sont pas normales en tout point à la surface de charge. Cela impose le choix d'un potentiel plastique différent de la surface de charge.

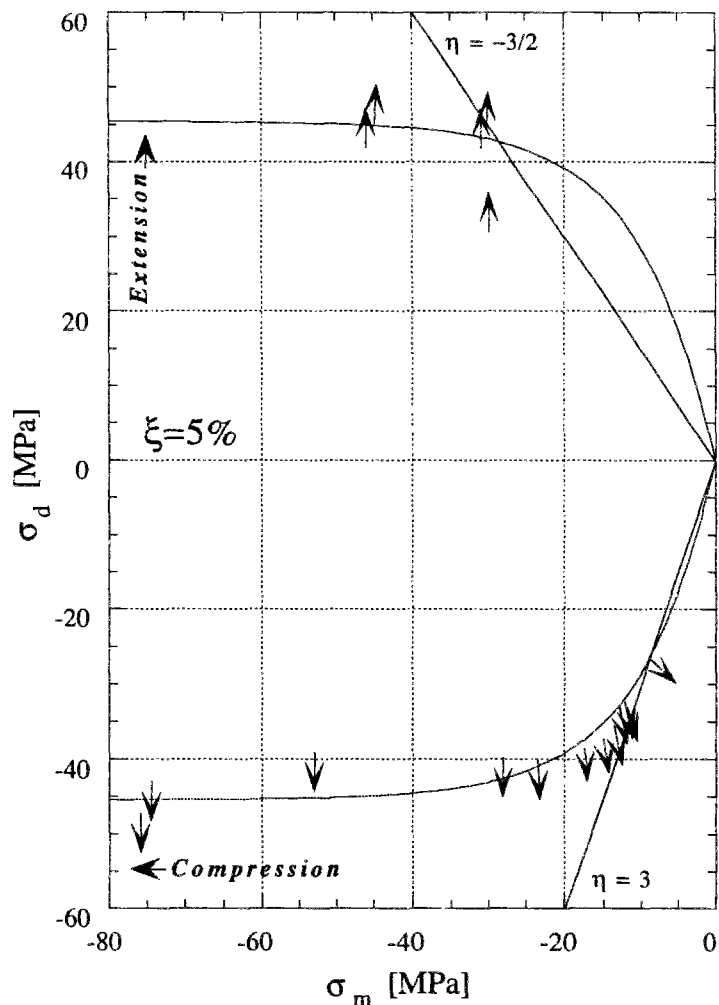


Figure 22 : Surface de charge et directions d'écoulement pour une valeur du paramètre d'écrouissage de 5%.

### Potentiel plastique

L'évolution du potentiel plastique se détermine à partir de l'étude de l'angle de dilatance. On présente sur les courbes suivantes (figures 23) l'évolution de l'angle de dilatance et de la contrainte déviatorique en fonction de la valeur du paramètre d'écrouissage retenu.

On remarque que plus la pression de confinement  $p$  est élevée, plus l'angle de dilatance est faible, pour une même déformation déviatorique irréversible. Par ailleurs, il apparaît sous les plus faibles confinements que l'angle de dilatance n'augmente plus lorsque le pic des contraintes est dépassé.

Au-delà de 17% de déformation déviatorique irréversible, l'évolution de l'angle de dilatance est sujette à caution. En effet l'échantillon est sans doute brisé et il se déforme selon un mécanisme de blocs.

L'angle de dilatance ne varie presque plus après le début du radoucissement.

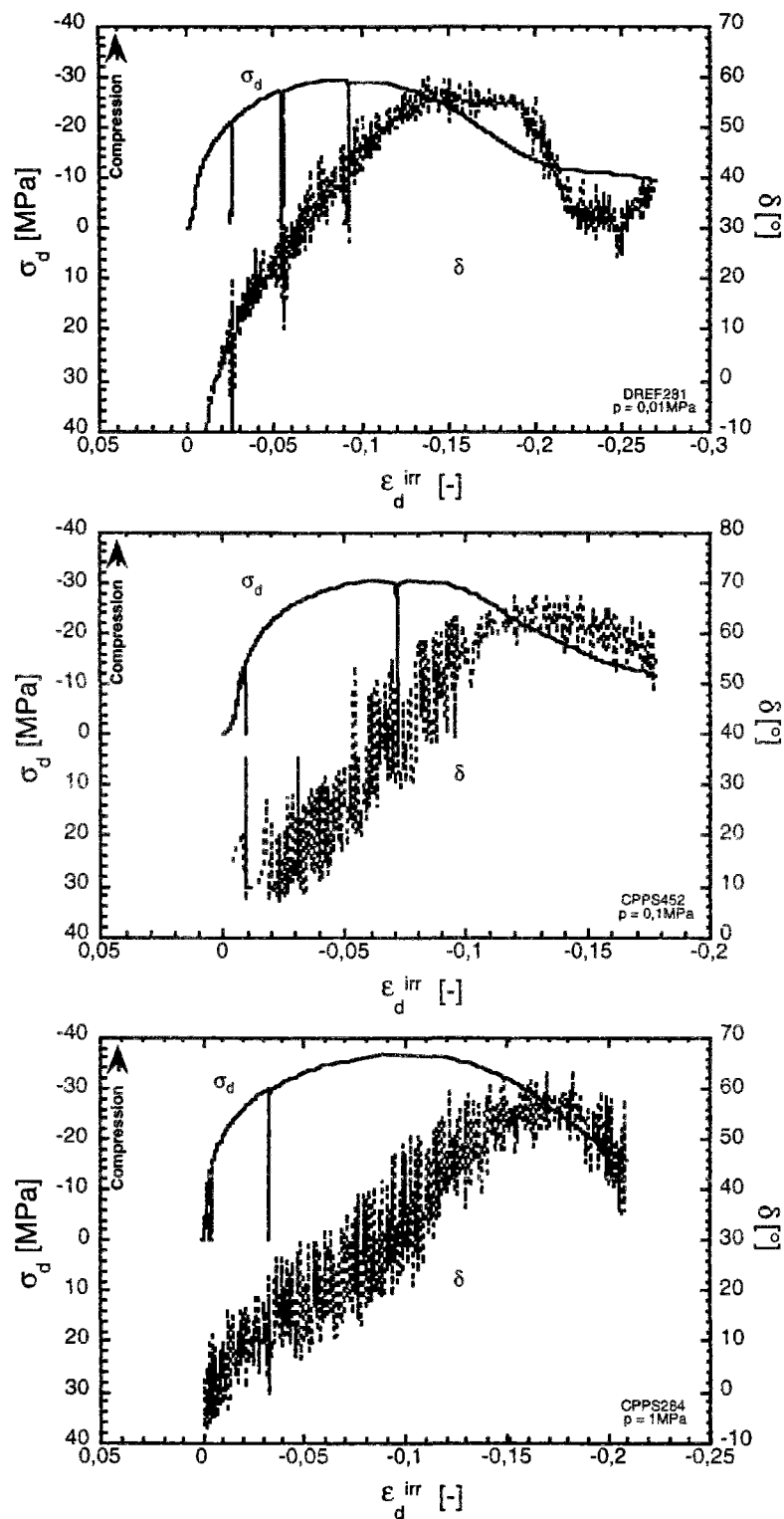
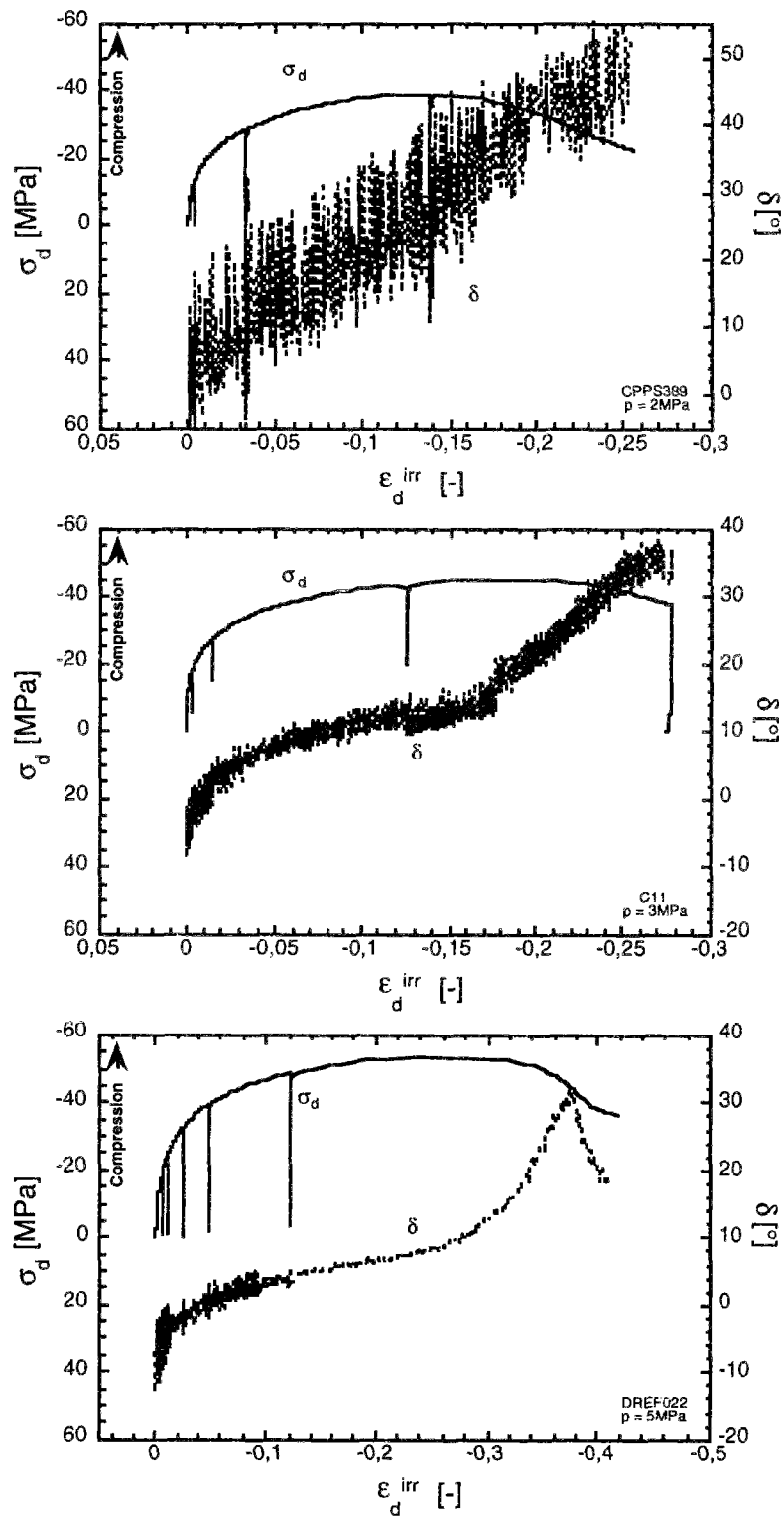


Figure 23a : Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilatance selon la déformation déviatorique irréversible. Essais en compression sous faible confinement.



**Figure 23b :** Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilataance selon la déformation déviatorique irréversible. Essais en compression sous confinement intermédiaire.

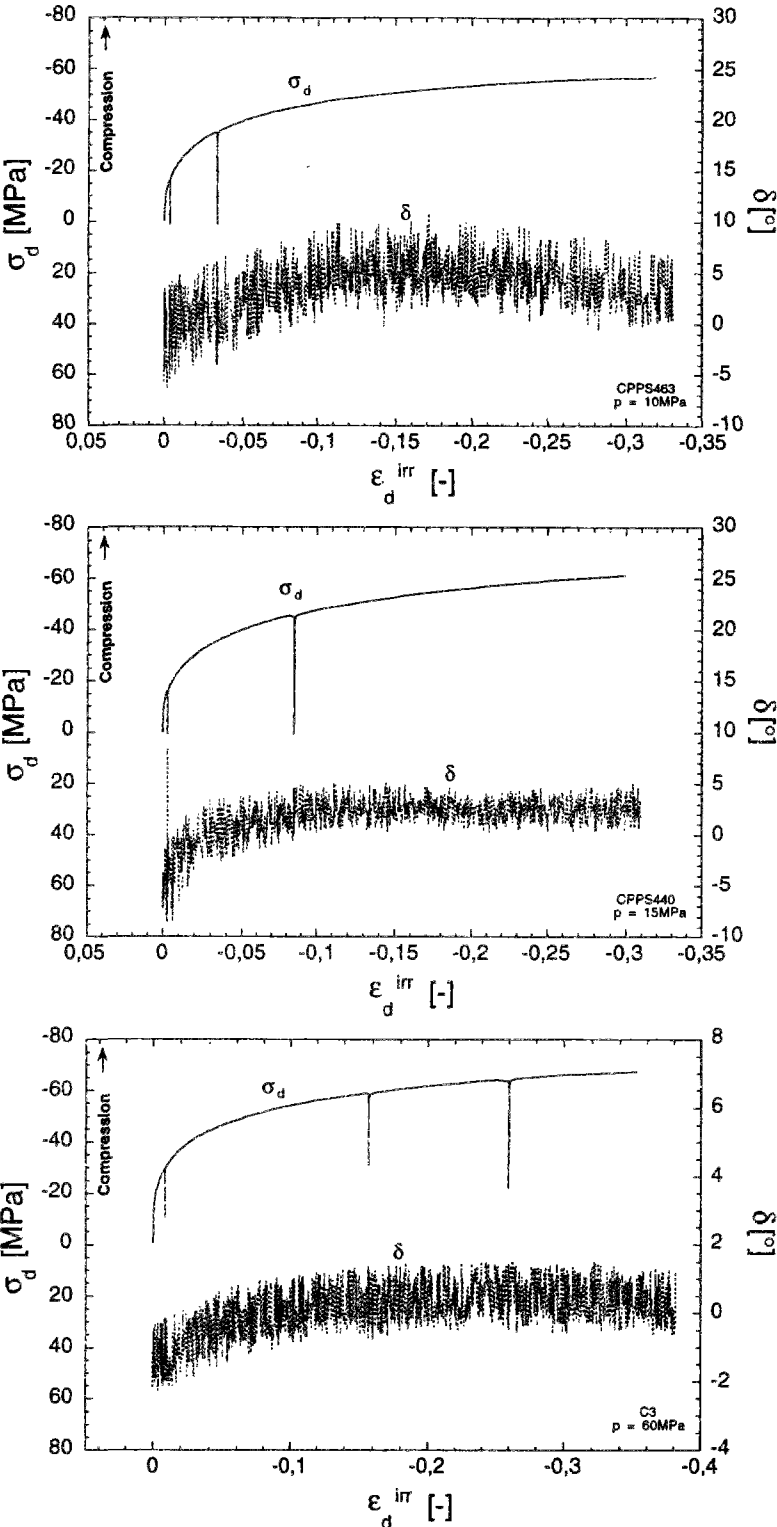


Figure 23c : Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilatance selon la déformation déviatorique irréversible. Essais en compression sous fort confinement.

En extension, la déformation déviatorique irréversible est positive.

L'augmentation de l'angle de dilatance se produit lorsque la contrainte déviatorique atteint son maximum. C'est sans doute un effet artificiel dû au décollement partiel du piston.

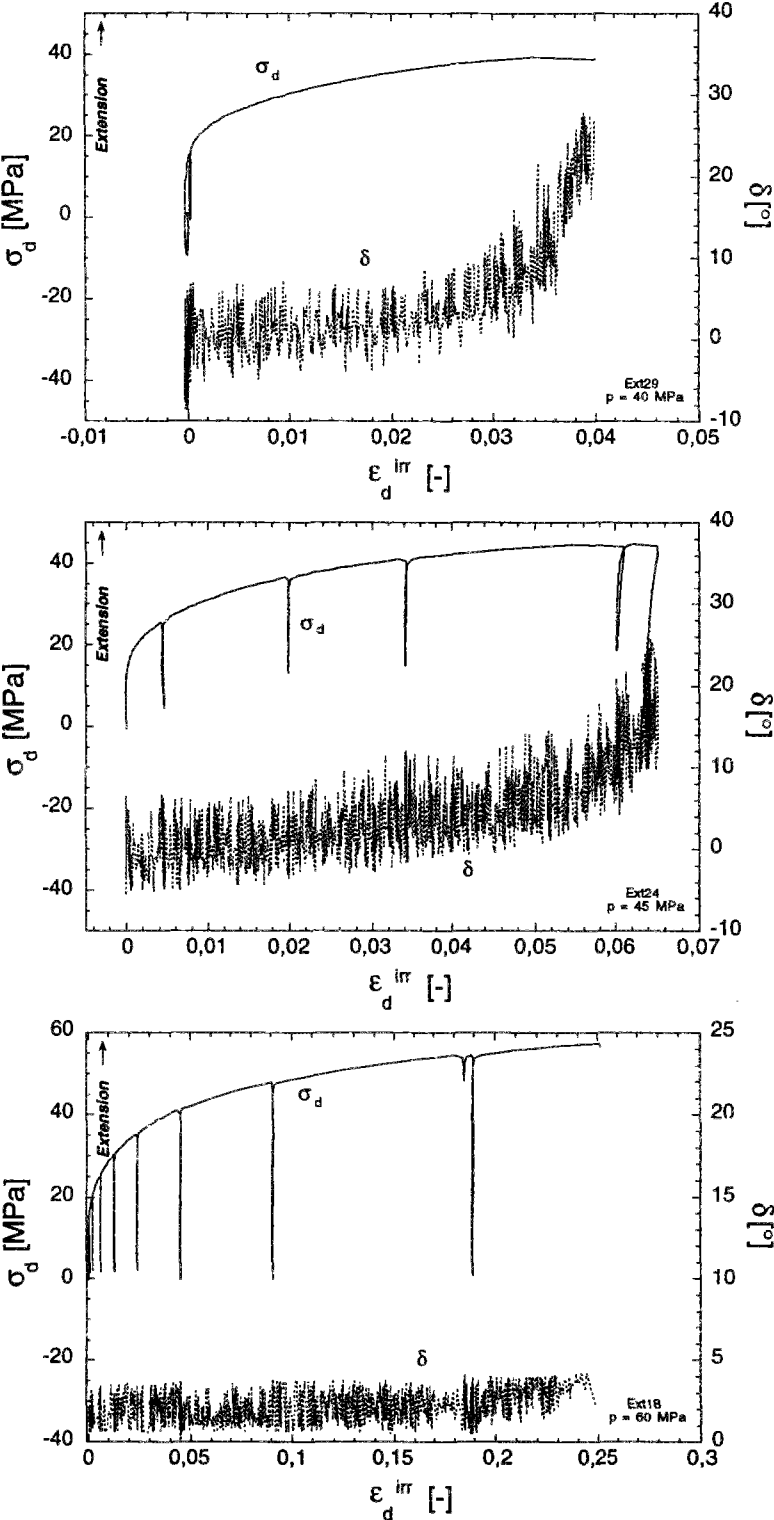
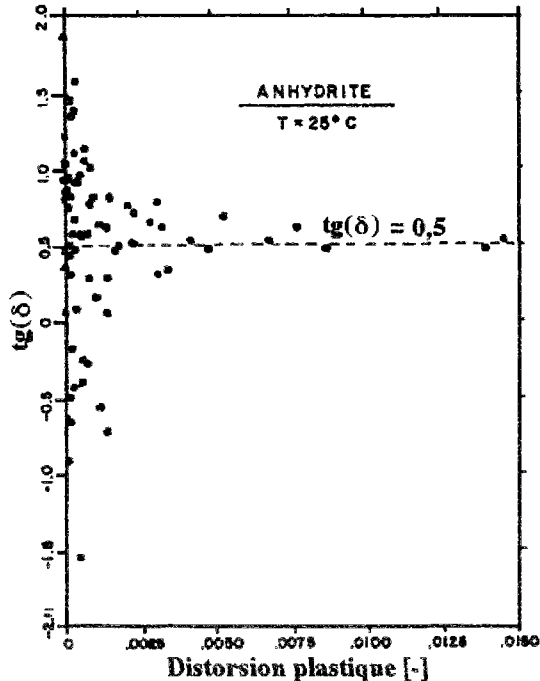


Figure 23d : Évolution de la contrainte déviatorique et de l'angle de dilatance selon la déformation déviatorique irréversible. Essais en extension.



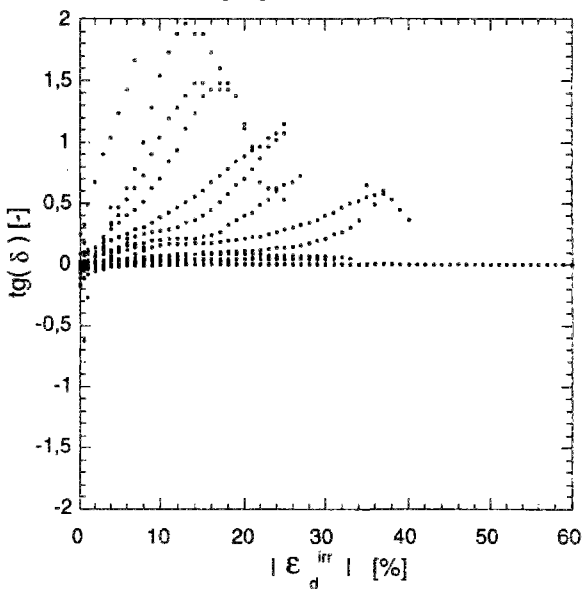
Pour chaque essai, on repère l'état de contrainte et l'angle de dilatance correspondant à certaines valeurs de la déformation déviatorique irréversible. Si l'on suppose que l'angle de dilatance est fonction de la distorsion plastique [Senseny et al., 1983], on trace les différentes valeurs obtenues de  $\text{tg}(\delta)$  en fonction de la déformation déviatorique irréversible (figure 25).



**Figure 24:** Évolution de la tangente de l'angle de dilatance avec la distorsion plastique (anhydrite de Castile, WIPP, États-Unis) d'après Senseny et al. [1983].

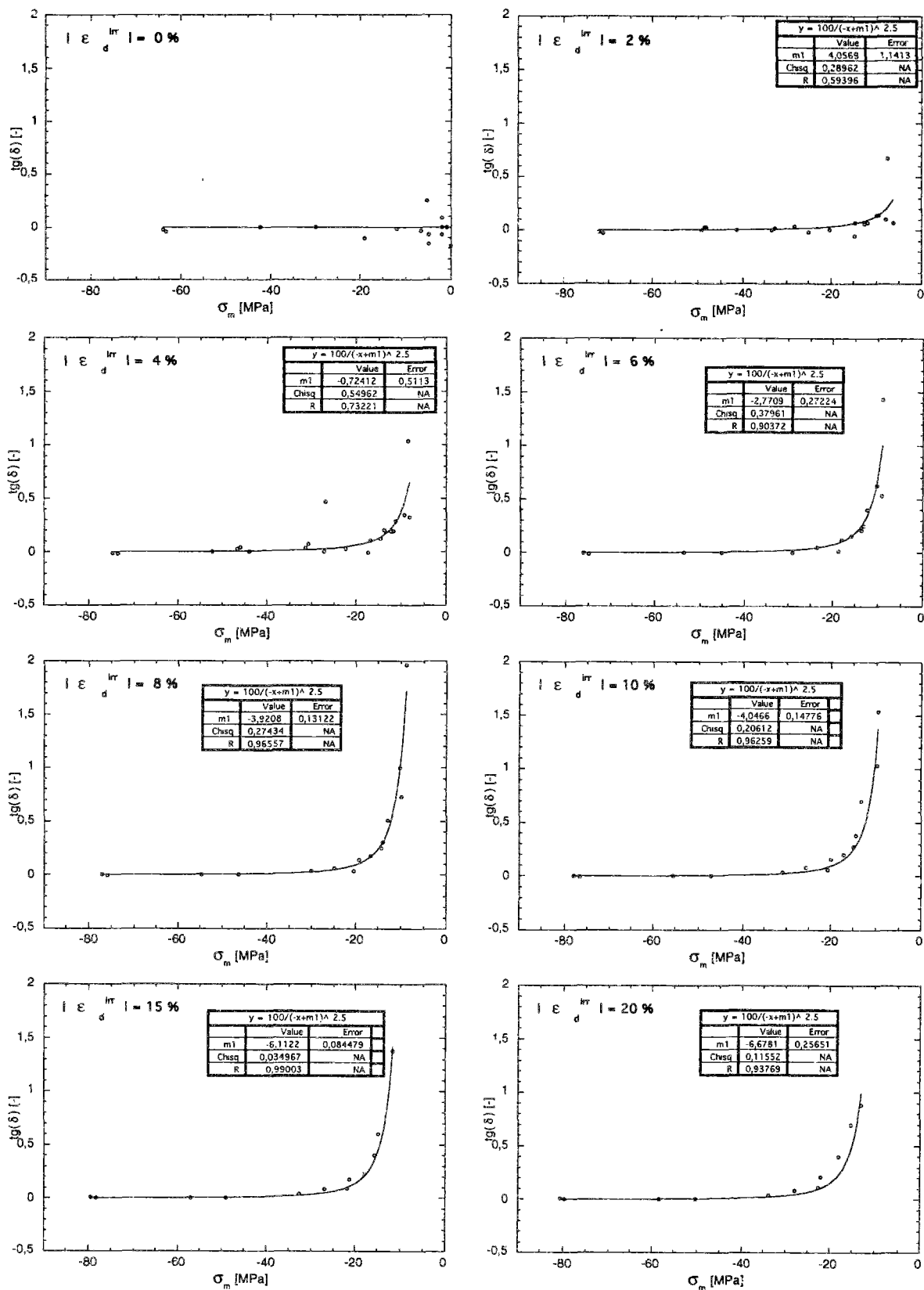
Les auteurs interprètent ce résultat en prenant une valeur constante de l'angle de dilatance. Le potentiel plastique est alors réduit à une droite de pente 0,5 dans le plan {contrainte moyenne, contrainte déviatorique}.

Les figures 23 montrent que l'angle de dilatance varie avec la distorsion plastique, mais aussi avec la contrainte moyenne. L'hypothèse utilisée par Senseny et al. [1983] donnant un angle de dilatance constant (figure 24) pour l'anhydrite, s'avère insuffisante pour interpréter les présents essais, couvrant une large gamme des contraintes moyennes (figure 25).

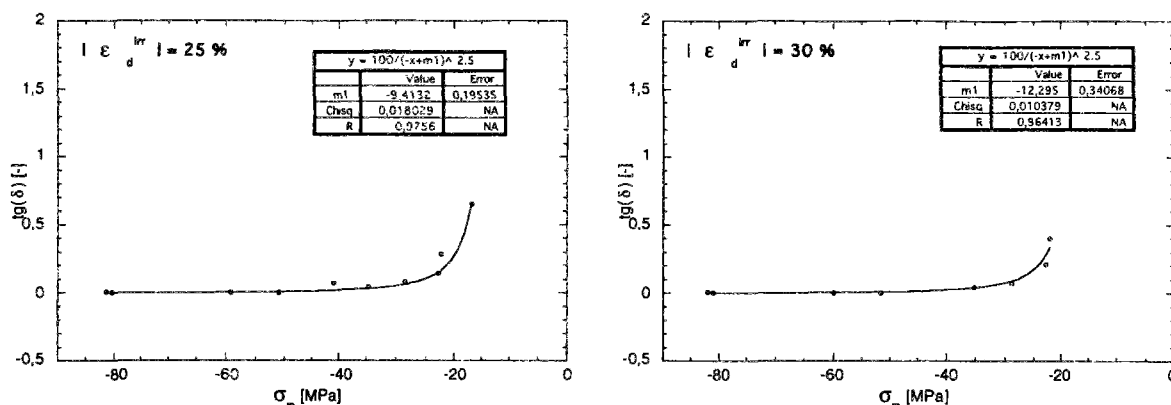


**Figure 25 :** Évolution de la tangente de l'angle de dilatance avec la distorsion plastique (essais sur le sel MDPA) pour plusieurs essais. L'influence de la contrainte moyenne se manifeste par la diminution de l'angle de dilatance maximal atteint au cours d'un essai.

Pour évaluer l'influence de la contrainte moyenne sur l'angle de dilatance, on trace, pour quelques valeurs de la déformation déviatorique irréversible,  $\text{tg}(\delta)$  en fonction de la contrainte moyenne. Les courbes sont données sur la figure 26.

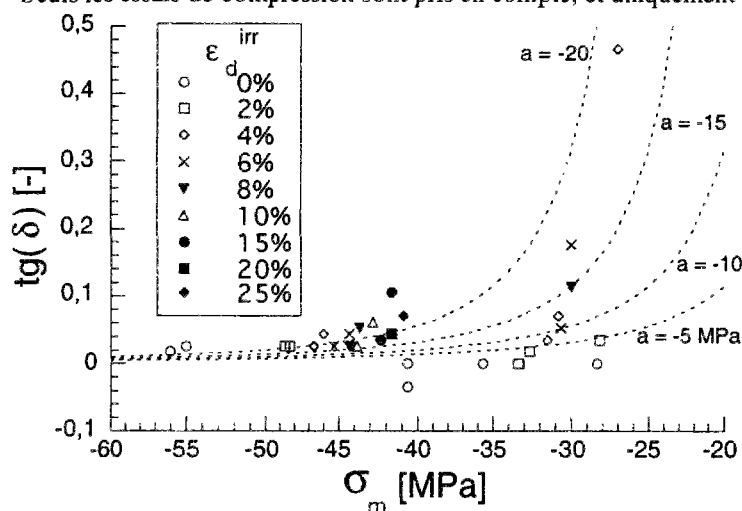


**Figure 26 :** Évolution de la tangente de l'angle de dilatace avec la contrainte moyenne pour une déformation déviatorique irréversible comprise entre 0 et 6 %  
Seuls les essais de compression sont pris en compte, et uniquement dans la phase d'écroutissage positif.



**Figure 26 (suite):** Évolution de la tangente de l'angle de dilatance avec la contrainte moyenne pour une déformation déviatorique irréversible comprise entre 8 et 30 %.

Seuls les essais de compression sont pris en compte, et uniquement dans la phase d'écroutissage positif.



**Figure 27 :** Évolution de l'angle de dilatance en extension.

Les données étant moins nombreuses qu'en compression, le calage sur la base de la même équation présente davantage d'approximation. Il apparaît toutefois que les valeurs de  $a$  sont supérieures en extension à celles identifiées en compression. Les courbes en pointillés donnent une échelle des isovaleurs de " $a$ ".

Nous proposons qu'une courbe identique à une translation près puisse décrire l'ensemble des cas étudiés en compression et en extension. Elle doit vérifier la présence d'une asymptote horizontale pour les contraintes moyennes infinies négatives, et une asymptote verticale pour une valeur de la contrainte moyenne à déterminer. Cette courbe est de la forme :

$$\text{tg}(\delta) = \left[ \frac{b}{-\sigma_m + a} \right]^n \quad (2.39)$$

Le paramètre " $a$ " est la valeur asymptotique de la contrainte moyenne pour laquelle la tangente de l'angle de dilatance tend vers l'infini. Dans ce cas (imaginaire)  $\delta = \pi/2$ , il n'y a plus que des déformations volumiques irréversibles, les déformations déviatoriques étant nulles. Le traitement des données expérimentales accompagné d'un souci de simplification nous permet de fixer les paramètres à :

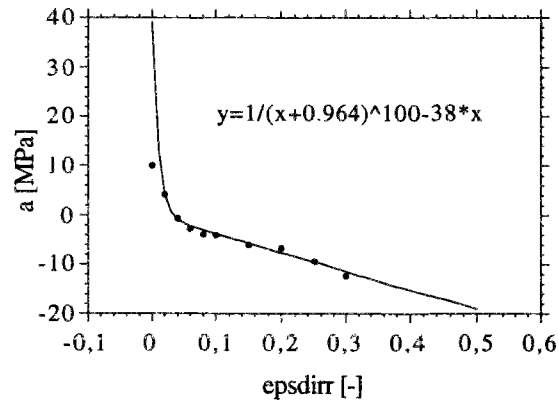
$$n = 5/2 \quad b = 6,31 \text{ MPa } (=100^{2/5}) \quad a = a(\epsilon_d^{\text{irr}})$$

L'évolution de " $a$ " avec la déformation déviatorique irréversible en compression donne (figure 28) :

$$a = \frac{1}{(H_c + \xi)^m} - C_c |\epsilon_d^{\text{irr}}| - D_c \quad (2.40)$$

$$\text{avec : } m = 100 \quad H_c = 0,964 \quad C_c = 38,82 \text{ MPa} \quad D_c = 0 \text{ MPa}$$

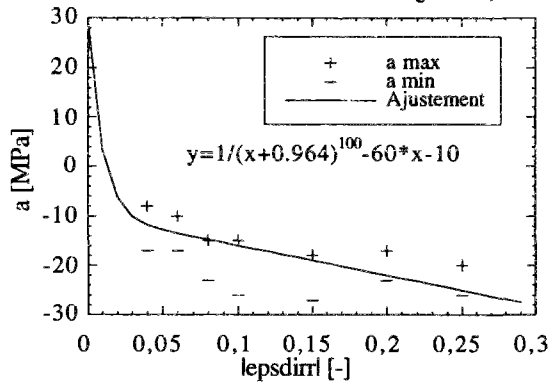
**Figure 28 :** Évolution, en compression de l'abscisse de l'asymptote verticale de la courbe  $tg(\delta)=f(\sigma_m)$  en fonction de  $|\epsilon_d^{irr}|$ .  
Les points représentent les valeurs déduites des courbes d'interpolation.



L'évolution de "a" en extension (figure 29) revêt la même nature d'équation qu'en compression, à quelques nuances près reproduites sur les constantes :

$$a = \frac{1}{(H_e + \xi)^m} - C_e |\epsilon_d^{irr}| - D_e \quad (2.41)$$

avec :  $m = 100$   $H_e = 0,964$   $C_e = 60$  MPa  $D_e = 10$  MPa



**Figure 29 :** Évolution en extension de l'asymptote verticale de la courbe  $tg(\delta)=f(\sigma_m)$  en fonction de  $|\epsilon_d^{irr}|$ .

Les points sont déterminés dans une fourchette possible déduite de la figure 19. La courbe d'ajustement suit la même forme qu'en compression

Nous constatons que le paramètre "a" ne suit pas exactement la même évolution avec le paramètre d'écrouissage en compression et en extension. Dans la forme générale du critère, nous prendrons en compte cet écart dû à la géométrie des contraintes, différente en compression et en extension. Pour ce faire, on utilise une fonction de transition de l'état de compression à celui d'extension qui est continue et dont les dérivées sont nulles pour  $J_m = \pm 1$  :

$$h(X_e, X_c, J_m) = \frac{X_e - X_c}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} J_m\right) + \frac{X_e + X_c}{2} \quad (2.42)$$

avec  $X_e, X_c$  = valeurs d'un paramètre en extension et en compression

$$\text{et } \frac{\partial h(X_e, X_c, J_m)}{\partial J_m} = \frac{\pi}{2} \frac{X_e - X_c}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} J_m\right) \quad (2.43)$$

A une fonction près, indépendante de la contrainte, le potentiel plastique s'exprimera finalement sous la forme :

$$G = \sigma_{eq} - \frac{b^n}{(1-n) [-\sigma_m + a(J_m, \xi)]^{n-1}} \quad (2.44)$$

$$\text{avec } \xi = \frac{3}{2} \gamma^p = \frac{3}{2} \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \tilde{\epsilon}^p : \tilde{\epsilon}^p} dt \quad (2.45)$$

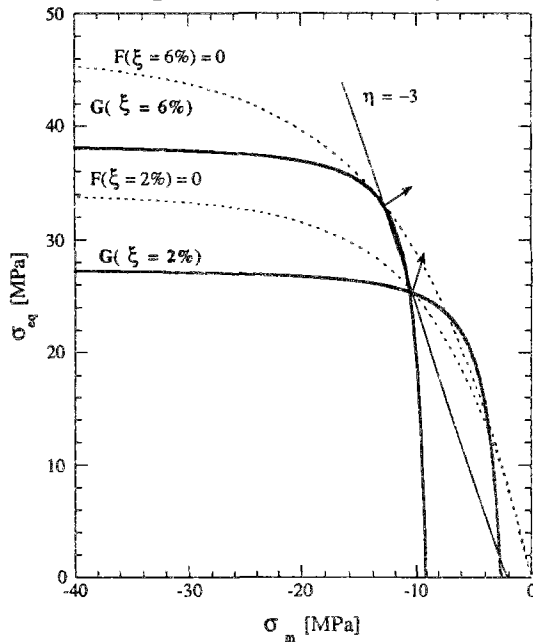
$$a(J_m, \xi) = \frac{1}{(h(H_e, H_c, J_m) + \xi)^m} - h(C_e, C_c, J_m) \xi - h(D_e, D_c, J_m) \quad (2.46)$$

On aura ainsi la direction d'écoulement plastique :

$$\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\underline{\sigma}}{3} \frac{\delta}{\underline{\sigma}} = \frac{1}{3} \left[ \frac{b}{-\sigma_m + a(J_m, \xi)} \right]^n + \frac{3}{2\sigma_{eq}} \underline{\underline{s}} \quad (2.47)$$

On vérifie bien que la dissipation volumique plastique est positive, en utilisant (2.12).

A titre d'illustration, on présente sur la figure 30 l'allure de la surface de charge et du potentiel plastique pour un essai triaxial de compression, en indiquant la direction de l'écoulement pour deux valeurs du paramètre d'écrouissage.



**Figure 30 :** Évolution de la surface de charge  $F$  et du potentiel plastique  $G$  au cours d'un essai triaxial. La direction d'écoulement est indiquée par un vecteur pour deux valeurs du paramètre d'écrouissage  $\xi$ . Le trajet de chargement est celui d'un essai de compression sous 2MPa de pression de confinement. Il suit la droite de pente  $\eta = -3$ .

#### 4.5. Remarques sur la généralisation à trois dimensions des résultats d'essai triaxiaux axisymétriques

Les résultats des essais triaxiaux axisymétriques sont interprétés en reliant la pression de confinement et le déviateur des contraintes à deux scalaires : la contrainte moyenne et la contrainte équivalente de Von Mises. C'est une hypothèse qui paraît justifiée, du moins en ce qui concerne le critère de rupture, par les expériences réalisées sur le sel d'Asse. Les résultats des essais de Hunsche sur ce sel confirment que le pic de résistance obtenu par un essai triaxial vrai se rapproche nettement de celui déterminé par un essai triaxial axisymétrique effectué avec la même contrainte moyenne.

Quant à la généralisation tridimensionnelle des autres critères (plasticité, endommagement), cela nécessiterait des expériences appropriées qui conviennent d'être réalisées à l'avenir pour confirmer les hypothèses adoptées.

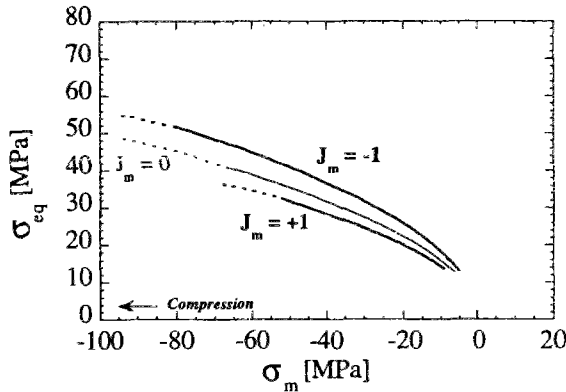
#### 4.6. Critères d'endommagement

Ces critères, identifiés à partir de la perte de linéarité de la relation  $\{\Delta V/V_0; \sigma_m\}$  au cours des essais triaxiaux, ont une forme parabolique (figure B.70) dans le plan  $\{\sigma_m; \sigma_{eq}\}$ . Ils peuvent

être généralisés en introduisant le paramètre de géométrie de contrainte  $J_m$ , permettant de distinguer en particulier le cas de la compression de celui de l'extension. On obtient :

$$\sigma_{eq} = \left( \frac{-\sigma_m}{Z(J_m)} \right)^{1/2} \quad (2.48)$$

avec  $Z(J_m) = h(Z_e, Z_c, J_m)$   $Z_e = 0,05 \text{ MPa}$   $Z_c = 0,03 \text{ MPa}$



**Figure 31 : Critères d'endommagement pour différentes géométries des contraintes.**

Les courbes extrêmes sont déduites des essais de compression ( $J_m = -1$ ) et d'extension ( $J_m = +1$ ), tandis que la courbe ( $J_m = 0$ ) intermédiaire est calculée par la formule (2.48). Une géométrie des contraintes en extension provoque un endommagement plus précoce qu'une géométrie de contrainte en compression.

On rappelle qu'à l'intérieur du domaine délimité par la surface d'endommagement, les déformations volumiques irréversibles ne sont pas dilatantes. Si l'on considère que la contractance irréversible est négligeable, alors l'intérieur du critère d'endommagement détermine des états de contrainte pour lesquelles l'écoulement plastique se fait à volume constant. Dans ce cas le potentiel plastique  $G$  peut être du type Von Mises avec une loi standard ( $F=G$ ), ce qui est souvent utilisé pour le sel gemme. Le **potentiel plastique** que nous proposons ne vérifie pas ces hypothèses, et autorise **toujours des déformations irréversibles dilatantes**. L'ajustement des paramètres est tel que la dilatance plastique générée à l'intérieur du critère d'endommagement est négligeable devant la contraction élastique.

Une autre restriction du modèle qu'il convient de rappeler porte sur la nature de l'écrouissage. Notre choix est un écrouissage isotrope, qui convient parfaitement tant que le paramètre décrivant la géométrie des contraintes  $J_m$  ne change pas de signe (l'état de contrainte est soit "de compression", soit "d'extension").

#### 4.7. Critères de rupture

Les essais triaxiaux axisymétriques de compression nous ont permis d'identifier un critère de rupture, auquel on a donné une forme parabolique. Compte tenu du domaine restreint des contraintes moyennes dans lequel ce critère est identifié, nous ferons l'approximation qu'il s'agit d'un critère linéaire :

$$\begin{aligned} \text{Rupture en compression } (J_m = -1) : \sigma_{eq} &= -A_c \sigma_m + B_c \\ \text{avec } A_c &= 1,35 \quad B_c = 17,7 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (2.49)$$

En extension, nous n'avons pas pu identifier de critère de rupture, aussi devons-nous l'hypothèse que la rupture sera effective dès que la contrainte axiale dépassera dans le domaine des tractions la résistance à la traction simple :

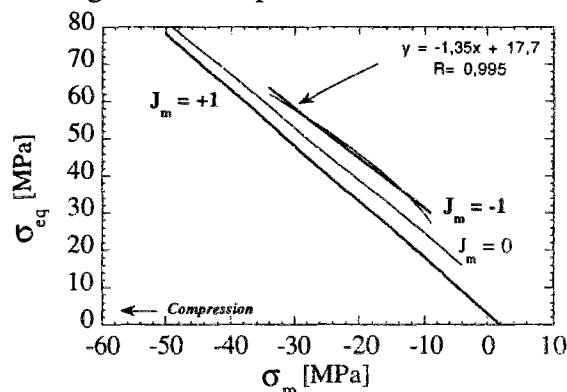
$$\begin{aligned} \text{Rupture en extension } (J_m = 1) : \sigma_{eq} &= -A_e \sigma_m + B_e \\ \text{avec } A_e &= 3/2 \quad B_e = \frac{3 R_t}{2} \text{ MPa} \quad R_t = 2 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Nous généralisons ce critère à tout  $J_m$ , en écrivant :

$$\sigma_{eq} = -A(J_m) \sigma_m + B(J_m) \quad (2.51)$$

avec  $A(J_m) = h(A_e, A_c, J_m)$   $B(J_m) = h(B_e, B_c, J_m)$

Sur la figure 32 on représente les critères de ruptures pour trois valeurs de  $J_m$ .

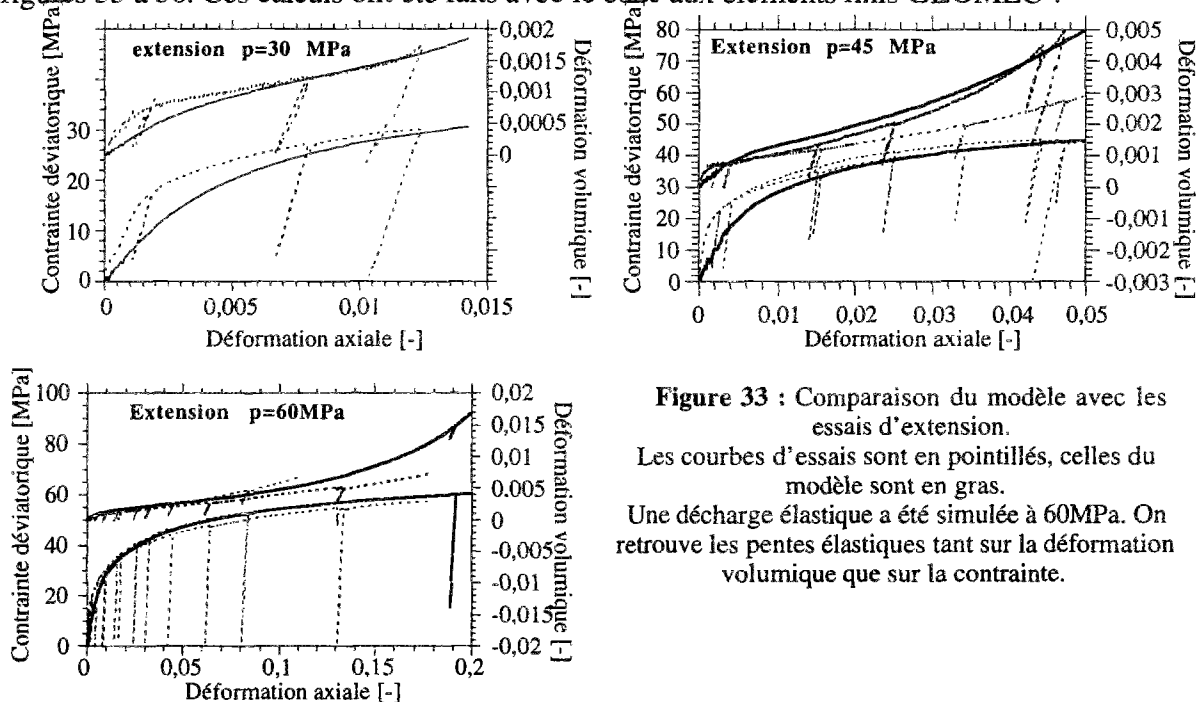


**Figure 32 :** Critères de rupture dans le plan  $\{\sigma_m; \sigma_{eq}\}$ .

Le critère de rupture en compression ( $J_m = -1$ ) est approximé à une droite. Le critère de l'extension (ou de la traction) est supposé linéaire ( $J_m = +1$ ). En supposant que les coefficients des droites évoluent de façon monotone, on calcule le critère de rupture pour  $J_m = 0$ , correspondant à des chargements pour lesquels le troisième invariant des contraintes déviatoriques est nul tandis que le second invariant est strictement positif.

#### 4.7.1. Reproduction d'essais

Afin de vérifier la validité du modèle proposé, nous avons imposé à une éprouvette fictive des conditions de chargement identiques à ceux des essais réels. Les résultats sont présentés sur les figures 33 à 36. Ces calculs ont été faits avec le code aux éléments finis GEOMECH\*.



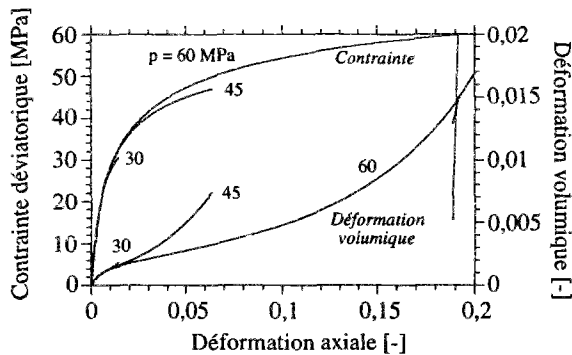
**Figure 33 :** Comparaison du modèle avec les essais d'extension.

Les courbes d'essais sont en pointillés, celles du modèle sont en gras.

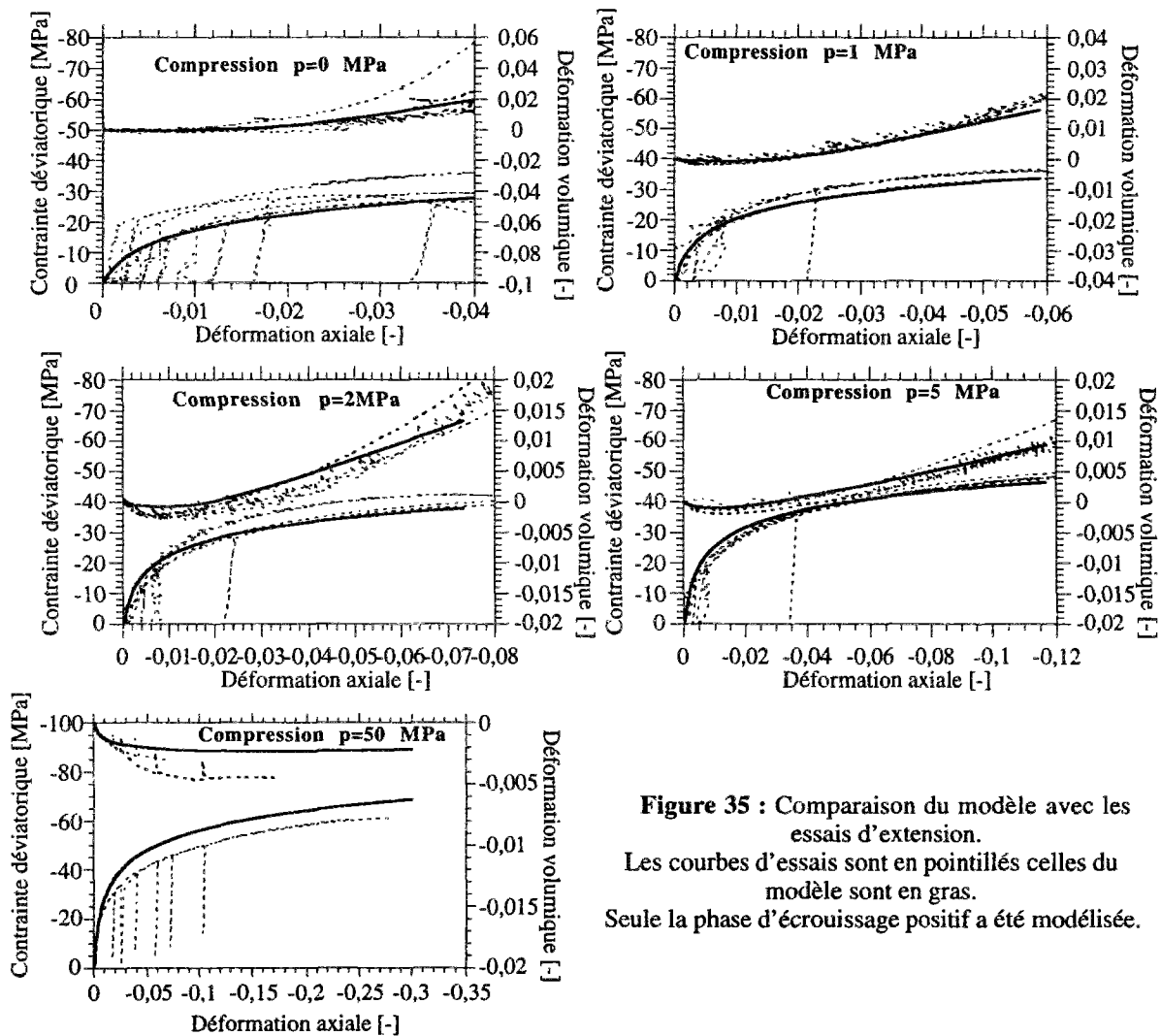
Une décharge élastique a été simulée à 60 MPa. On retrouve les pentes élastiques tant sur la déformation volumique que sur la contrainte.

Rappelons que la phase post-pic en compression n'a pas été modélisée, le modèle ne comportant qu'un écrouissage positif. Une comparaison des courbes obtenues en extension par le modèle est présentée sur la figure 34.

\* GEOMECH est un code calcul bidimensionnel aux éléments finis développés au laboratoire pour les milieux monophasés thermoélastoplastiques ou thermoviscoplastiques éventuellement anisotropes. Les éléments à fonction de forme linéaire ou quadratique (triangles à 3 ou à 6 noeuds, quadrilatères à 4, 8 ou 9 noeuds) sont utilisés. La résolution est implicite en plasticité et explicite en viscoplasticité.



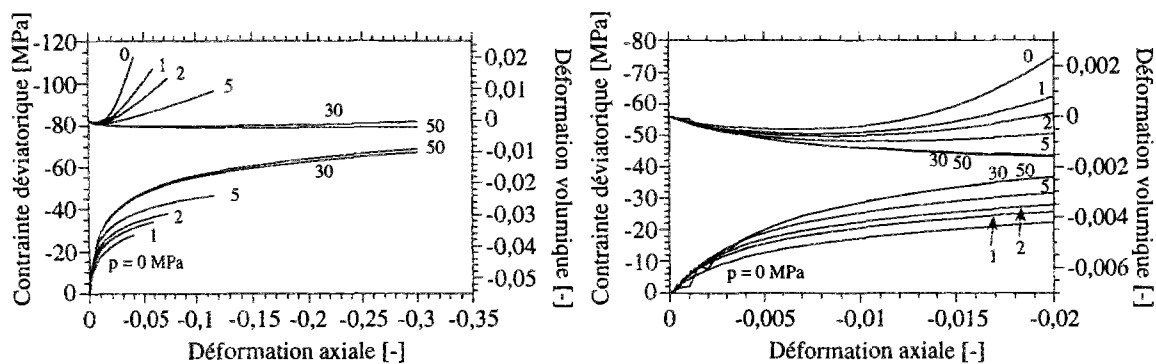
**Figure 34 :** Simulation d'essais triaxiaux en extension triaxiale.  
On retrouve les évolutions observées sur les essais, en particulier la phase d'accélération des déformations volumiques, d'autant plus précoce que la pression de confinement  $p$  est faible.



**Figure 35 :** Comparaison du modèle avec les essais d'extension.  
Les courbes d'essais sont en pointillés celles du modèle sont en gras.  
Seule la phase d'écrouissage positif a été modélisée.

Sur la figure 36 on compare les résultats de la simulation d'essais de compression sous des pressions de confinement différentes.





**Figure 36 :** Simulation d'essais triaxiaux en compression triaxiale.

Les tendances observées au cours d'essais réels sont reproduites (dilatance de moins en moins marquée et contrainte déviatorique de plus en plus forte, pour les pressions de confinement  $p$  de plus en plus grandes). La figure de droite présente un agrandissement de la figure de gauche à proximité de l'origine.

#### 4.7.2. Conséquences pour les ouvrages souterrains

Plaçons-nous dans le contexte des ouvrages souterrains en milieu salifère pour discuter de l'incidence du modèle proposé sur la prévision de l'évolution de ces ouvrages. Les modèles rhéologiques classiques du sel gemme considèrent un comportement instantané élastique ou thermoélastique (en présence de la température) suivi d'un comportement différé du type viscoplastique, dépendant du déviateur de contrainte et donc sans variation de volume.

Or, le modèle proposé suppose un comportement élastoplastique ou thermo-élastoplastique instantané de l'ouvrage. A court terme, le comportement mécanique sera essentiellement régi par l'élastoplasticité ; les effets différés n'apparaissent que progressivement dans le temps. Ils témoignent de l'évolution des champs de contraintes et de déformation autour de l'ouvrage. Tant que le critère de plasticité n'est pas atteint, l'évolution de la convergence d'un ouvrage calculé par un modèle élastoviscoplastique classique est différente de celle issue du modèle proposé.

Sous une sollicitation modérée, avant que le critère d'endommagement ne soit atteint, le comportement du massif sain encaissant l'ouvrage n'entraîne aucune augmentation de volume.

Sous un chargement plus sévère, le critère d'endommagement peut être vérifié, et on obtient une dilatance plastique au voisinage de l'ouvrage. Ce phénomène traduit une micro-fissuration plus ou moins diffuse du massif qui ne compromet pas, en première approximation, la continuité et l'isotropie macroscopiques du massif. Des sollicitations plus intenses pourraient entraîner la violation du critère de rupture. Cette situation peut refléter la fracturation du massif au voisinage de l'ouvrage, sans que ce phénomène ne conduise nécessairement à la ruine de l'ouvrage.

On entre dans le domaine communément appelé "post-rupture", qui se situe probablement à la limite du domaine d'application de la Mécanique des Milieux Continus. Sa modélisation soulève donc des questions aiguës.

Historiquement, on s'est attaché d'abord à une vision macroscopique homogène en introduisant la plasticité radoucissante dans les années 1970 et 1980 [Egger, 1973; Panet, 1976 ; Bérest et al., 1979; Rousset, 1988] puis à l'étude de la localisation de déformations [Desrues, 1984; Dragon, 1991] ou encore à l'anisotropie induite par la fissuration [Aubry et al, 1989, Ghoreychi et al, 1992; Dragon et al., 1993].

En dépit de l'important effort théorique déployé dans ce domaine, la modélisation du comportement post-rupture des géomatériaux demeure encore d'actualité.

Alors qu'un modèle approprié du comportement post-rupture du sel gemme n'a pas encore été mis au point, on doit se restreindre à une prédiction du comportement de l'ouvrage dans la phase pré-rupture et se contenter de comparer l'état de contrainte ainsi calculé au critère de rupture. Ce propos sera détaillé à travers un exemple de calcul de structure simple présenté plus loin.

Auparavant, nous tenons à préciser qu'en dépit de notre souci de simplicité, le modèle proposé peut apparaître dans certains contextes trop sophistiqué. Il est vrai que le nombre de paramètres intervenant dans le modèle complet intégrant les critères d'endommagement et de rupture et éventuellement la loi d'évolution viscoplastique est relativement important. La détermination expérimentale de tous les paramètres exige le recours aux expériences qui sont considérées comme classiques pour un laboratoire bien équipé (essais de compression, d'extension, de fluage, mesure de variation de volume). Le dépouillement des résultats nécessite également un soin particulier.

On conçoit l'intérêt d'une simplification du modèle en fonction du problème posé : si l'on s'intéresse à la stabilité à court terme d'un ouvrage sous l'effet du creusement par exemple, la prise en compte de la viscoplasticité ne présente qu'un intérêt limité : un calcul de stabilité de l'ouvrage allant dans le sens de la sécurité peut alors être effectué en considérant exclusivement les résultats correspondant à l'extension qui se situent systématiquement en dessous des résultats en compression.

L'emploi de la loi élastoplastique non-associée n'est justifiée que lorsque le massif peut effectivement être endommagé, et on s'attache à évaluer avec précision l'extension de la zone endommagée ou l'amplitude de la dilatance. Ce peut être le cas, par exemple, lorsque l'on veut examiner dans quelle mesure l'étanchéité d'une caverne de stockage d'hydrocarbures située à grande profondeur et soumise à des sollicitations intenses peut être compromise.

En revanche, pour une structure faiblement sollicitée où le massif encaissant demeure assurément sain, le modèle proposé se confond avec un modèle élastoplastique associé, caractérisé par la simple fonction de charge de Von Mises, identique à celle utilisée couramment dans les modèles viscoplastiques du sel gemme. La seule différence tient à la présence de l'écrouissage en élastoplasticité alors que certaines lois viscoplastiques du sel gemme ne font pas intervenir l'écrouissage (loi de Norton par exemple).

### Application du modèle à une structure simple

Pour mieux cerner les domaines d'intérêt des différents volets du modèle proposé, nous proposons d'analyser sommairement le cas simple d'une cavité circulaire en symétries sphérique ou cylindrique. Limitons-nous au comportement de ces ouvrages dès leur creusement supposé instantané.

Avant le creusement, les cavités se trouvent dans un état de contrainte isotropes (hypothèse plausible pour le sel gemme, matériau dépourvu de tout seuil de viscoplasticité) caractérisé par la pression lithostatique  $P$  ( $\sigma^0 = -p \underline{1}$ ). Le creusement de la cavité se traduit par une décharge brutale de la contrainte radiale en paroi de la structure  $\sigma_{rr}^{0+}(r=1) = 0$  (la cavité est de rayon unité).

#### - Analyse élastique

Une analyse pessimiste de la stabilité mécanique de la paroi de l'ouvrage peut être effectuée en considérant, dans un premier temps, le comportement élastique du massif.

#### - Cavité cylindrique

Pour la cavité en symétrie cylindrique, la répartition des contraintes radiale  $\sigma_{rr}$ , orthoradiale  $\sigma_{\theta\theta}$ , et axiale  $\sigma_{zz}$ , dans le massif élastique linéaire est la même en contraintes planes et en déformations planes :

$$\sigma_{rr} = -p \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) ; \sigma_{\theta\theta} = -p \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) ; \sigma_{zz} = -p \quad (2.52)$$

avec  $r = \frac{\text{distance radiale au centre de la galerie}}{\text{rayon initial}}$

En paroi de la galerie, nous avons  $\sigma_{rr}=0$ ,  $\sigma_{\theta\theta}=-2p$  et  $\sigma_{zz}=-p$ . On peut donc calculer les trois paramètres intervenant dans les différents critères : la contrainte moyenne  $\sigma_m$ , la contrainte équivalente de Mises  $\sigma_{eq}$  et  $J_m$ .

$\sigma_m$  et  $J_m$  restent inchangés dans le massif, quelle que soit la distance par rapport à la galerie.  $J_m=0$  traduit que les risques d'endommagement ou de rupture sont identiques en extension et en compression. Les domaines d'apparition de l'endommagement et de la rupture en paroi peuvent

être déterminés à partir de l'intersection de la droite  $\sigma_{eq} = -\sqrt{3} \sigma_m$  avec les critères d'endommagement et de rupture, respectivement obtenus avec la valeur de  $J_m = 0$  :

$$\begin{aligned} \text{Critère d'endommagement } \sigma_{eq} &= \left( \frac{-\sigma_m}{0,04} \right)^{1/2} \\ \text{Critère de rupture } \sigma_{eq} &= -1,426 \sigma_m + 10,3 \end{aligned} \quad (2.53)$$

On voit que l'endommagement et la rupture apparaissent à la paroi pour des valeurs absolues de la contrainte moyenne supérieures respectivement à 8,33 MPa et 33,65 MPa, ce qui correspond à des profondeurs typiquement comprises entre 375 et 1600 mètres.

### - Cavité sphérique

Pour une cavité sphérique, nous avons :

$$\sigma_{rr} = -P \left( 1 - \frac{1}{r^3} \right) \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = -P \left( 1 + \frac{1}{2r^3} \right) \quad (2.54)$$

En paroi de la galerie,  $\sigma_{rr} = 0$ , et  $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = -3/(2P)$ . Par ailleurs, nous avons :

$$\sigma_m = -P \quad \sigma_{eq} = \frac{3P}{2r^3} \quad J_m = +1. \quad (2.54 \text{ bis})$$

On se trouve en condition d'extension. Les risques d'endommagement et de rupture peuvent être analysés en prenant les critères correspondant à  $J_m = 1$  :

$$\begin{aligned} \text{Critère d'endommagement } \sigma_{eq} &= \left( \frac{-\sigma_m}{0,05} \right)^{1/2} \\ \text{Critère de rupture } \sigma_{eq} &= -1,5 \sigma_m + 3 \end{aligned} \quad (2.55)$$

Les domaines d'apparition d'endommagement et de rupture s'obtiennent par l'intersection de ces critères avec la droite  $\sigma_{eq} = \frac{-3}{2} \sigma_m$ .

Le point d'intersection avec le critère d'endommagement correspond à  $\sigma_m = 8,9$  MPa, ce qui équivaut à 400 m de profondeur en moyenne. Mais, il n'y a théoriquement aucune intersection avec le critère de rupture en extension, les deux droites étant parallèles et décalées d'une quantité égale à la résistance en traction du sel gemme.

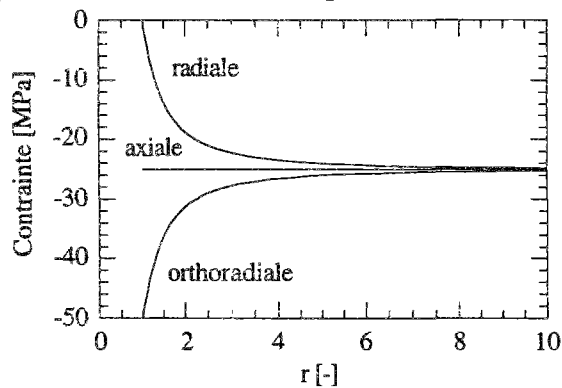
Il faut se garder de conclure à l'absence de tout risque de rupture pour les cavernes de la forme sphérique dans le sel. Cette situation tient essentiellement au critère de rupture employé. Celui-ci dépend d'une part de la contrainte moyenne (la rupture se produit effectivement avec un critère dépendant des contraintes principales extrêmes, celui de Coulomb par exemple). D'autre part, le critère de rupture en extension ayant été défini en confondant la rupture en extension avec la rupture en traction (hypothèse à vérifier par des essais appropriées). Il n'en reste pas moins que le risque de rupture pour une cavité sphérique est certainement plus faible que celui d'une cavité cylindrique, le facteur de concentration de la contrainte orthoradiale étant plus élevé pour le cylindre que pour la sphère, la forme de cette dernière lui assurant une meilleure stabilité mécanique.

### - Analyse élastoplastique

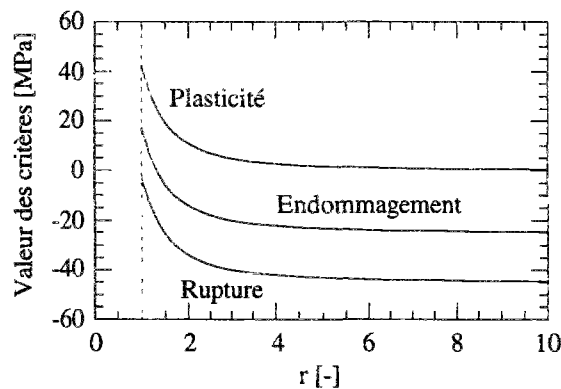
L'analyse présentée ci-dessus en élasticité doit être complétée par un calcul en élastoplasticité. Celui-ci ne pouvant être mené analytiquement à partir du modèle proposé, le code de calcul aux éléments finis GEOMECA a été utilisé à cette fin. La loi de comportement et ses paramètres sont identiques à ceux déjà présentés.

Le calcul a été effectué dans le cas d'une cavité cylindrique de rayon unité soumise à l'infini (100 rayons) à une pression lithostatique de 25MPa (profondeur voisine de 1 000m). Une tranche radiale du massif a été modélisée sous la double hypothèse de symétrie axiale et déformations planes. Elle est formée de 50 éléments isoparamétriques à 9 noeuds constituant au total 303 noeuds.

Après une vérification des résultats du calcul numérique en élasticité (figure 37 et 38), on procède au calcul en élastoplasticité.



**Figure 37 :** Répartition des contraintes élastiques dans le cas d'un tunnel en déformations planes.



**Figure 38 :** Position de l'état de contrainte par rapport aux critères dans le cas d'un tunnel en déformations planes dans un massif élastique

On retrouve naturellement l'allure typique de la répartition des contraintes autour d'une galerie circulaire (figure 39) : la contrainte orthoradiale passe par un minimum à une certaine distance de la paroi tandis que la contrainte axiale et aussi la contrainte moyenne (figure 40) se déchargent en valeur absolue près de la paroi. Ce phénomène se traduit par une redistribution plastique de l'état des contraintes dans le massif de sorte que la proximité de l'ouvrage se trouve plutôt en extension (le paramètre  $J_m$  repéré sur la figure 40 vaut 0,4 en élastoplasticité, il est nul en élasticité).

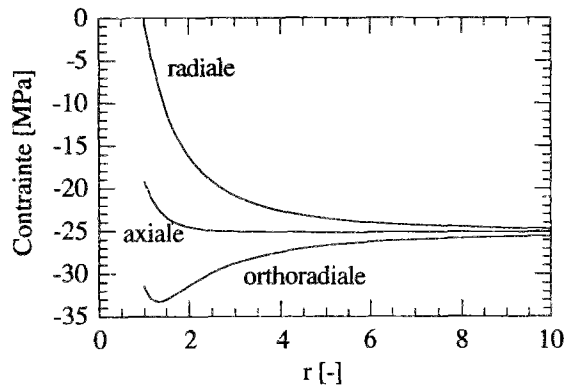


Figure 39 : Répartition des contraintes autour de la galerie circulaire dans un massif élastoplastique.

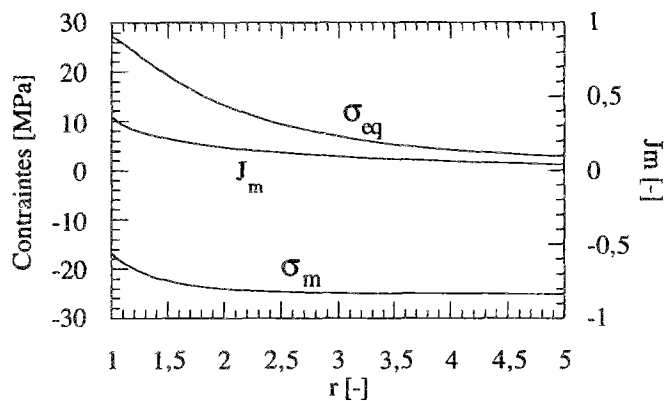


Figure 40 : Evolutions des paramètres liés aux invariants des contraintes de Cauchy autour de la cavité cylindrique dans un massif élastoplastique.

L'évolution spatiale des critères d'endommagement et de rupture présentés sur la figure 41 fait apparaître que la zone endommagée reste très localisée autour de l'ouvrage et s'arrête à environ deux rayons de la galerie. Cela est conforme aux résultats de Stormont et al. [1991] qui montrent par leurs mesures in situ une variation significative de la perméabilité entre la paroi et une limite située à deux rayons (figure A.57).

On se rapproche en paroi du critère de rupture sans que celui-ci ne soit véritablement atteint.

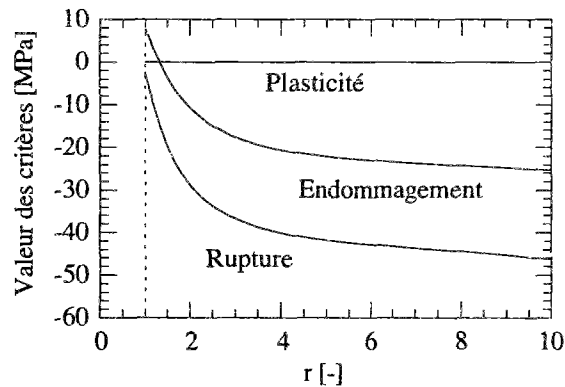
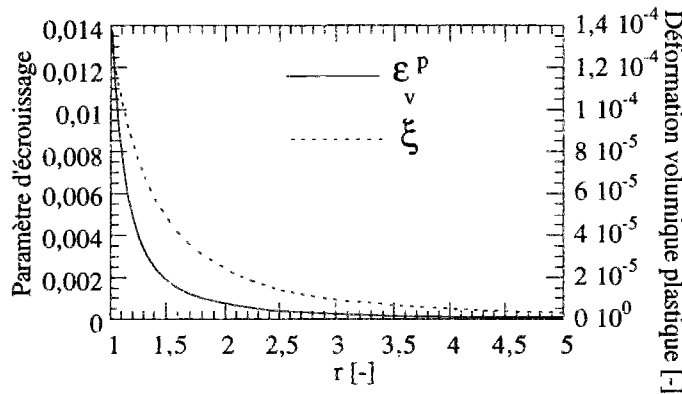


Figure 41 : Position de l'état de contrainte par rapport aux critères dans le cas d'une cavité cylindrique dans un massif élastoplastique. On constate que le critère de plasticité est atteint en permanence, et que l'endommagement ne se produit qu'à proximité de la cavité.

La figure 42 permet d'observer que la plastification du massif exprimée par la variable d'érouissage, et notamment l'endommagement au voisinage de la galerie traduit par la dilataance sont relativement modérés, les déformations plastiques déviatoriques et sphériques étant d'environ  $10^{-3}$  et  $10^{-4}$  respectivement, tandis que la convergence de la cavité (déformation orthoradiale) calculée en élastoplasticité est de  $8.10^{-3}$ , la convergence élastique étant de  $2.10^{-3}$ .



**Figure 42 :** Evolution du paramètre d'écrouissage et de la déformation volumique irréversible autour de la galerie.  
On constate que les déformations volumiques irréversibles sont très faibles.

### Conclusion

Cette analyse fait apparaître clairement qu'à des profondeurs habituelles des ouvrages en milieu salifère (250 à 1 000 m) la plasticité et l'endommagement du sel gemme sont dans l'ensemble modérés et ne sont pas de nature à compromettre la tenue mécanique des ouvrages tels que les galeries, les puits et les cavernes de stockage.

Ce résultat ne concerne évidemment que des structures simples sollicitées essentiellement par le poids du recouvrement. Il ne doit pas être généralisé aux contextes particuliers tels que les mines et les ouvrages soumis à un échauffement ou à un refroidissement.

Un domaine d'application intéressant du modèle proposé est l'évaluation de la zone faiblement endommagée autour des ouvrages de stockage. La perméabilité du sel gemme en augmentant substantiellement sous l'effet d'une faible microfissuration, la prise en compte du processus mécanico-hydro-chimiques couplés nécessite une évaluation précise de l'amplitude de l'endommagement, de même que de l'extension de la zone endommagée.

#### 4.8. Récapitulatif : équations du modèle rhéologique élastoplastique

Déformations  $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$  (I)

Contraintes  $\sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr } \underline{\underline{\sigma}}$   $\sigma_{eq} = \sqrt{3 J_2} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}}$   $J_3 = \frac{1}{3} \text{tr} (\underline{\underline{s}}^3)$   $J_m = \frac{3 J_3 \sqrt{3}}{2 J_2^{3/2}}$  (II)

Élasticité  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{1}} = \frac{1}{2G} \underline{\underline{s}} - \frac{1}{3K} \sigma_m \underline{\underline{1}}$  (III)  
 $\nu = 0,2$   $E = 15 \text{ GPa}$

Plasticité  $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$  avec  $\dot{\lambda} > 0$  si  $F=0$  et  $\dot{\lambda} = 0$  si  $F < 0$  (IV)

Surface de charge  $F(\underline{\underline{\sigma}}, \xi) = \sigma_{eq} - \sigma_{d\infty} \left[ 1 - \exp\left( \beta \frac{\sigma_m}{\sigma_{d\infty}} \right) \right]$  (V)

$\sigma_{d\infty} = k_1 \log(k_2 \xi + 1) + k_3$   $\beta = 4,5$   $k_1 = 26,8 \text{ MPa}$  (VI)  
 $k_3 = \text{seuil de plasticité initial pour } \sigma_m \rightarrow -\infty$   $k_2 = 870$   $0 < k_3 \ll 1$

Écrouissage  $\xi = \frac{3}{2} \gamma^p = \frac{3}{2} \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \tilde{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p : \tilde{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p} dt$   $\tilde{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p - \frac{1}{3} \text{tr}(\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p) \underline{\underline{1}}$  (VII)

Potentiel plastique  $G = 0 = \sigma_{eq} - \frac{b^n}{(1-n) [-\sigma_m + a(J_m, \xi)]^{n-1}}$  (VIII)  
 $n = 5/2$   $b = 6,31 \text{ MPa}$

$a(J_m, \xi) = \frac{1}{(h(H_e, H_c, J_m) + \xi)^m} - h(C_e, C_c, J_m) \xi - h(D_e, D_c, J_m)$  (IX)  
 $m = 100$   $H_c = H_e = 0,964$   
 $C_c = 38 \text{ MPa}$   $C_e = 60 \text{ MPa}$   
 $D_c = 0 \text{ MPa}$   $D_e = 10 \text{ MPa}$

$h(x, y, J_m) = \frac{x-y}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} J_m\right) + \frac{x+y}{2}$  (X)

Dérivées  $\frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} = 1$   $\frac{\partial G}{\partial \sigma_m} = \frac{b^n}{[-\sigma_m + a(J_m, \xi)]^n}$   $\frac{\partial G}{\partial J_m} = -\frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \frac{\partial a(J_m, \xi)}{\partial J_m}$  (XI)

$\frac{\partial a(J_m, \xi)}{\partial J_m} = -\frac{\partial h(H_e, H_c, J_m)}{\partial J_m} \frac{m}{(h(H_e, H_c, J_m) + \xi)^{m+1}} - \frac{\partial h(D_e, D_c, J_m)}{\partial J_m}$  (XII)

$\frac{\partial h(x, y, J_m)}{\partial J_m} = \pi \frac{x-y}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2} J_m\right)$  (XIII)

Surface d'endommagement  $\sigma_{eq} = \left( \frac{-\sigma_m}{Z(J_m)} \right)^{1/2}$  (XIV)

$Z(J_m) = h(Z_e, Z_c, J_m)$   $Z_e = 0,05 \text{ MPa}$   $Z_c = 0,03 \text{ MPa}$

Surface de rupture  $R = \sigma_{eq} + A(J_m) \sigma_m - B(J_m)$  (XV)

$A(J_m) = h(A_e, A_c, J_m)$   $B(J_m) = h(B_e, B_c, J_m)$   $A_e = 3/2$   $R_t = 2 \text{ MPa}$   
 $A_c = 1,35$   $B_c = 17,7 \text{ MPa}$   
 $B_e = \frac{3 R_t}{2} \text{ MPa}$



## 5. Conclusions

Le calcul micro-macro avec un modèle autocohérent simple nous renseigne sur l'existence des contraintes internes pouvant entraîner la microfissuration du sel gemme : le risque de fissuration est plus grand en extension qu'en compression. A partir d'un monocristal dont l'écroutissage est isotrope, on obtient pour le polycristal un écroutissage en partie cinématique.

Cependant, la modélisation du comportement macroscopique du sel gemme que nous avons suivie considère une loi élastoplastique à écroutissage isotrope dont l'écoulement est non associé. Ce choix convient parfaitement tant que le paramètre  $J_m$  décrivant la géométrie des contraintes reste de même signe, ce qui est fréquent dans les applications de la géomécanique.

Pour simplifier, nous retenons un paramètre d'écroutissage scalaire proportionnel à la distorsion plastique. Ce choix paraît justifié dans la phase pré-rupture. Par une analyse fine de l'évolution de l'angle de dilatance au cours des essais, on modélise la dilatance tant en compression qu'en extension et on retrouve les évolutions distinctes observées lors des essais.

Une généralisation au cas tridimensionnel est proposée en se basant sur les contraintes moyenne et équivalente, et en supposant une variation continue des paramètres entre l'état de compression et l'état d'extension, en fonction d'une variable décrivant la géométrie des contraintes. Cela permet d'appliquer le modèle au calcul d'une structure tridimensionnelle.

Il apparaît qu'aux profondeurs comprises entre 250m et 1000m où se trouvent nombre d'ouvrages souterrains en milieu salifère, le voisinage des ouvrages peut être plastifié et endommagé. La conséquence de ces phénomènes est surtout importante pour la perméabilité du sel gemme. La tenue mécanique des ouvrages ne pose a priori de problème qu'en présence d'une sollicitation intense liée à la température, à l'interaction des ouvrages où à de fortes concentrations de contraintes.





# *Conclusions et perspectives*

Les principaux mécanismes de déformation du sel gemme, en particulier pour les vitesses de déformation supérieures à la vitesse de fluage stationnaire, montrent que lorsque la dilatance est observée, c'est en raison d'une microfissuration. Celle-ci trouve son origine dans l'incompatibilité des déformations plastiques à cause du faible nombre de systèmes de glissement actifs qui entraîne une concentration des contraintes aux joints de grains, notamment en présence de défaut ou d'hétérogénéités. Il en résulte des concentrations de contraintes internes, pouvant mener à des décohésions de joints de grains, synonymes d'endommagement, aboutissant éventuellement à la rupture.

La déformation volumique dilatante est un indicateur d'endommagement, et montre une corrélation marquée avec l'accroissement de la perméabilité et de la fréquence des émissions acoustiques. La mesure de la variation de volume est pratique car elle donne une information en continu au cours de l'essai d'écrouissage, mais demeure néanmoins délicate à mettre en œuvre, des précautions sont nécessaires notamment sur la régulation en température.

La déformation volumique du sel gemme peut demeurer nulle tandis que des déformations déviatoriques se produisent. Dans ce cas, il n'y a pas d'endommagement. L'initiation de l'endommagement est repérée sous chargement déviatorique (de compression ou d'extension) par l'état de contrainte correspondant à la perte de linéarité de la courbe {déformation volumique; contrainte moyenne}. Cela permet, en réalisant des essais sous différentes pressions de confinement, de définir la surface caractéristique d'initiation de l'endommagement (ou critère d'endommagement) dans l'espace des contraintes. Dans la gamme des contraintes moyennes limitées à 80 MPa (pression de confinement initiale comprise entre 0 et 60 MPa), ce critère ne se réfère pas sur l'axe des contraintes moyennes; nous proposons une forme parabolique valable dans ce domaine. L'initiation de l'endommagement est plus précoce en extension qu'en compression.

Cette différence entre le comportement en compression et en extension est liée à la répartition des contraintes principales (deux contraintes principales mineures égales dans un cas et deux contraintes principales majeures identiques dans l'autre). Elle est prise en compte dans la formulation générale du critère d'endommagement en faisant intervenir dans son expression trois paramètres liés aux invariants des contraintes de Cauchy : la contrainte moyenne  $\sigma_m$ , la contrainte équivalente de Von Mises  $\sigma_{eq}$ , et le paramètre décrivant l'orientation des contraintes déviatoriques  $J_m$  (lié à l'angle de Lode).

Le critère de rupture est défini par le maximum de la contrainte équivalente atteinte sous chargement déviatorique avant le radoucissement. En compression, la rupture est observée sur

une gamme limitée de contraintes moyennes (entre 10 et 35 MPa), tandis qu'en extension nous n'avons pas identifié de rupture. Nous pensons que pour obtenir une rupture dans ce dernier cas, il faut pénétrer dans le domaine des tractions. Nous supposons dans notre modèle que la rupture en extension-traction se produit pour une contrainte de traction constante et indépendante de la contrainte moyenne, égale à la résistance en traction (déterminée par un essai brésilien, par exemple), cela reste à vérifier.

Le comportement post-rupture, qui nécessiterait des approches différentes, n'est pas pris en compte dans notre modèle. Notre étude se limite donc au comportement avant la rupture, ce qui couvre néanmoins un domaine étendu de sollicitations rencontrées dans les ouvrages souterrains. Nous nous autorisons à formuler l'hypothèse de la continuité macroscopique, et à suivre le formalisme de la Mécanique des Milieux Continus. Malgré la présence de grandes déformations sous fortes contraintes moyennes, notre modèle suit dans sa formulation, l'hypothèse des petites perturbations. Quelques résultats sont néanmoins présentés en tenant compte des grandes déformations.

Notre volonté est de se placer dans des conditions les plus fréquentes dans les ouvrages souterrains. En nous basant sur les données de la littérature, nous considérons que les influences du temps (donc de la vitesse de déformation) et de la température sont de second ordre sur la plasticité, l'endommagement et la rupture du sel.

Malgré l'induction progressive d'anisotropie due à la fissuration (observable sur de nombreux géomatériaux) les faibles variations des paramètres élastiques du sel gemme au regard de la dispersion naturelle des résultats nous conduisent, pour décrire le comportement du sel gemme endommagé, à adopter une formulation en élastoplasticité plutôt qu'en contrainte effective (au sens de l'endommagement).

Nous supposons par ailleurs, comme cela est justifié en première approximation dans la phase pré-rupture, que le matériau demeure isotrope au cours des déformations élastiques et irréversibles. Nous admettons que l'endommagement est diffus, ce qui permet de décrire son évolution avec une variable scalaire. Dans un souci de simplicité, nous avons choisi de décrire avec un même paramètre interne le comportement du sel gemme, incluant l'endommagement et la plasticité. Nous avons retenu comme paramètre d'écrouissage un scalaire lié à la distorsion plastique.

La plasticité standard à un mécanisme s'avère insuffisante pour reproduire la dilatance mesurée au laboratoire, ce qui conduit au choix d'une loi d'écoulement non associé. Pour ce faire, la surface de charge  $F$  et le potentiel plastique  $G$  sont déterminés, tout comme les surfaces de rupture et d'initiation de l'endommagement, en fonction des trois invariants de contrainte  $\sigma_m$ ,  $\sigma_{eq}$  et  $J_m$ .  $F$  et  $G$  dépendent également du paramètre d'écrouissage.

La détermination du potentiel plastique  $G$  a nécessité une analyse des déformations irréversibles afin de caractériser l'orientation de la normale à  $G$  dans l'espace des contraintes, par le biais de l'angle de dilataance. Les essais de compression et d'extension ne permettant de tester que deux géométries de contrainte (respectivement  $J_m = -1$  et  $J_m = +1$ ), nous avons formulé une hypothèse sur le gradient de  $G$  par rapport à  $J_m$ , imposant sa nullité pour  $J_m^2=1$ . Cette hypothèse reste à vérifier en imposant des trajets de chargement différents avec un appareillage où les trois contraintes principales peuvent être distinctes.

Les résultats expérimentaux montrent un effet Bauschinger, confirmé par une modélisation micro-macro autocohérente traduisant l'écrouissage cinématique lié à l'agrégation des cristaux de sel au sein du polycristal. Néanmoins, nous avons porté notre choix sur un écrouissage isotrope, qui convient parfaitement si  $J_m$  reste de même signe, ce qui est souvent le cas des structures souterraines ( $J_m=+1$  pour une cavité sphérique en milieu élastique sous un chargement isotrope à l'infini). S'il s'avérait nécessaire de reproduire l'effet Bauschinger, l'écrouissage cinématique devra être pris en compte dans le modèle.

Le modèle proposé est caractérisé à partir d'expériences réalisées sur du sel gemme des Mines de Potasse d'Alsace, mais il peut sans doute être appliqué à d'autres sels sans grandes modifications, voire à d'autres géomatériaux ductiles dont les caractéristiques peuvent être différentes. Apparemment complexe en raison du nombre de paramètres, le modèle peut être simplifié dans des cas particuliers. Par ailleurs, la méthode de dépouillement, appliquée ici à un matériau monphasique (le sel gemme ne contient que peu voire pas d'inclusions fluides), peut être étendue aux matériaux biphasiques (saturés) moyennant quelques adaptations pour prendre en compte les effets de la pression interstitielle. C'est une perspective intéressante à développer dans l'avenir.

Ce modèle peut être appliqué pour évaluer la zone endommagée autour d'une structure de stockage d'hydrocarbures ou de déchets nucléaires, afin de contribuer à l'évaluation de la sûreté à long terme. Cela suppose l'usage de calculs couplés thermohydromécaniques.

Les grandes déformations, qui sont marginales dans les ouvrages souterrains, ne sont pas prises en compte par ce modèle. L'halocinèse (diapirisme et montée des dômes de sel), qui produit des déformations importantes, est un autre problème à une autre échelle de temps qui nécessite un développement en suivant le formalisme des grandes déformations.

L'étude du comportement après rupture exige une attention particulière, qui pourrait être appuyée sur les résultats présentés ici. Dans ce cas, l'anisotropie induite par la fissuration devra être plus finement quantifiée pour être prise en compte.

Enfin, une perspective importante serait d'étudier l'influence de l'endommagement sur le comportement différé.

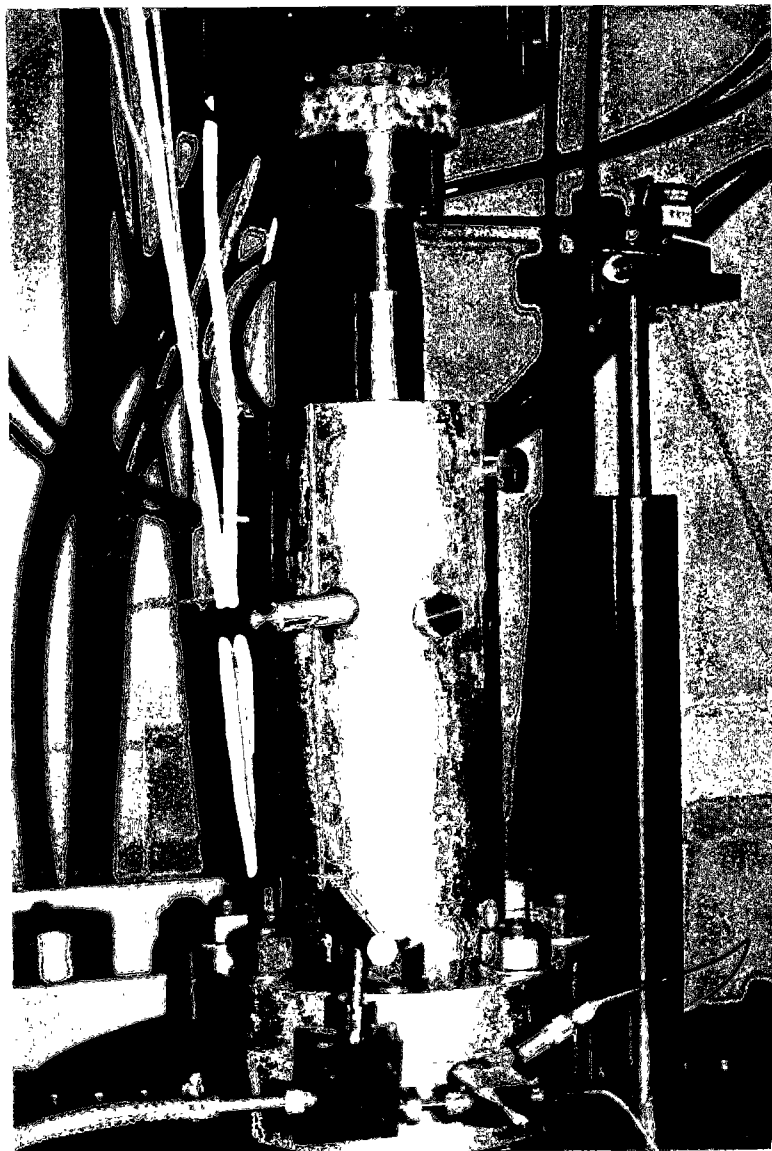


# *Annexe I*

## **Dispositif expérimental et principe des essais triaxiaux axisymétrique sous chargement compressif**

***Résumé :** Le dispositif expérimental est présenté sous ses aspects techniques, y compris les spécificités techniques des appareils utilisés. Ensuite est proposée une discussion sur la validité des mesures et sur l'amélioration des essais, tandis que les bases de l'interprétation des essais triaxiaux axisymétriques sont précisées.*

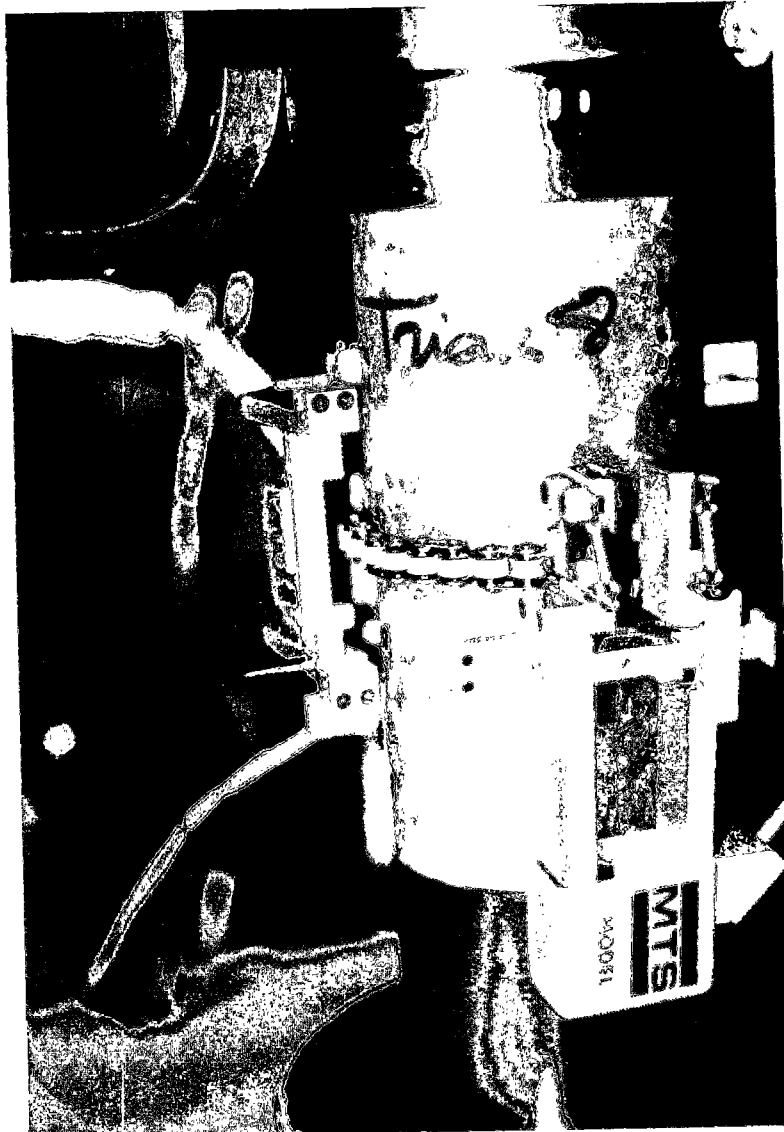




**Figure A1.1 :** Photo du dispositif expérimental pour essais triaxiaux.

La cellule est en position de fonctionnement. Le piston de la cellule est surmonté d'un disque de granite faisant fonction d'isolant thermique entre la cellule et le piston de la presse et d'une rotule.

Le capteur à bras, à droite permet la mesure du déplacement du piston.



**Figure A1.2 :** Photo du dispositif expérimental pour essais uniaxiaux.  
A même l'échantillon sont placés l'extensomètre axial à griffes et le collier extensométrique.

## 1. Principe et objectifs des essais

Le dispositif expérimental mis en place au laboratoire pour réaliser les essais triaxiaux sous chargement compressif sur le sel gemme se compose de trois éléments importants (photo de la figure A1.1) : - une **presse hydraulique MTS** asservie électroniquement;

- une **cellule** conçue au laboratoire de capacité maximale 70 MPa (figure A1.3);

- un **contrôleur numérique pression-volume GDS** (de capacité égale à 2, 20 MPa ou 64 MPa) connecté hydrauliquement à la cellule. Il permet la mesure<sup>1</sup> du volume d'huile contenue dans la cellule et le contrôle<sup>2</sup> de la pression de confinement<sup>3</sup> (cet appareil peut aussi assurer le contrôle du volume et la mesure de la pression).

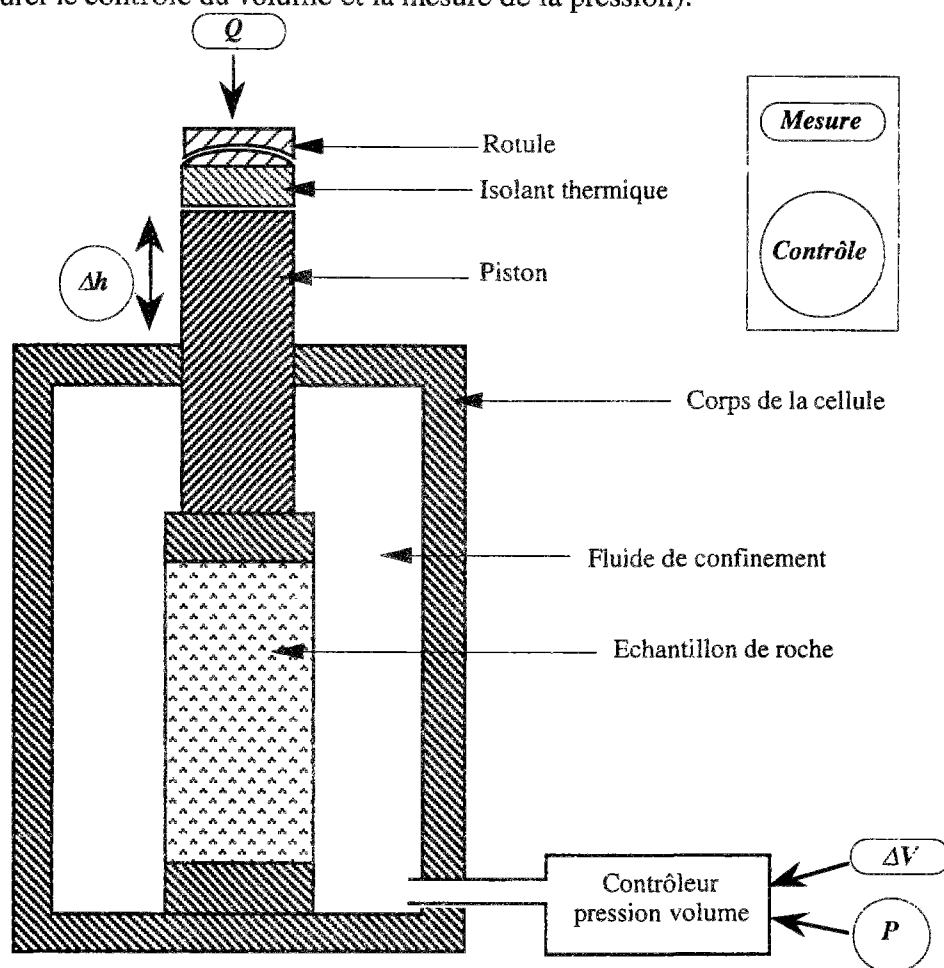


Figure A1.3 : Schéma de la cellule et disposition des capteurs.

Le dispositif suit une symétrie cylindrique dont l'axe coïncide avec celui de l'axe de l'échantillon cylindrique.

La presse hydraulique possède des qualités adaptées aux études sur l'endommagement et la rupture, notamment par sa rigidité élevée, son asservissement hydraulique et sa chaîne de conditionnement performants.

<sup>1</sup> par "mesure", on entend que le paramètre en jeu (ici le volume) n'est pas imposé.

<sup>2</sup> par "contrôle", on signifie que le paramètre en jeu (ici la pression de confinement) est imposé.

<sup>3</sup> La pression de confinement est la pression régnant dans l'espace confiné de la cellule.

Une membrane flexible (ou jaquette), en latex (caoutchouc naturel) ou en viton (élastomère) protège l'échantillon du fluide de confinement. La jaquette en latex peut se déformer beaucoup, mais se cisaille facilement, au contraire de la jaquette en viton, qui est moins déformable et plus résistante au cisaillement. Le latex est utilisé de préférence en compression, et le viton en extension. Dans ce dernier cas, des bandeaux de latex ont été mis en place par-dessus la jaquette dans les zones à fort cisaillement potentiel, c'est à dire au niveau du contact des embases.

Une rotule axiale autolubrifiante SKF GX60F de capacité maximale 630 kN s'intercale entre le piston de la presse et celui de la cellule de manière à appliquer un effort normal sur l'échantillon, et de compenser une mauvaise rectification. Une rondelle thermiquement isolante (ici du granite) se place entre le piston de la presse et la cellule pour réduire les échanges thermiques dus à l'échauffement de la presse.

Ce dispositif permet de réaliser des essais en chargement compressif (avec décharges éventuelles) en contrôlant le mouvement du piston ou la force qu'il exerce sur l'échantillon, et en mesurant la variation de volume global. La contrainte axiale et la contrainte radiale ne peuvent être exercées en traction. La réalisation d'un essai de traction demanderait quelques modifications au dispositif actuel.

Dans le cas de l'essai uniaxial, on n'utilise pas de cellule, ni de contrôleur de pression-volume, et la mesure de la variation de volume est déduite des mesures de déformations axiale et circonférentielle, obtenues par des capteurs MTS fixés sur l'éprouvette (figure A1.2).

Les essais réalisés sur un géomatériau ont pour objet d'identifier son comportement, et certaines de ses caractéristiques mécaniques. Pour ce faire nous envisageons des essais de nature différente. Celui que nous avons utilisé pour l'étude du comportement à court terme du sel gemme est l'essai dit d'écroutissage. On donne également la définition de l'essai de fluage et de l'essai de relaxation dont l'objet est l'étude du comportement différé.

## **1.1. Écroutissage : essai rapide.**

### **1.1.1. Définition**

L'écroutissage consiste à écrouter le matériau, c'est à dire à étendre à froid son domaine d'élasticité, afin de lui donner du ressort et d'augmenter sa résistance à la déformation (Dictionnaire Larousse, 1991). Ce n'est pas le but des essais de chargement mécanique réalisés sur les géomatériaux, mais une des conséquences. Néanmoins le terme "essai d'écroutissage" est un terme générique utilisé pour décrire tant les essais de compression, d'extension que de traction, concernant le comportement à court terme du matériau. Ici, nous ne nous intéressons qu'aux essais réalisés en mode compressif (compression et extension).

### 1.1.2. Les phases de chargement

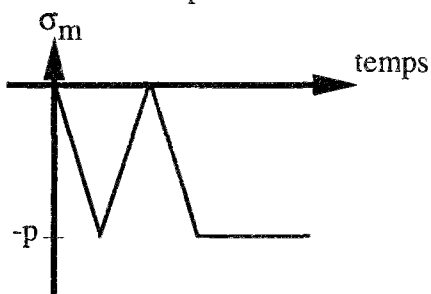
Classiquement, les essais sous confinement se décomposent en deux phases de chargement consécutives (hydrostatique et déviatorique), auxquelles nous avons ajouté une troisième récemment (déchargement hydrostatique).

#### Chargement hydrostatique

Un chargement hydrostatique pendant lequel les trois contraintes principales sont égales est d'abord mis en œuvre.

Pour les premiers essais de compression (avant 1994), ce chargement était appliqué simplement en augmentant la pression à l'aide du contrôleur de pression. Puis, la réalisation d'essais d'extension a imposé la dissociation de l'application de la contrainte axiale et de la contrainte radiale; ces deux contraintes étaient appliquées par paliers (jusqu'en 1993).

Enfin, à partir de 1994, on améliore le système en appliquant proportionnellement contrainte axiale et contrainte radiale, grâce au développement au laboratoire d'un logiciel d'acquisition et de contrôle (logiciel SKOHP<sup>4</sup>). On impose, par voie de presse, une vitesse en force axiale sur le piston de la cellule, à partir de laquelle on calcule la contrainte axiale, on régule et on applique la contrainte radiale par le contrôleur. La vitesse de chargement hydrostatique dépend principalement des capacités du contrôleur de pression. Ainsi, pour le GDS 20 MPa, la vitesse est de 4 N/s pour une section du piston de diamètre initial de 50,80 mm (2 pouces), soit environ 7 MPa/h. Avec le GDS 64 MPa, la vitesse est 4 fois supérieure soit 20 N/s ou 28,4 MPa/h. Avant d'atteindre la pression de confinement souhaitée, un cycle est suivi (figure A1.4).



**Figure A1.4 :** Trajet de chargement hydrostatique en fonction du temps.

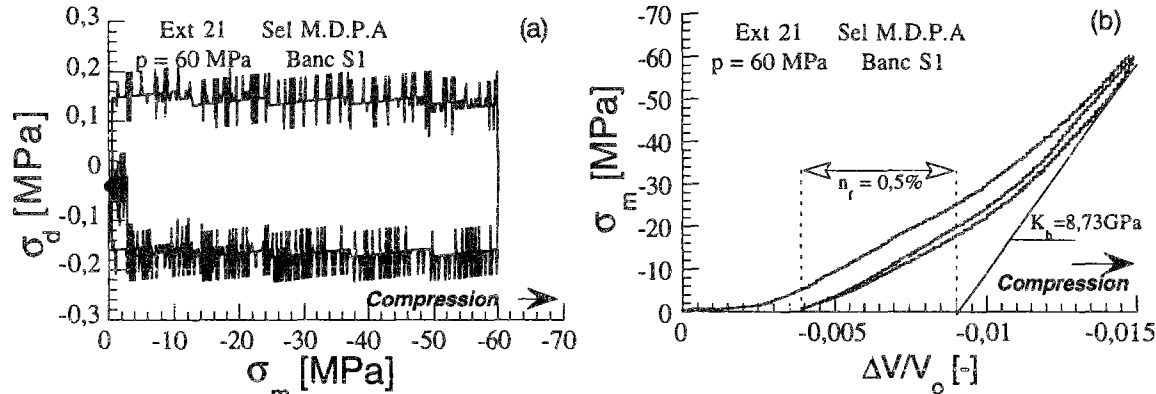
La contrainte moyenne suit un cycle en fonction du temps, puis se stabilise pendant plusieurs heures avant l'application du chargement déviatorique.

L'application d'un chargement hydrostatique régulé présente plusieurs avantages. D'une part, on **limite l'amplitude du déviateur** des contraintes, que l'on souhaite la plus proche de zéro. Sachant que l'existence d'un déviateur de contraintes est source de déformations irréversibles sur le sel gemme, cette précaution est d'importance pour interpréter les essais.

<sup>4</sup> SKOHP doit son nom à l'état du programmeur au travail : il souffre (S), potasse (KOH) et phosphore (P).

D'autre part, il est possible de connaître les **déformations volumiques** par le truchement de la déformation axiale, en supposant, à juste titre, que les déformations sont petites et isotropes. Cela permet de déterminer le **module de compressibilité hydrostatique**<sup>5</sup>  $K_h$ , comme la pente de la courbe {contrainte moyenne, déformation volumique}. On en déduit aussi la **porosité de fissure**, comme abscisse à l'origine de la tangente à la courbe {contrainte moyenne, déformation volumique}, déterminée dans la partie linéaire.

L'intérêt de réaliser un **cycle** est de vérifier s'il y a réversibilité ou non du comportement de l'éprouvette lors du chargement isotrope. En fait, on teste ainsi tout le système (cellule, huile de confinement, contrôleur, joints, échantillon, etc...), sur lequel on constate une irréversibilité, qui conduit à minorer quelque peu la porosité de fissure. On n'envisage pas de déduire la déformation volumique de l'éprouvette à partir de la mesure du volume car, comme nous le verrons plus loin, la compressibilité du dispositif dont il faudrait tenir compte varie avec la pression (d'autant plus que celle-ci est faible). Pendant ce cycle, la contrainte déviatorique mesurée oscille autour de zéro, comme le montre la figure A1.4 bis. Le changement de signe au cours du cycle, est sans doute liée au frottement du piston sur les joints.



**Figure A1.4 bis :** Exemple de chargement hydrostatique : (a) Évolution de la contrainte déviatorique en fonction de la contrainte moyenne; (b) Évolution de la contrainte moyenne avec la déformation volumique. La mise sous confinement est ici régulée pour assurer une vitesse de  $10 \text{ kPa.s}^{-1}$ , et à peu près la même contrainte radialement et axialement.

La partie de **stabilisation** du chargement hydrostatique joue un rôle de reconsolidation, qui n'a pas été quantifié précisément, et rend homogène la température du système, réduisant les gradients thermiques dans l'éprouvette.

Variations de volume en chargement hydrostatique

Au cours de la mise sous confinement, certains éléments du système d'essai subissent des variations de volume (huile, cellule, joints, tuyaux, échantillon,...). L'information principale sur

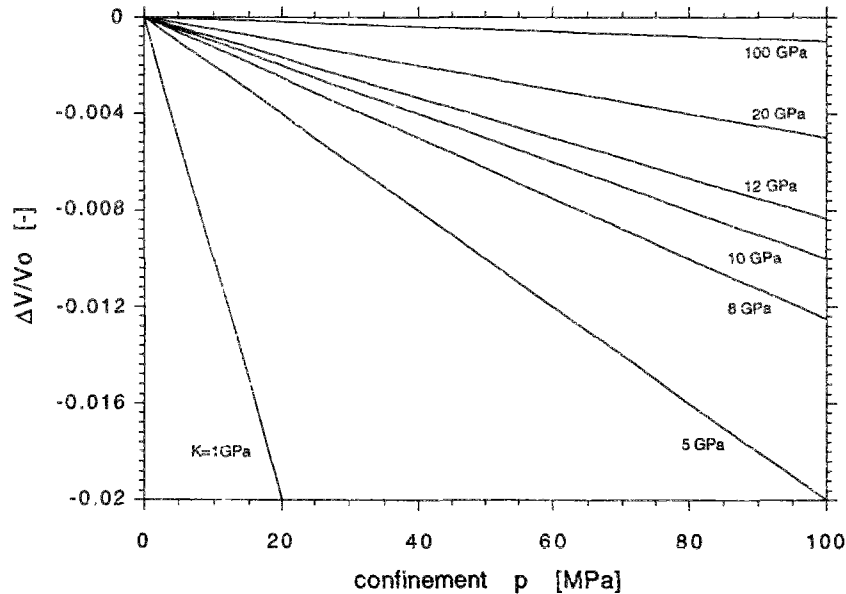
<sup>5</sup> Ce terme est adopté conformément à la tradition des mécaniciens et aux indications du dictionnaire de rhéologie [1988], bien que certains auteurs emploient la dénomination de coefficient d'incompressibilité [COUSSY,1991, par exemple], arguant que le matériau est d'autant moins compressible que ce paramètre est fort. Le qualificatif hydrostatique indique les conditions de chargement ayant permis la détermination de ce module.

le volume provient de la mesure du volume d'huile. Or c'est l'huile qui possède le coefficient de compressibilité le plus variable avec la pression, notamment en raison de la présence de gaz plus ou moins dissous à faible pression, même si l'huile est dégazée initialement. C'est pourquoi la déformation volumique de l'échantillon au cours du chargement hydrostatique n'est pas déduite de la mesure de variation de volume d'huile de confinement.

Lorsque aucune mesure de déformation n'est disponible pendant le chargement hydrostatique<sup>6</sup>, on est réduit à faire des hypothèses pour connaître la déformation volumique pendant le chargement hydrostatique. On supposera que les déformations sont petites et que le comportement est élastique et isotrope. Dans ces conditions, on a :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \text{tr } \underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1 - 2\nu}{E} \text{tr } \underline{\underline{\sigma}} = - \frac{p}{K_h} \quad (\text{A1.1})$$

où  $p$  est la pression de confinement,  $K_h$  le module de compressibilité hydrostatique.



**Figure A1.4 ter:** Variation de volume lors de la mise sous confinement pour différentes valeurs du module de compression hydrostatique.

Les déformations axiale et radiale sont égales :

$$\epsilon_{ax} = \epsilon_{rad} = \frac{\Delta V}{3V_0} = - \frac{p}{3K} \quad (\text{A1.2})$$

### Chargement déviatorique

Le chargement déviatorique consiste à générer un déviateur des contraintes non nul, c'est à dire, dans le cas de l'essai triaxial à symétrie de révolution à rendre inégales la contrainte axiale et la contrainte radiale. Pour ce faire, il suffit de faire varier ces deux contraintes selon des

<sup>6</sup> La mesure de variation de volume total est possible pendant la compression hydrostatique sur des essais drainées avec contre-pression. Lorsque la perméabilité du matériau est trop faible ( $10^{-20} \text{ m}^2$ ), comme c'est le cas d'un sel gemme intact, cette mesure devient irréalisable par faute de temps. Des mesures de déformation locales ou unidirectionnelle peuvent être utilisées : jauges collées, déformation axiale ou déformation circonférentielle ; une interprétation est nécessaire pour accéder à la déformation volumique.

chemins différents dans l'espace des contraintes, par exemple de conserver la contrainte radiale constante et de faire varier la contrainte axiale.

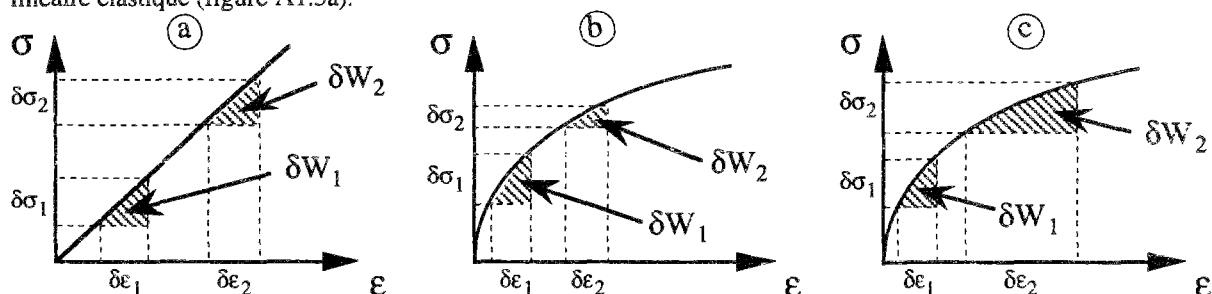
Lorsque la contrainte axiale diminue en valeur absolue, on réalise un essai d'**extension**; lorsqu'elle augmente en valeur absolue, c'est un essai de **compression**.

Le cas le plus simple est celui de la compression, pour laquelle, après une mise sous confinement assurée uniquement par l'augmentation de la pression de confinement, le piston est mis en simple contact pour exercer le chargement déviatorique. Avec une telle méthode, il n'est pas possible de réaliser d'essais en extension, car la contrainte axiale ne peut, en valeur absolue, être plus faible que la contrainte radiale (le piston se décolle de l'échantillon).

La phase de chargement déviatorique des essais d'érouissage triaxiaux à symétrie de révolution est réalisée :

- à pression de confinement  $p$  constante (comprise entre 0 et 60 MPa) ;
- à vitesse de déplacement axial imposé ( $v_\delta = 0,2 \text{ mm/mn}$  ou  $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) ;
- en mesurant la force axiale appliquée  $Q$  et la variation de volume  $\Delta V$  ;
- à température ambiante.

Le choix du pilotage de l'essai en déplacement plutôt qu'en force est équivalent pour un matériau à réponse linéaire élastique (figure A1.5a).



**Figure A1.5 :** Évaluation qualitative des incréments de travail mis en jeu selon la nature du pilotage de l'essai.

En déformation (ou déplacement) contrôlée, l'incrément de travail diminue au cours de l'essai, tandis qu'il croît en contrainte (ou force) contrôlée, entraînant dans ce dernier cas une rupture "brutale".

Par contre, il se justifie sur les matériaux à réponse non-linéaire. En effet, pour chaque incrément de déformation imposé, l'incrément de contrainte résultant diminue en valeur absolue lorsque la déformation totale augmente en valeur absolue, ce qui conduit à une diminution de l'incrément de travail transmis à l'éprouvette lorsque la déformation augmente (figure A1.5b). Dans le cas d'un pilotage en force, on aurait pour chaque incrément de contrainte imposé un incrément de déformation plus fort lorsque la contrainte augmente, et finalement une augmentation de l'incrément de travail mécanique transmis à l'éprouvette lorsque la contrainte augmente (figure A1.5c).

Dans ces conditions, le pilotage en force impose à l'éprouvette un travail mécanique toujours croissant à chaque incrément ce qui, compte tenu des capacités de réponse du matériau s'affai-

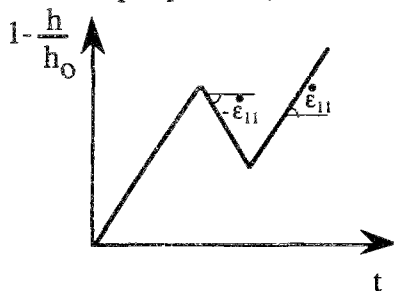


blissant (fissuration, endommagement), conduit à une rupture sans observation possible de radoucissement<sup>7</sup>, l'énergie emmagasinée se libérant brutalement.

Le pilotage en déformation permettra, pour sa part, d'imposer la force (et le travail) nécessaire au mouvement du piston. Ceci est possible en raison de la présence d'un vérin à double effet qui contrôle instantanément le mouvement du piston.

De cette façon, le radoucissement est observable. La vitesse retenue ( $\approx 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) est une vitesse habituelle en mécanique des roches car elle permet de réaliser sur des éprouvettes décimétriques un essai dans un temps raisonnable (plusieurs essais par jour) et, en ce qui concerne le sel gemme, elle est très supérieure à la vitesse d'un essai de fluage classique (de  $1,4 \cdot 10^{-11}$  à  $8,8 \cdot 10^{-10}$  pour le sel des M.D.P.A. [Pouya et al., 1991]). Pour Munson et Dawson [1981], les vitesses de fluage sont comprises entre  $10^{-8} \text{ s}^{-1}$  et  $10^{-12} \text{ s}^{-1}$  pour le sel gemme. La gamme de pression de confinement retenue se limite à celle des appareillages utilisés, et pour le sel gemme, 64MPa au maximum permet d'étudier bon nombre des aspects de son comportement.

On effectue des cycles alternant charge et décharge déviatorique de façon à identifier les **paramètres élastiques**. Lorsque le dispositif le permet, ces cycles peuvent être d'amplitude telle que la direction des contraintes majeure et mineure soit modifiée (passage de compression à extension et réciproquement).



**Figure A1.6 :** Signal imposé pour l'essai d'écrouissage : variation linéaire de la déformation axiale.

La pente positive signifie un chargement tandis que la pente négative correspond à une décharge.

Pour terminer la phase de chargement déviatorique, on revient, autant que faire se peut, à un état de contrainte isotrope.

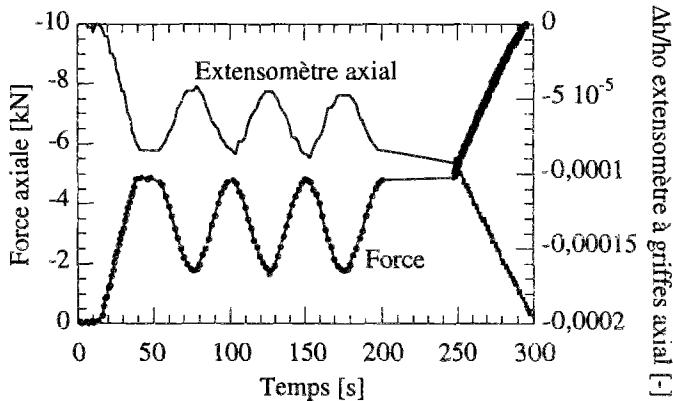
Il est également possible de réaliser des essais différés (fluage et relaxation) pour étudier le comportement à long terme.

Dans le cas de l'essai uniaxial la déformation axiale est contrôlée par l'extensomètre à griffe fixé sur l'éprouvette. Pour s'assurer d'une bonne mise en place de ce capteur, sans risque de glissement de ce dernier (ce qui est primordial pour le capteur contrôlant le mouvement), plusieurs cycles de chargement contrôlé en force sont exercé, comme le montre la figure 6bis.

<sup>7</sup> Le radoucissement est l'abaissement du seuil de plasticité (ou de la contrainte) accompagnant la production de déformations permanentes.

L'amplitude de la force est telle que les conditions de contraintes n'engendrent pas d'endommagement.

**Figure A1.6bis :** Application de cycles contrôlés en force en début d'essai uniaxial.  
Trois cycles sont appliqués entre -2 kN et -5 kN (entre -0,7MPa et -1,77MPa de contrainte axiale). On devine l'effet de ces cycles sur les détails des figures 13 et 14.



Déchargement hydrostatique

Cette troisième et dernière phase est mise en application depuis 1994 au laboratoire. Elle consiste à réduire la pression hydrostatique à la même vitesse que lors du chargement déviatorique, de façon à identifier, en fin d'essai les paramètres tels que le module de compressibilité hydrostatique  $K_h$  et la porosité de fissures. En pratique, cette phase n'est pas toujours atteinte, en raison de problèmes techniques divers, dus au chargement déviatorique appliqué et aux grandes déformations souvent atteintes.

Récapitulatif des vitesses de chargement des essais sous confinement

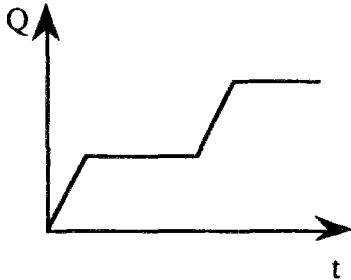
Les paramètres imposés pour tous les essais, tant en compression qu'en extension sont :  
en phase hydrostatique :  $\dot{\sigma}_{ax} = \dot{\sigma}_{rad} = \pm 7,1 \text{ MPa/h}$  ou  $\pm 28,4 \text{ MPa/h}$  selon le contrôleur GDS utilisé  
en phase déviatorique :  $\dot{\sigma}_{rad} = 0$  et  $\dot{\epsilon}_{ax} = \pm 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

1.2. Essais différés

Les essais de fluage sont effectués :

- sous confinement constant ;
- à force axiale contrôlée et constante ; on ne peut effet contrôler la contrainte car la section de l'éprouvette varie. Plusieurs paliers sont réalisés sur chaque essai ;
- en mesurant la déformation axiale et la variation de volume.

**Figure A1.7 :** Signal imposé lors d'un essai de fluage.



Les essais de relaxation sont réalisés :

- sous confinement constant ;
- à déplacement axial contrôlé et bloqué ; plusieurs paliers sont réalisés ;
- en mesurant la force axiale et la variation de volume.

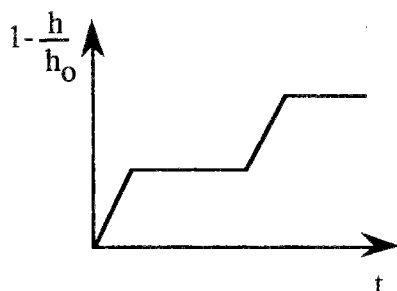


Figure A1.8 : Signal imposé lors d'un essai de relaxation.

## 2. Précision des mesures

Au cours d'un essai triaxial, on souhaite mesurer ou imposer les contraintes radiale et axiale, et les déformations radiale et axiale. Pour ce faire, on utilise différents capteurs, qui donnent des mesures de déplacement, de déformation, de volume, de force, voire de température.

Les caractéristiques fournies par les fabricants de capteur sont garanties dans toutes les conditions d'essai. Dans la pratique, les résultats sont plus fins, en particulier lorsque les non-linéarités sont prises en compte dans le traitement des données. Tous les capteurs utilisés sont monotones, ce qui signifie que les augmentations ou les diminutions sont liées à des phénomènes physiques (le plus souvent simplement géométriques) traduisant un comportement réel. L'erreur faite sur les mesures doit être calculée sur la base d'étalonnages réalisés pour les conditions de pression et de température identiques aux conditions d'essai. La précision est alors meilleure que celle garantie par les fabricants.

Les essais réalisés sur le sel gemme se sont échelonnés sur plusieurs années et les dispositifs de mesure ont évolué. C'est pourquoi plusieurs caractéristiques sont données, pour les différents points de mesure.

Les données de chaque voie de mesure sont en fait mesurées par une tension, comprise entre -10 V et 10 V. Par "pleine échelle", on entend la valeur de la grandeur mesurée correspondant à la tension maximale. Cette valeur maximale est modifiable avant chaque essai en fonction des besoins, et ce, pour chaque voie. Par exemple, si l'on estime que le déplacement au cours d'un essai n'excédera pas  $\pm 10$  mm, on impose 20 mm comme valeur de pleine échelle. Le facteur de conversion sera alors de 1 mm/V.

On détaillera particulièrement le calcul des variations de volume.

## 2.2. Définitions

On donne quelques définitions des propriétés des capteurs et appareils de mesure.

Le **mesurande**  $m$  est la grandeur physique objet de la mesure : température, déplacement, etc.... Un **capteur** est un dispositif soumis à l'action du mesurande qui donne un signal généralement électrique fonction du mesurande :  $s=f(m)$ . On s'efforce de réaliser un capteur dont la relation entre les variations  $\Delta s$  de la grandeur de sortie et celles de la grandeur à mesurer  $\Delta m$  soit linéaire :  $\Delta s = S \Delta m$ . La **sensibilité** du capteur est définie par  $S$  et plus précisément, la sensibilité du capteur pour une valeur  $m_n$  du mesurande s'écrit  $S_n = \Delta s_n / \Delta m_n$ .

L'écart entre la valeur mesurée et la valeur vraie vaut l'**erreur de mesure**. L'**erreur d'hystérésis** est la moitié de l'écart maximal des valeurs de la grandeur de sortie correspondant à une valeur du mesurande, selon que cette dernière est obtenue par valeurs croissantes ou décroissantes.

Il existe des **capteurs** dits **composites** où le mesurande primaire (effet physique à mesurer) est appliqué à un corps d'épreuve qui le transforme en un autre effet physique non électrique, le mesurande secondaire. Ce dernier est mesuré à l'aide d'un capteur adéquat. Par exemple, on citera le cas de la pression mesurée à l'aide d'une membrane dont la déformation est mesurée par une jauge de déformation.

Les **grandeurs d'influence** sont les grandeurs physiques autres que le mesurande, auxquelles est soumis le capteur et qui entraînent des effets parasites sur la valeur du signal délivré par le capteur. Des grandeurs d'influence classiques sont la température, la pression, la tension d'alimentation du capteur, les charges magnétiques, etc....

La **fidélité** est la qualité d'un appareil de mesure dont les erreurs accidentelles sont faibles. On la caractérise en général par l'écart type. On ne confondra pas la fidélité et la précision : il est possible d'obtenir des valeurs bien groupées (donc une bonne fidélité) mais éloignées de la valeur vraie du mesurande (erreurs systématiques importantes par exemple).

La **justesse** est la qualité d'un appareil de mesure dont les erreurs systématiques sont faibles. La valeur moyenne mesurée est proche de la valeur réelle.

La **précision** est la quantité qualifiant la capacité d'un appareil de mesure à donner des résultats individuels proches d'une valeur vraie. C'est en fait l'erreur de mesure calculée à partir des causes d'erreur accidentelles ou systématiques et qui donne l'intervalle autour de la valeur mesurée à l'intérieur duquel on est assuré de trouver la valeur vraie.

La **répétabilité** est la quantité fixant les limites à l'intérieur desquelles se trouvera systématiquement la valeur de sortie pour un mesurande identique et des conditions d'utilisation identiques.

Un capteur est linéaire dans un intervalle donné du mesurande si sa sensibilité  $y$  est indépendante du mesurande. La **linéarité** est donnée sous forme d'écart de linéarité, c'est à dire l'écart maximum entre la courbe d'étalonnage et la droite la plus probable, écart exprimé en pourcentage de la valeur maximale de la grandeur de sortie dans l'intervalle donné.

La **finesse** est la qualité d'un capteur qui influe peu sur la grandeur à mesurer. La finesse se caractérise par des grandeurs différentes selon les capteurs. Par exemple, pour un capteur de pression, il s'agit du volume mort et du volume de respiration; pour un capteur de force, de sa raideur.

La **linéarisation** est une correction des défauts de linéarité du capteur soit par un procédé électrique ou électronique, soit par un traitement numérique du signal obtenu permettant de se ramener à la courbe d'étalonnage. Dans ce dernier cas, les erreurs essentielles se ramènent aux erreurs d'étalonnage et aux erreurs dues aux grandeurs d'influence.

### 2.3. Déplacement et déformations linéaires

On détermine le déplacement axial selon deux types de mesure. Lors des essais sous confinement, la mesure est réalisée sur la variation de distance entre la partie supérieure du piston de la cellule et la base de la cellule, solidaire du bâti. Le capteur utilisé est soit une LVDT<sup>8</sup>, soit un extensomètre. Ce choix a été guidé par des problèmes d'encombrement dans la cellule, mais aussi parce que les jauges de déformation sont inadaptées à l'étude de la fissuration, car elles se décollent ou se rompent à la première fissure.

Capteur	Extensomètre à bras MTS 632-06F30 n°416	Collier extensométrique MTS632.92F-03 n°148	Extensomètre axial à griffes MTS 632.90F-02 n°128	LVDT RDP DCT1000A n°806
Course	± 12,5 mm	10,5 mm	base 50 mm course 7,5 mm	± 25 mm
Conditions d'emploi	- 100°C < T < 150°C	42 < Øéch < 106 mm T < 175°C p < 140 MPa encombrement Ø=140 mm	36 < Øéch < 70 mm T < 175°C p < 140 MPa encombrement Ø=140 mm	
Linéarité	0,25 %	< 0,4 %	< 0,3 %	0,27 %
Hystérésis		< 0,4 %	< 0,4 %	
Répétabilité		< 0,4 %	< 0,4 %	
Réponse <sup>9</sup>		3,3 mV/V P.E.	3,4 mV/V P.E.	200,97 mV/mm
Technologie	Pont de jauges et à renvoi à lames	Pont de jauges	Pont de jauges	Inductif
Usage concernant le sel gemme	Essais Uniaxial et Triaxial	Essai Uniaxial	Essai Uniaxial	Essais Uniaxial et Triaxial

**Figure A1.9 :** Tableau des caractéristiques des différents capteurs métriques utilisés (données des fabricants).

Au cours des essais uniaxiaux, l'encombrement des capteurs ne pose pas de difficultés, et on peut utiliser des capteurs extensométriques fixés sur l'éprouvette : un extensomètre axial et un collier extensométrique. Ce dernier permet la mesure de la circonférence de l'éprouvette.

<sup>8</sup> LVDT=Linearly Variable Displacement Transducer.

<sup>9</sup> La réponse est la tension du signal délivré par le capteur en fonction de la tension d'excitation pour une configuration de pleine échelle.

## 2.4. Volume

Il existe trois méthodes principales pour mesurer la variation de volume d'un échantillon en cours d'essai et en déduire la déformation volumique [SENSENY, 1987, par exemple].

La première, utilisée sur les métaux, composites, céramiques, etc... consiste à coller des **jauges de déformation** à même l'échantillon. Cette méthode a ses limites : d'une part, la déformation correspond à celle de l'éprouvette le long de la jauge, et n'est peut être pas représentative de la déformation de l'échantillon, surtout si le grain de l'éprouvette est grand en comparaison avec la longueur de la jauge; d'autre part, lorsque la jauge se décolle ou se rompt, du fait de l'endommagement du matériau, la mesure n'a plus de sens.

La seconde s'appuie sur la mesure de la déformation axiale et de la déformation circonférentielle, à l'aide de capteurs fixés sur l'échantillon. Nous avons également retenu cette méthode, mais uniquement dans le cas des essais uniaxiaux, bien que cette méthode puisse être utilisée en chargement triaxial dans une cellule adaptée. Elle permet de déterminer la variation de volume central de l'échantillon.

La troisième, celle que nous avons adoptée pour les essais triaxiaux, réside dans la mesure de la **variation du volume de fluide de confinement** contenu dans la cellule. Cette méthode a déjà été utilisée par le passé sur diverses roches [Crouch, 1970; Wawersik, 1975] et sur du sel gemme [Senseny et al., 1983]. Elle est sensible aux variations de température d'autant plus que le volume d'huile utilisé est important. Néanmoins, elle permet d'accéder à la connaissance du volume lorsque les déformations atteintes sont importantes.

### 2.2.1. Variations de volume central

Le volume central est le volume de l'échantillon sur lequel s'appliquent les mesures extensométriques effectuées à même l'échantillon (cela ne concerne pour nos expériences, que l'essai uniaxial).

Nous faisons l'hypothèse que le volume central initial est un cylindre de diamètre égal à celui de l'éprouvette et de hauteur égale à la base de la mesure de déformation axiale. Pour un diamètre de 60 mm et une base de 50 mm, le volume central initial est  $V_{co} = 141372 \text{ mm}^3$ .

On suppose (cf.§5) que le volume conserve une forme cylindrique. La variation de hauteur se déduit de la mesure de la déformation donnée par l'extensomètre axial à griffes, tandis que la déformation radiale est déduite de la mesure de la déformation circonférentielle.

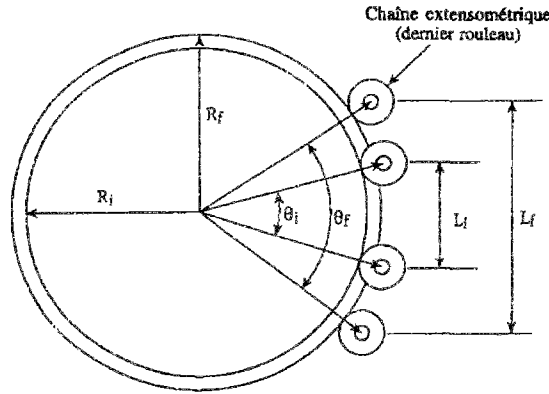
La mesure de la variation de circonférence n'est pas directe. Elle est réalisée selon une corde passant par les deux extrémités (disjointes) de la chaînette enlaçant l'éprouvette (figureA1.10). Or, au cours d'un essai, non seulement la corde varie, mais aussi le rayon. La résolution du

problème géométrique ne peut donner de solution analytique exacte. On utilise une formule approximative déduite du problème géométrique dans lequel on néglige la variation de rayon devant le rayon. Le fournisseur garantit une précision de 1% pour une déformation circonférentielle inférieure à 3%. On utilise donc la formule :

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{\pi \Delta L}{\sin \left( \frac{\theta_i}{2} \right) + \left( \pi - \frac{\theta_i}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta_i}{2} \right)} \quad (\text{A1.3})$$

$$\text{avec } \frac{\theta_i}{2} = \arcsin \left[ \frac{L_i}{2 (R_i + r)} \right] \quad (\text{A1.4})$$

$\Delta L$  = mesure brute [mm] de la variation de la longueur de la corde =  $L_f - L_i$



**Figure A1.10 :** Schéma de la chaînette et paramètres intervenant dans le calcul de la déformation circonférentielle (d'après documents MTS).

$L_i$  = longueur initiale de la corde [mm]

$R_i$  = rayon initial de l'éprouvette = 30 mm

$\theta_i$  = angle ouvert sur la corde initiale

$r$  = rayon du rouleau = 3,048 mm

$L_f$  = longueur finale de la corde [mm]

$R_f$  = rayon initial de l'éprouvette

$\theta_f$  = angle ouvert sur la corde finale

La variation de section est :

$$\Delta S = S - S_0 = \pi r_0^2 \left( \left( \frac{\Delta \mathcal{E}}{2 \pi} \right)^2 - 1 \right) \quad (\text{A1.5})$$

On obtient également le rayon :

$$\rho = \frac{r}{r_0} = 1 + \frac{\Delta \mathcal{E}}{2 \pi r_0} \quad (\text{A1.6})$$

La déformation volumique s'écrit :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \rho^2 \delta \quad (\text{A1.7})$$

On ne peut dire si la déformation volumique déduite de ces mesures est exactement la même que celle déduite des mesures du volume total, car aucune mesure simultanée n'a pu être réalisée jusqu'à présent, faute d'une cellule triaxiale adaptée à l'encombrement des extensomètres (cette cellule est en cours de réalisation).

### 2.2.2. Variations de volume total

Nous la détaillons ci-dessous, les éléments de la mesure de variation de volume total, après avoir présenté les caractéristiques de l'huile de confinement et celle des appareils de mesure du volume utilisés.

#### Huile de confinement

On a utilisé deux types d'huile de confinement, dont les caractéristiques sont résumées sur le tableau de la figure A1.11. Jusqu'en 1993, il s'agissait de l'huile Rhodorsil 47V50 distribuée par "Isolants Ile-de-France", et à partir de 1994, de l'huile EOLAN SPO 46, distribuée par "Fina". On remarquera en particulier la valeur du coefficient de dilatation volumique, supérieur d'un ordre de grandeur à celui du sel gemme. Le changement d'huile a concerné l'ensemble des essais de laboratoire, en raison de désagréments observés sur des essais à chaud, provoqués par la migration de l'huile Rhodorsil (au silicone) à travers des jaquettes en sylastène.

Nom	Rhodorsil 47V50	Eolan SPO 46
Composition	diméthylpolysiloxanique à chaîne linéaire (huile synthétique)	(huile synthétique)
Masse volumique [kg/m <sup>3</sup> ]	à 25 °C : 0,960	à 20°C : 0,85
Viscosité [mm <sup>2</sup> /s]	à 25 °C : 50	à 40°C : 42 à 100°C : 7,1
Indice de viscosité		130
Point éclair (VO) [°C]	280	230
Point d'écoulement limite		< - 40 °C
Point de congélation	-55 °C	
Coefficient de dilatation volumique [K <sup>-1</sup> ]	entre 25 & 100°C : 1,05 10 <sup>-3</sup>	
Chaleur spécifique [J/kg/K]	entre 40 et 200°C : 1460	
Conductivité thermique [W/m/K]	0,16	

Figure A1.11 : Tableau des caractéristiques des huiles utilisées (données fournisseurs).

#### Contrôleurs de pression-volume GDS

L'appareil de base de la mesure du volume est un contrôleur numérique de pression-volume de marque GDS fabriqués en Grande-Bretagne, dont les caractéristiques sont données dans le tableau de la figure A1.12.

Cet appareil se constitue d'un cylindre, à l'intérieur duquel se déplace un piston dont le mouvement est contrôlé par un moteur pas à pas. Le mouvement du piston permet de contrôler ou de mesurer la pression et le volume de fluide contenu dans le cylindre, le tout étant connecté à un circuit hydraulique extérieur, en l'occurrence à la cellule d'essai. Les figures A1.13 et A1.14 donnent l'évolution des réponses des capteurs lors de la mise en pression du montage utilisé en



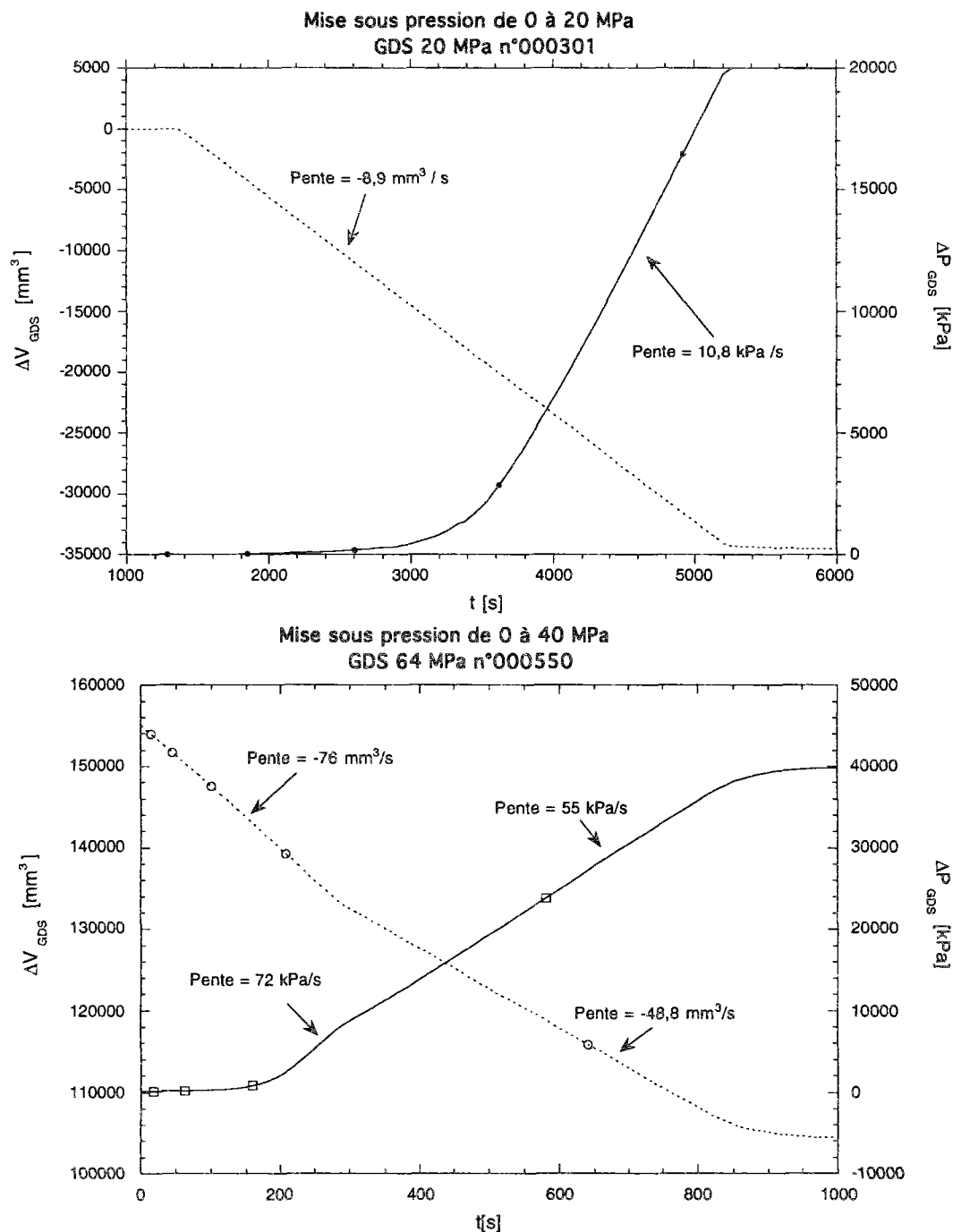
condition d'essai. Une cale en acier, de même volume que les éprouvettes, est placée dans la cellule, remplie d'huile et connectée au contrôleur de pression-volume.

Appareil		GDS 20 MPa n°000031	GDS 64 MPa n°000550
Pression	Limite	20 MPa	64 MPa
	Vitesse max. théorique	240 kPa/s	240 kPa/s
	Vitesse max. mesurée en connexion avec la cellule	10,8 kPa/s	55 kPa/s
	Linéarité	0,1% de la pleine échelle + 0,05% de la valeur mesurée	0,1% de la pleine échelle + 0,05% de la valeur mesurée
	Hystérésis	0,1% de la pleine échelle + 0,05% de la valeur mesurée	0,1% de la pleine échelle + 0,05% de la valeur mesurée
	Résolution <sup>10</sup> (fabricant) mesurée en montage	(1 kPa) 8,7 kPa	(1 kPa) 16 kPa
	Précision	0,25% de la pleine échelle	0,25% de la pleine échelle
	Dérive thermique	0,025 % / °C	0,03 % / °C
	Capteur interne		MAYWOOD Instr P-102 n°54961, 10 000 Psig
Volume	Technologie	1 incrément du moteur pas à pas = 1 mm <sup>3</sup>	
	Capacité maximale du corps de cylindre		
	Débit maximum théorique	50 mm <sup>3</sup> / s	100 mm <sup>3</sup> / s si p ≤ 20 MPa 50 mm <sup>3</sup> / s si p ≥ 20 MPa
	Débit max. mesuré en connexion avec la cellule	8,9 mm <sup>3</sup> /s	76 mm <sup>3</sup> / s si p ≤ 8 MPa 48,8 mm <sup>3</sup> / s si p ≥ 8 MPa
	Précision	0,25% de la valeur mesurée	0,25% de la valeur mesurée
	Résolution	1 mm <sup>3</sup>	1 mm <sup>3</sup>
	Dérive thermique	0,02 %/°C	0,02 %/°C
	Dérive en pression	0,2 % / MPa	0,2 % / MPa
	Compressibilité mesurée lors de la mise sous confinement de la cellule	700 mm <sup>3</sup> / MPa	900 mm <sup>3</sup> / MPa
Électronique		Intégrée	Intégrée

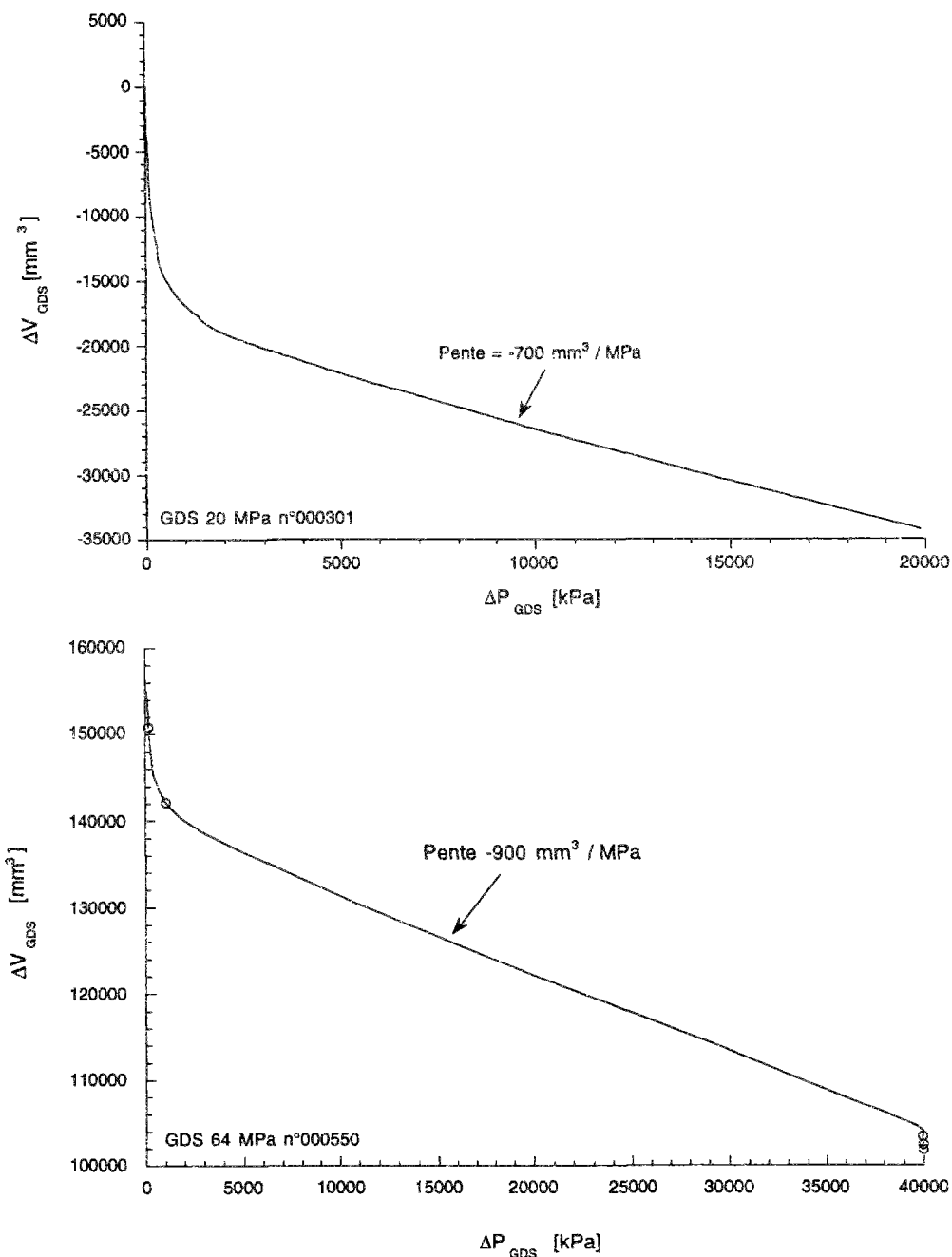
**Figure A1.12 :** Tableau des caractéristiques des contrôleurs de pression-volume utilisés.

Les valeurs de dérive indiquées par le constructeur correspondent à l'usage d'eau comme fluide de confinement. Les valeurs concernant la compressibilité regroupent plusieurs phénomènes non différenciés : compressibilité des joints, de l'huile et des parties métalliques.

<sup>10</sup> La résolution correspond à l'écart le plus faible identifiable entre deux mesures.



**Figure A1.13 :** Mise sous pression des contrôleurs GDS 20MPa et 64MPa.  
Une cale en acier avait été placée dans la cellule, de façon à prendre en compte le même volume d'huile. Le coude observé lors de la mise en pression est sans doute dû à un changement de régulation de l'appareil vers 8 MPa environ.



**Figure A1.14 :** Évolution du volume d'huile en fonction de la pression des contrôleurs GDS.

Le montage comprend le GDS et la cellule dans laquelle un échantillon en acier avait été placé. Ces courbes donnent la réponse en volume à une mise sous pression de la cellule par le GDS, de 0 à 20 MPa en haut sur le GDS 20 MPa, et de 0 à 40 MPa sur le GDS 64 MPa en bas. On constate que la réponse devient linéaire à partir de 2 MPa environ.

### Principe de la mesure de la variation de volume total de l'échantillon

On mesure la variation du volume d'huile contenu dans la cellule par un contrôleur de pression volume. Le volume d'huile expulsé ou introduit dans la cellule ne donne pas directement la variation du volume de l'échantillon. En effet, il faut tenir compte du mouvement du piston qui en enfonçant l'échantillon, provoque une expulsion d'huile en dehors de la cellule. Il est donc nécessaire d'effectuer une correction sur la variation de volume. On a :

$$\text{Volume de la cellule} = \text{Volume de l'échantillon} + \text{Volume du piston} + \text{Volume de l'huile} + \text{autres volumes constants.}$$

En terme de variation, il reste en conditions isothermes et isobares :

$$0 = \Delta V_{\text{échantillon}} + \Delta V_{\text{piston}} + \Delta V_{\text{huile}} \quad (\text{A1.8})$$

Avec le GDS, on mesure  $\Delta V_{\text{GDS}} = - \Delta V_{\text{huile}}$  compté positivement lors d'une expulsion d'huile de la cellule. La variation de volume due au mouvement du piston vaut :

$$\Delta V_{\text{piston}} = - (\text{section du piston}) \times \Delta h. \quad (\text{A1.9})$$

avec  $\Delta h \leq 0$  si le piston s'enfonce dans la cellule

On en déduit alors la variation de volume de l'échantillon :

$$\Delta V_{\text{échantillon}} = \Delta V_{\text{GDS}} + (\text{section du piston}) \times \Delta h \quad (\text{A1.10})$$

La précision sur la mesure de la variation de volume de l'échantillon, dépendra directement :

- d'un paramètre géométrique : la section du piston;
- de la résolution du capteur de déplacement;
- de la mesure du volume par le contrôleur.

D'autres paramètres viennent perturber la précision, à savoir :

- des fuites intempestives sur les joints, les raccords, etc....
- la déformabilité des joints, en particulier lors de cycles;
- les variations de température;
- la stabilité de la pression du contrôleur.

#### Diamètre du piston

Le diamètre du piston a été mesuré avec un micromètre assurant une **précision** d'environ **5  $\mu\text{m}$** . La mesure a été réalisée le 14 février 1994, après sa dernière rectification, sur la zone du piston pénétrant dans la cellule au cours de l'essai : sur une hauteur comprise entre 50 et 150 mm à partir de l'extrémité supérieure du piston (partie conique). Une erreur de cet ordre sur une hauteur de 10mm provoque une **erreur** sur le volume d'environ **8  $\text{mm}^3$** .

Diamètre du piston :  $\varnothing = 50,70 \pm 0,005 \text{ mm} \Rightarrow \text{Section } S_p = 2018,85 \pm 0,38 \text{ mm}^2$ .

### Résolution du capteur de déplacement

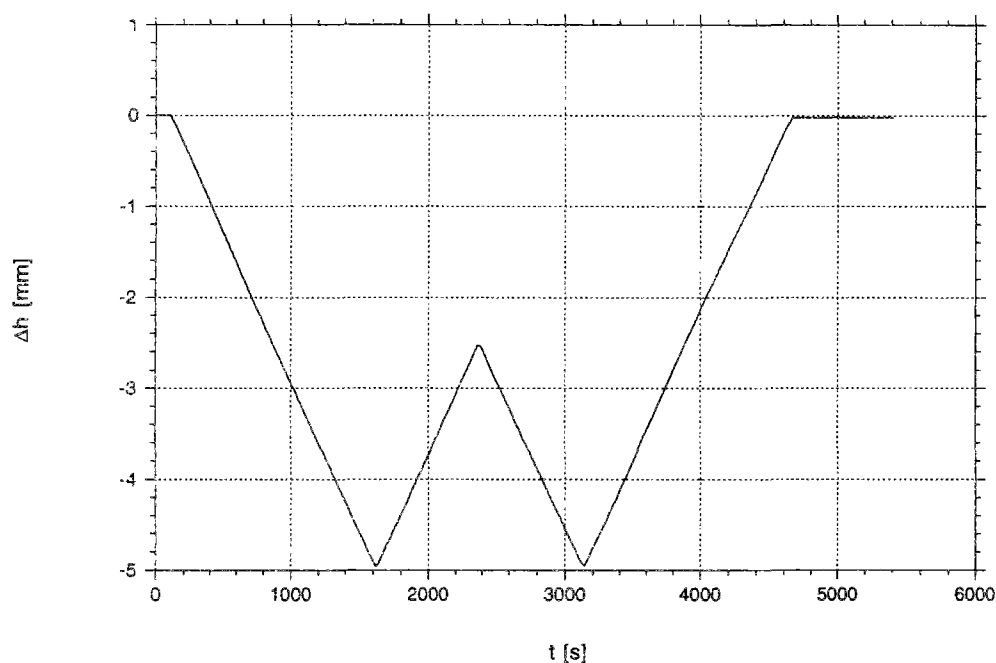
La résolution du capteur de déplacement est quasi infinie. La résolution de la mesure du déplacement est déterminée par le convertisseur analogique-digital et par la valeur de la pleine échelle utilisée. Pour une pleine échelle de  $10\text{mm}=10\text{V}$ , on a une résolution de  $10/2^{12} = 2,44\text{ }\mu\text{m}$ , avec un codage de 12 bits, et de  $10/2^{16} = 0,15\text{ }\mu\text{m}$  avec un codage de 16 bits.

De telles résolutions sur la mesure du déplacement axial induisent des résolutions sur le volume d'huile déplacé par le piston de respectivement  $4,9\text{ mm}^3$  et  $0,3\text{ mm}^3$ .

### Mesure du volume sur le contrôleur

Afin de tester la mesure du volume, des essais à vide ont été réalisés en utilisant le dispositif dans son entier, maintenu sous une pression constante. De la sorte, le mouvement du piston, que l'on impose cyclique, provoque des mouvements d'huile dont le volume doit correspondre exactement au volume déplacé par le piston. On a réalisé plusieurs tests :

- deux tests sur le GDS 20 MPa n°000031 pour des pressions de 2 MPa et 20 MPa;
- un test sur le GDS 64 MPa n°000550 pour une pression de 30 MPa.



**Figure A1.15** : Signal cyclique type de déplacement du piston imposé pour le test sur la mesure de volume des contrôleurs de pression-volume GDS.

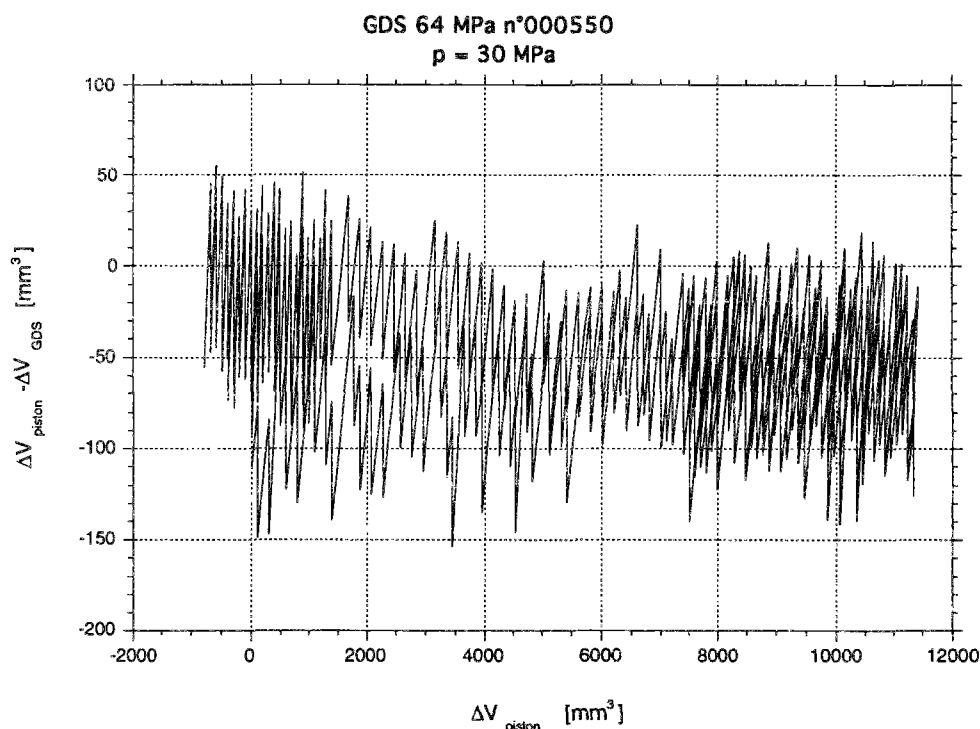
Le type de mouvement imposé au piston est donné par la figure A1.15. Cette procédure d'essai teste la presse dans les conditions de stabilité les plus défavorables. En effet, cette dernière est conçue pour fournir des efforts suffisamment stabilisés, exercés sur un corps rigide. Or l'huile, même sous pression, n'est pas rigide, ce qui nécessite, pour contrôler le déplacement requis, une régulation particulièrement affinée. Les résultats indiqués donnent donc un majorant

de l'erreur mécanique réalisable sur les mesures de volume en cours d'essai sur un échantillon de roche, avec le dispositif utilisé.

Les résultats diffèrent selon les appareils. On représente sur les figures suivantes la différence entre le volume d'huile mesuré et le volume d'huile déplacé en fonction du volume d'huile déplacé. On constate plusieurs phénomènes.

D'une part, la mesure est noyée dans un **bruit** de  $\pm 10 \text{ mm}^3$  (qui peut être dû à la régulation de la presse) pour le GDS 20 MPa, et de  $\pm 50 \text{ mm}^3$  pour le GDS 64 MPa. Ce bruit donne la limite de la précision de la mesure due à la technologie de l'appareillage mécanique et de son asservissement électronique. Il ne contredit en rien la résolution de la mesure annoncée à  $1 \text{ mm}^3$ .

D'autre part, la variable indiquée en ordonnée devrait être de pente nulle, et ce n'est pas le cas. Il y a donc ici une erreur, semble-t-il proportionnelle au déplacement du piston, à corriger sur chacun des appareils. Néanmoins, cette correction donne un coefficient très proche de l'unité (à quelques millièmes près), sur lequel l'influence de la température n'a pas été identifiée. Aussi ne prendrons-nous pas en compte de correction "mécanique" sur la mesure du volume donnée par le GDS.



**Figure A1.16 :** Réponse du contrôleur de pression-volume 64 MPa à un signal cyclique type. Cette courbe est noyée dans son propre bruit. Les notions de volume de respiration et de volume de réponse du GDS ne sont pas clairement visibles. Le bruit est ici de l'ordre de  $\pm 50 \text{ mm}^3$ .

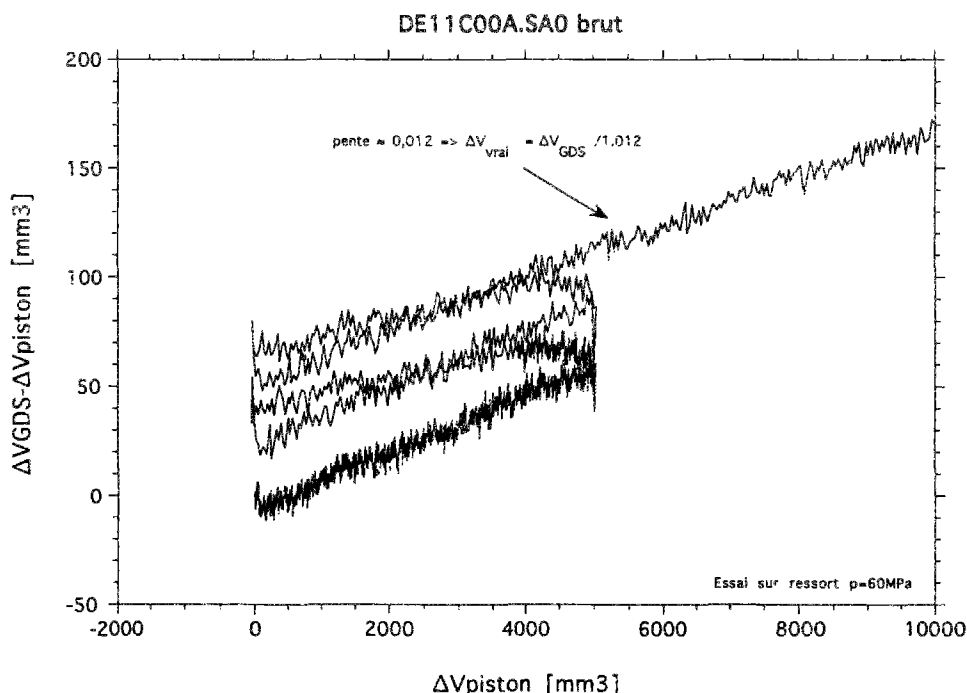
Enfin, à chaque changement de sens du piston, on constate sur les courbes concernant le GDS 20 MPa, un **saut en forme de pic** de  $30 \text{ mm}^3$  environ correspondant sans doute à la réponse du contrôleur lors du changement de sens, suivi d'un changement de pente important sur

une variation de  $130 \text{ mm}^3$  environ à 2 MPa de confinement et de  $60 \text{ mm}^3$  environ à 20 MPa. Cette dernière variation correspond probablement au "**volume de respiration**" des joints lié à la déformabilité de ces derniers lors d'un changement de sens. Le volume de respiration diminue lorsque la pression augmente (figure A1.17).

En utilisation unidirectionnelle (c'est à dire dans le même sens), la déformation des joints est acquise lors de la mise en route mais n'évolue sans doute plus ensuite.

Sur le GDS 64 MPa, les notions de volume de respiration et de réponse sous forme de pic du contrôleur sont noyées dans le bruit du signal, tout au moins à la pression de 30 MPa, pression de service parmi les plus basses pour cet appareil (figure A1.16).

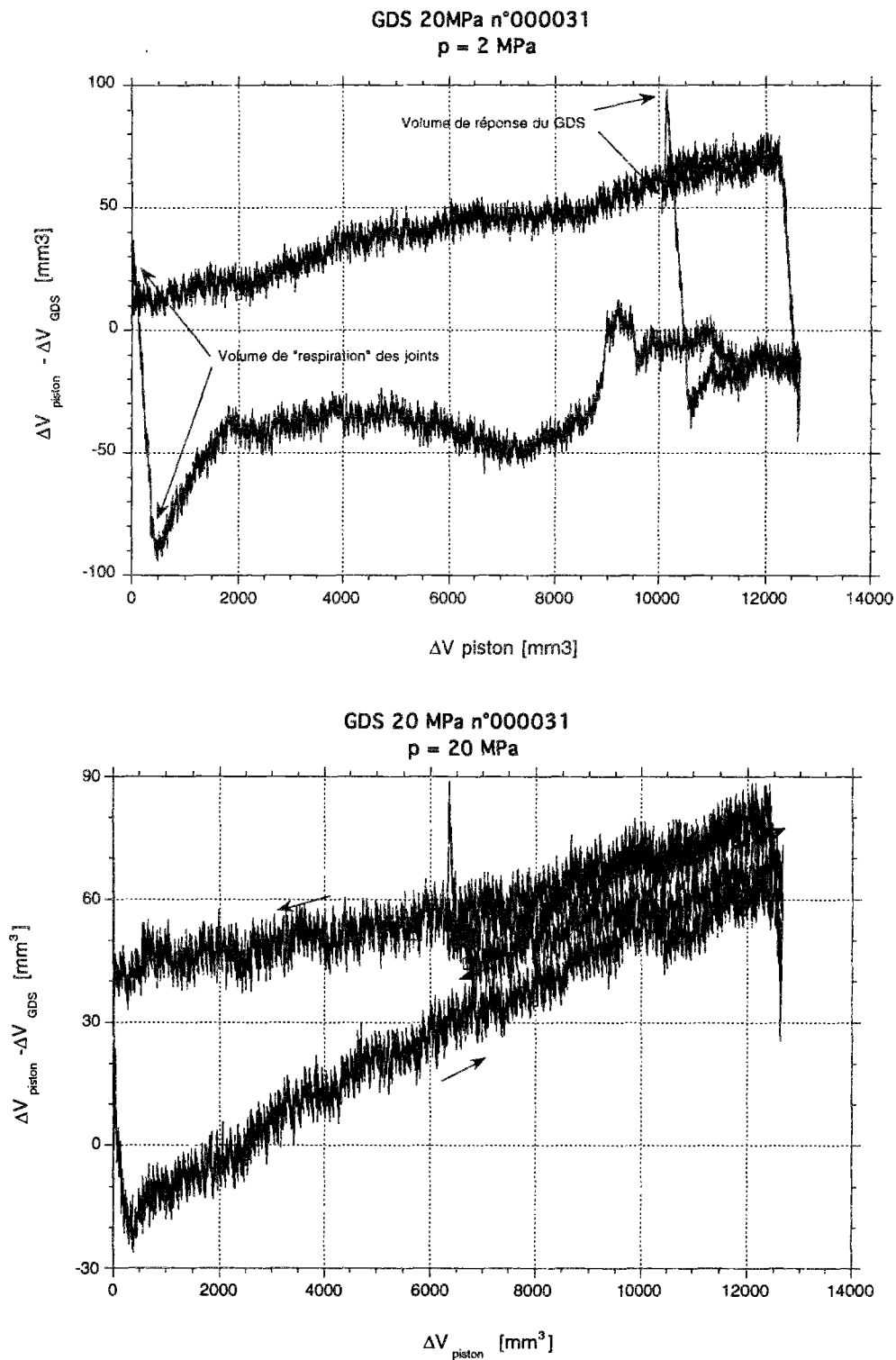
En effectuant le même test, mais en plaçant un ressort de rigidité 274 kN/m dans la cellule, on obtient le résultat présenté sur la figure A1.16bis. On constate que le bruit est notablement réduit ( $\pm 8 \text{ mm}^3$ ). Cela est sans doute le résultat d'une régulation de la presse mieux adaptée au chargement sur un solide que sur un fluide. Le bruit constaté est sans doute davantage causé par les oscillations du piston que par celles du contrôleur GDS.



**Figure A1.16bis :** Réponse du contrôleur de pression-volume 64 MPa à un signal cyclique appliqué sur un ressort. Le bruit est ici réduit à  $\pm 8 \text{ mm}^3$ .

On constate sur la figure A1.16bis une dilatance apparente du ressort en acier. Il y a en effet au cours du test apparemment davantage d'huile entrant dans le GDS que d'huile expulsée par le piston de la cellule. Or, dans le cas d'un ressort en acier à spires non jointives au contact direct de l'huile de confinement, il n'y a pas de variation de volume de l'acier. L'erreur commise sur la mesure du volume d'huile avec le GDS semble être d'environ 1,2%, auxquels il faut ajouter

environ 30mm<sup>3</sup> par cycle dus à l'irréversibilité de l'ensemble du dispositif. Nous verrons plus loin qu'une partie de cet écart peut être attribué aux variations de température.



**Figure A1.17 :** Réponse du contrôleur de pression-volume 20 MPa à un signal cyclique type. Les deux courbes concernent le même appareil connecté à la cellule dans laquelle un échantillon en acier avait été mis en place. En haut la pression est de 2 MPa, tandis qu'elle est de 20 MPa en bas. On constate que le volume de respiration des joints se réduit notablement avec le décuplement de la pression, ce qui signifie une meilleure précision pour la mesure sous fort confinement.



### Remarques sur les vitesses de déformations réalisables

N'importe qu'elle vitesse de chargement ne peut pas être appliquée au cours d'un essai triaxial, en raison notamment de la réponse des contrôleurs de pression-volume. On a vu (figure A1.12) que la vitesse de mesure du volume du GDS était bornée :

$$-\dot{V}_{lim} \leq \Delta \dot{V}_{GDS} \leq +\dot{V}_{lim} \quad (A1.11)$$

d'où l'encadrement de la variation de volume de l'échantillon :

$$-\dot{V}_{lim} + S_p \Delta \dot{h} \leq \Delta \dot{V}_{ech} \leq +\dot{V}_{lim} + S_p \Delta \dot{h} \quad (A1.12)$$

et finalement, en terme de vitesse de déformation volumique de l'échantillon :

$$-\frac{\dot{V}_{lim}}{V_o} + \frac{S_p}{S_o} \frac{\Delta \dot{h}}{h_o} \leq \frac{\Delta \dot{V}_{ech}}{V_o} \leq \frac{\dot{V}_{lim}}{V_o} + \frac{S_p}{S_o} \frac{\Delta \dot{h}}{h_o} \quad (A1.13)$$

ou, en utilisant les notations concernant les dimensions de l'éprouvette  $\delta$  et  $J$  :

$$-\frac{\dot{V}_{lim}}{V_o} + \frac{S_p}{S_o} (\dot{\delta} - 1) \leq J - 1 \leq \frac{\dot{V}_{lim}}{V_o} + \frac{S_p}{S_o} (\dot{\delta} - 1) \quad (A1.13bis)$$

Par exemple, on ne pourra pas mesurer de dilatance en compression si

$$\dot{V}_{lim} \leq -S_p \Delta \dot{h} \quad (A1.14)$$

Compte tenu des valeurs indiquées dans le tableau de la figure A1.12, on déterminera les vitesses limites de déplacement du piston :

$$\Delta \dot{h} = -0,26 \text{ mm/mn pour le montage avec le GDS 20 MPa}$$

$$\Delta \dot{h} = -1,45 \text{ mm/mn pour le montage avec le GDS 64 MPa.}$$

Concernant l'acquisition des données, il est inutile d'acquérir avec une fréquence trop élevée. La limite est fixée par le temps nécessaire pour faire évoluer un paramètre de l'amplitude d'un incrément équivalent à sa résolution :

$$\Delta t_{mini} = (\text{vitesse d'évolution d'un paramètre}) \times (\text{résolution}) \quad (A1.15)$$

### Influence de la température sur la variation de volume

Une modification de la température dans la cellule peut provoquer des variations de volumes parasites tant en raison d'une dilatation thermique de l'échantillon que d'une dilatation de l'huile. Soit  $\alpha_{\text{éch}}^v$  le coefficient de dilatation thermique volumique de l'échantillon et  $\alpha_h^v$  celui de l'huile.

Une variation de température  $\Delta T$  induira des variations de volume d'origine thermique :

$$\begin{aligned}\Delta V_{\text{éch}}^{\text{th}} &= V_{\text{éch}} \alpha_{\text{éch}}^v \Delta T && \text{sur l'échantillon} \\ \Delta V_h^{\text{th}} &= V_h \alpha_h^v \Delta T && \text{sur l'huile de confinement}\end{aligned}\quad (\text{A1.16})$$

La détermination de la variation de volume de l'échantillon d'origine mécanique pourra se déduire de la mesure brute en décomposant la variation de volume totale en variations de volume d'origine mécanique et thermique. En utilisant la formule (A1.8), on déduit :

$$\Delta V_{\text{éch}}^{\text{meca}} = \Delta V_{\text{GDS}} - \Delta V_{\text{piston}} - (V_{\text{éch}} \alpha_{\text{éch}}^v + V_h \alpha_h^v) \Delta T \quad (\text{A1.17})$$

Le dernier terme du membre de droite est la correction à apporter aux mesures pour s'affranchir des variations de température, si elles existent.

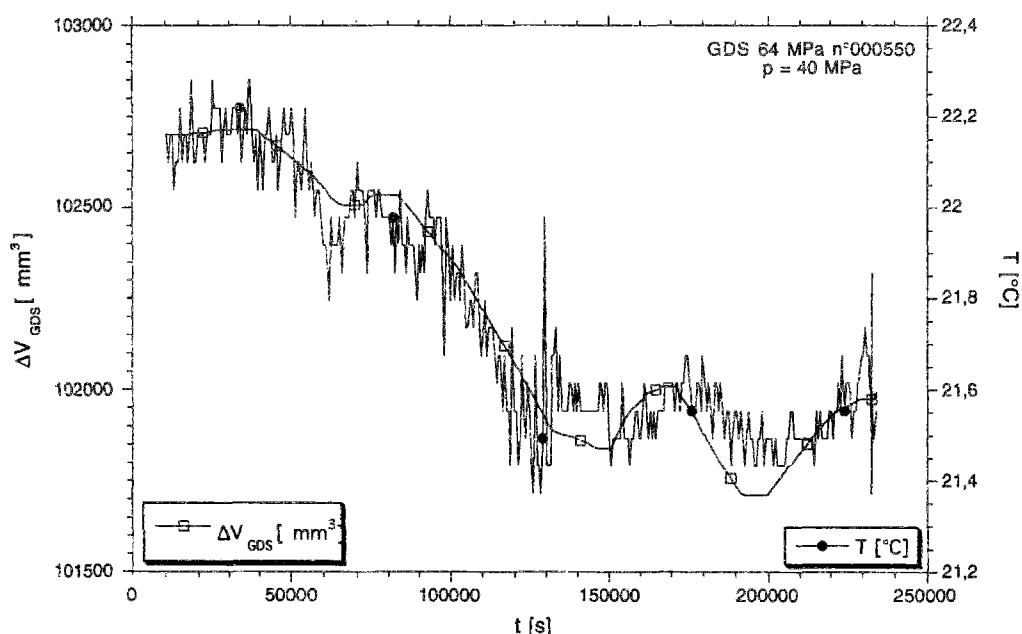
En prenant une valeur typique du coefficient de dilatation thermique volumique de l'huile  $\alpha_h^v = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , ce qui est une valeur ordinaire pour une huile, et un échantillon de sel gemme de dilatation  $\alpha_{\text{éch}}^v = 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ,  $V_{\text{éch}} = 339 \text{ cm}^3$ ,  $V_h = 1500 \text{ cm}^3$ , un degré d'augmentation de température entraînera une variation de volume d'origine thermique de  $+ 1,53 \text{ cm}^3$ , soit environ 0,45% du volume initial de l'échantillon.

En comparaison, l'erreur maximale sur la mesure de volume par le GDS en condition isotherme est assurément inférieure à  $200 \text{ mm}^3$  (figure A1.16), ce qui représente 0,059% du volume total de l'échantillon. En fait, l'erreur mécanique est sans doute plus faible (figure A1.16bis), peut être de l'ordre de  $20 \text{ mm}^3$ , soit 0,0059% mais il paraît difficile d'espérer une meilleure précision.

L'influence de la température sur la variation de volume a été mesurée, en plaçant un thermocouple à l'intérieur de la cellule, près du talon, au contact direct de l'huile (figure A1.18). On note une nette corrélation entre les deux signaux. La régression linéaire du volume mesuré au GDS 64MPa en fonction de la température donne une pente de  $1050 \text{ mm}^3/\text{°C}$ , avec un coefficient de corrélation de 0,96. On retrouve expérimentalement le même ordre de grandeur que la valeur déduite du calcul ci-dessus.

On gardera en mémoire que l'élévation de  $1^{\circ}\text{C}$  de la température provoque une variation de volume parasite d'environ  $1\text{cm}^3$  à  $1,5\text{cm}^3$ . Il est donc nécessaire d'éviter les variations thermiques au cours des essais pendant lesquels le volume est mesuré à l'aide d'un contrôleur de pression-volume. Pour ce faire, le chargement déviatorique n'est mis en œuvre qu'après une nuit de mise sous confinement, de façon à homogénéiser la température à l'intérieur de la cellule et du corps du GDS. D'autre part, un "isolant" est placé entre le piston de la presse, chauffé par l'huile du vérin hydraulique, et le piston de la cellule : pour les essais sur le sel, on utilise une rondelle de granite de 2 cm d'épaisseur. Enfin, le corps du GDS est isolé par une protection en polystyrène qui réduit les échanges thermiques avec l'air ambiant.

Une autre façon de réduire la dilatation thermique est de réduire le volume d'huile, soit en minimisant le volume contenu dans le corps du contrôleur de pression-volume, soit en remplaçant une partie du fluide dilatant par un autre corps au coefficient de dilatation plus faible. Ainsi, pour les essais d'extension, a-t-on prévu d'enfiler autour de l'éprouvette un cylindre en aluminium 4G (de coefficient de dilatation volumique  $26 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ), permettant une économie d'un demi-litre d'huile.



**Figure A1.18 :** Évolution de la variation de volume et de la température avec le temps.

La température est mesurée par un thermocouple situé à l'intérieur de la cellule. Malgré le chaotique signal en température, on note sur une durée d'un peu moins de trois jours, une nette corrélation entre les deux courbes.

La régression linéaire du volume en fonction de la température dont une pente de  $1050 \text{ mm}^3 / ^{\circ}\text{C}$ .

## Erreur sur la variation de volume

### Principes du calcul d'erreur

Le calcul d'erreur, au sens général de l'erreur de mesure, est basé sur le calcul différentiel, dont les formules sont inspirées. Ainsi, la différentielle d'une grandeur A est notée dA et son erreur sera  $\delta A$ .

La différentielle d'une somme de grandeurs s'écrit :  $d(A+B) = dA + dB$ . L'erreur absolue sera :

$$\delta(A+B) = \delta A + \delta B \quad (A1.18)$$

et l'erreur relative :

$$\frac{\delta(A+B)}{A+B} = \frac{\delta A}{A+B} + \frac{\delta B}{A+B} \quad (A1.19)$$

Concernant un produit de grandeurs, on obtient :

$$d(AB) = B dA + A dB \Rightarrow \frac{d(AB)}{AB} = \frac{dA}{A} + \frac{dB}{B}$$

d'où l'erreur relative :

$$\frac{\delta(AB)}{AB} = \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B} \quad (A1.20)$$

### Erreur d'usinage sur le volume initial

Le volume initial d'une éprouvette est connu aux erreurs d'usinage près. Il s'exprime par :

$$V_0 = \frac{\pi}{4} h_0 d_0^2 \quad (A1.21)$$

En faisant un calcul de dérivée logarithmique, on obtient :

$$\frac{\delta V_0}{V_0} = \frac{\delta h_0}{h_0} + \frac{2 \delta d_0}{d_0} \quad (A1.22)$$

où  $\delta V_0$ ,  $\delta h_0$  et  $\delta d_0$  sont les erreurs absolues sur le volume, la hauteur et le diamètre.

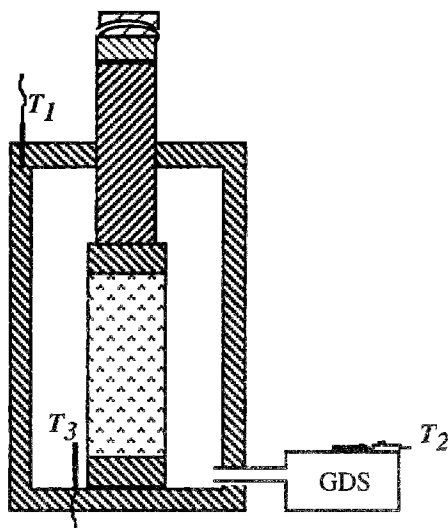
Si l'erreur d'usinage est la même sur le diamètre et sur la hauteur, par exemple 0,02 mm, on trouve, pour une hauteur de 120mm et un diamètre de 60mm une **erreur sur le volume** de :

$$\frac{\delta V_0}{V_0} = 0,082 \% \quad \text{ou} \quad \delta V_0 = 282 \text{ mm}^3 \quad (A1.23)$$

## 2.5. Température

Depuis le début de 1994, la température est mesurée en cours d'essais rapides par des thermocouples<sup>11</sup> de type K en alumel-chromel<sup>12</sup> positionné selon le schéma de la figure A1.19.

Un point de jonction est placé dans le milieu où la température doit être mesurée, l'autre dans une référence dont la température doit demeurer constante, dénommé "soudure froide". La sensibilité thermique est de  $40\mu\text{V}/^\circ\text{C}$  dans la gamme de température qui nous intéresse.



**Figure A1.19 :** Position des thermocouples.  
Un thermocouple est placé dans le corps de la cellule en haut, (depuis février 1994) un second sur le cylindre du contrôleur de pression GDS (depuis février 1994), et un troisième à l'intérieur de la cellule, dans l'huile près du talon inférieur (depuis 1993).

La compensation de soudure froide est constituée d'un dispositif électronique engendrant une force électromotrice en opposition à celle délivrée par le thermocouple et correspondant à la température ambiante à laquelle se trouvent les jonctions de référence. L'amplificateur délivrant à partir de la f.e.m. du thermocouple la tension comprise entre 0 et 10V, correspondant à l'échelle d'entrée de la centrale d'acquisition, a une très faible dérive dans le temps et en fonction de la température ambiante. Son impédance d'entrée élevée permet de réduire à une valeur très faible le courant circulant dans les fils du thermocouple et de rendre négligeables les erreurs dues à la résistance de ces fils.

Cependant la précision et la dispersion des références électroniques (qui ont par ailleurs une bonne stabilité dans le temps) nécessitent un étalonnage relatif de la chaîne complète de mesure de chaque thermocouple.

<sup>11</sup> Le capteur est constitué de deux paires de fils métalliques de matière différente. Dans une paire, une extrémité de chacun des fils est reliée avec l'autre fil en un point dit de jonction (il y a ainsi deux jonctions). Les fils d'un même matériau des deux paires sont reliés entre eux, tandis que les extrémités des fils de l'autre matériau sont placés chacun aux bornes d'un voltmètre. Une différence de température entre les deux jonctions fait apparaître une tension dans le circuit. Ce procédé utilise l'effet thermoélectrique découvert en 1821 par Seebeck. Pour plus de précisions, on se reportera à NIETO et PAUL [1975].

<sup>12</sup> Chromel = alliage : Ni 90%, Cr 10% plus 9 autres constituants en faible quantité.

Alumel = alliage : Ni 95%, Mn 2%, Al 2%, Si 1% plus 8 autres constituants en faible quantité.

L'ensemble des n thermocouples à étalonner est immergé, ainsi qu'une sonde platine de référence, dans un bain thermostaté. Les valeurs qu'ils délivrent sont relevées pour plusieurs températures dans l'intervalle d'utilisation qui nous intéresse. Ces données servent ensuite à corriger les valeurs brutes obtenues par lecture de la f.e.m. puis conversion en °C à l'aide du polynôme d'approximation des valeurs de la Table de Référence Internationale. On est ainsi assuré, quelles que soient les dispersions des éléments constituant la chaîne de mesure de température, d'obtenir des valeurs de la température comparables dans l'absolu.

Pour mémoire, on rappelle dans le tableau de la figure A1.20, les valeurs de la conductivité thermique de différents matériaux.

Matériau	Masse volumique [ 10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup> ]	Conductivité thermique [ W/m/K ]	Diffusivité thermique [ 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s ]	Dilatation volumique [ 10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> ]	Chaleur spécifique [ J/kg/K ]	Module d'Young [ GPa ]
Sel gemme	2,1-2,2	5-6	2,8	700	926	20-30
Sel MDPA	2,16	4,23	2,01		970	dyn:26,8
Granite	2,65	3	1,3	10	830	60
Quartz	2,65	8,4	4,3		730	57-80 (quartzite)
Acier	7,8	46 / 52	12,8		460	210
Aluminium	2,7	230		75		70
Durestos	1,72	0,831	0,64		1314kJ/m <sup>3</sup> /K	4
Polystyrène		0,03 / 0,044				
Huile	0,85-0,92	0,16	0,13	≈ 1000	1460	-
Air	0,0012	0,026	22,4		964	-
Eau	1	0,6	0,142	100	4180	-
Bois	0,5	0,15	0,15		2000	1 à 17

Figure A1.20 : Tableau des caractéristiques thermiques de quelques matériaux à 20°C.

Les données sont tirées de Lemaitre & Chaboche [1985], Farouki [1986], Su Kun [1991], Bazargan [1994] ou de mesures réalisées au laboratoire. La diffusivité thermique est le rapport de la conductivité thermique et du produit de la masse volumique par la chaleur spécifique.

On constate d'après les mesures qu'il faut environ 11 heures pour que la température se stabilise sur le contrôleur de pression. Le changement de pression provoque un refroidissement en décompression et un réchauffement en compression de l'ordre d'un dixième de degré. Le gradient entre le haut et le bas de la cellule semble être à peu près constant et inférieur à 1°C (figure A1.21).

Au cours du chargement déviatorique (figure A1.22), on remarque que la température du GDS augmente encore. La cause en est le fonctionnement permanent du moteur assurant la régulation en pression, et la transmission de la chaleur ainsi générée au corps du cylindre contenant l'huile. Dans le cas présenté sur la figure, les températures côté cellule varient peu et le gradient semble demeurer constant.

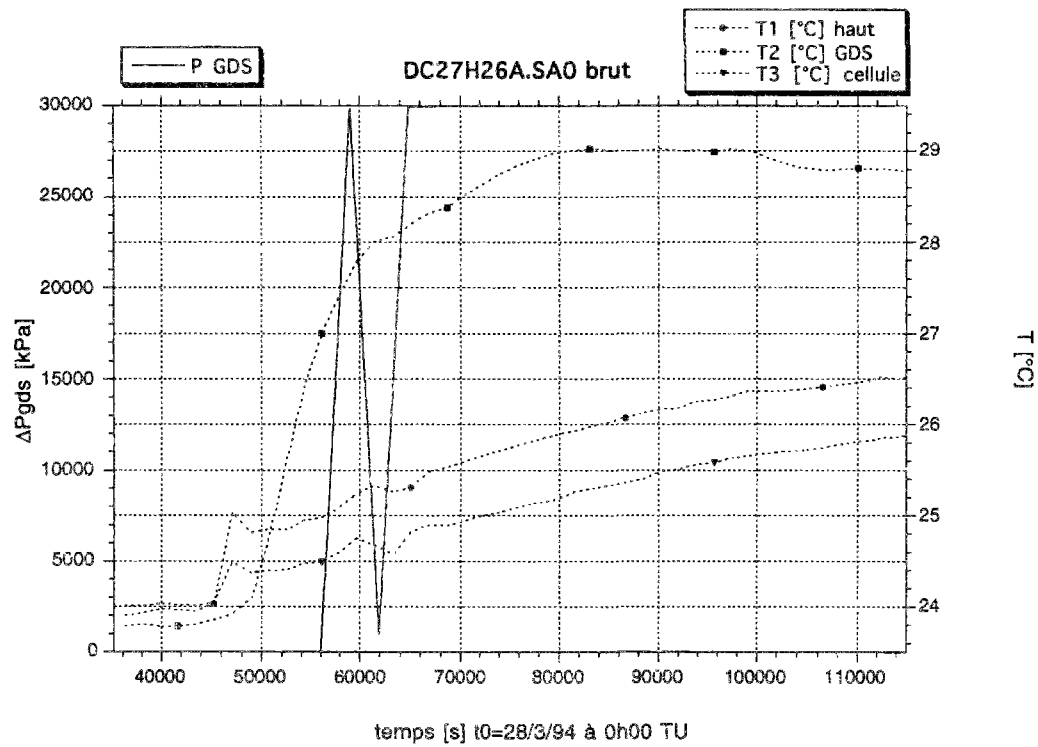


Figure A1.21 : Évolution de la température aux trois points de mesure, au cours d'un chargement hydrostatique.

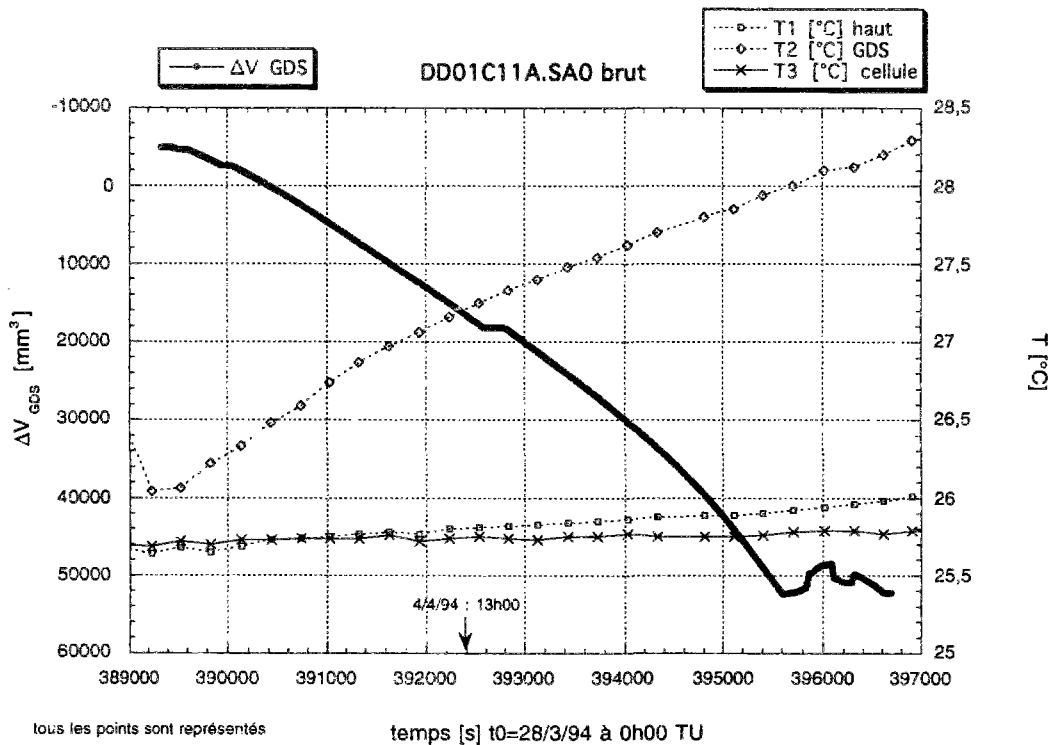


Figure A1.22 : Évolution de la température aux trois points de mesure, au cours d'un chargement déviatorique. La pression de confinement est de 3MPa.

Dissociation des effets thermiques et mécaniques : essai sur un ressort.

Pour tenter d’identifier la part des effets thermiques sur les variations de volume, un test a été réalisé sur un ressort de rigidité 274kN/m. Celui-ci a été placé dans la cellule en lieu et place d’un échantillon, mais sans jaquette. L’intérêt de l’usage d’un tel ressort est d’une part qu’il présente des déformations volumiques négligeables, et d’autre part qu’il possède une rigidité, ce qui permet d’obtenir une meilleure réponse en volume en comparaison avec un test effectué uniquement sur de l’huile sous pression (comparaison des figures A1.16 et A1.16bis).

Conformément aux procédures de test habituelles, une phase de chargement hydrostatique a été réalisée jusqu’à 60MPa. On visualise sur la figure A1.23 un agrandissement des réponses en volume mesurées sur le contrôleur GDS et en température des trois thermocouples décrits figure A1.19. On constate, comme sur la figure A1.21 l’existence de variations de température notables lors de la compression et lors de la décompression (environ 0,5°C pour un écart de pression de 60MPa).

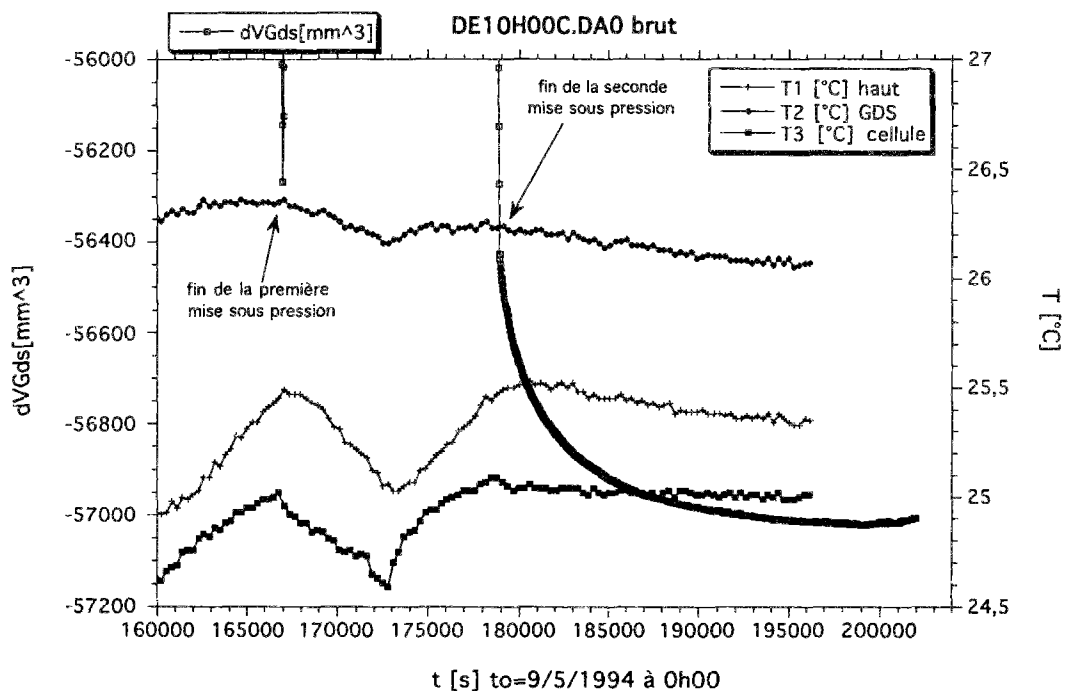
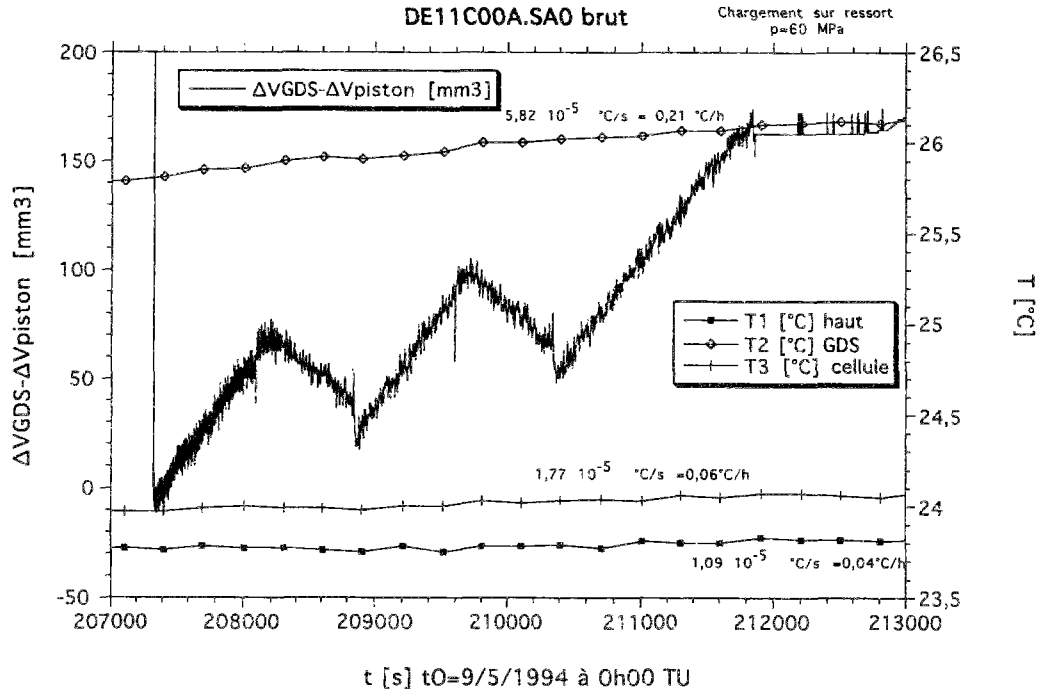


Figure A1.23 : Variations de volume et de température au cours d’une mise sous confinement hydrostatique (cas d’un ressort)

Concernant la phase de chargement déviatorique, on a déjà vu sur la figure A1.16 bis que les pentes de la courbe  $\Delta V_{GDS} - \Delta V_{piston} = f(\Delta V_{piston})$  sont différentes selon le sens du mouvement du piston. Si les conditions étaient parfaites, les pentes de ces segments devraient être nulles. Il en serait de même pour la courbe  $\Delta V_{GDS} - \Delta V_{piston} = f(t)$  de la figure A1.24. Il y a certes une irréversibilité mécanique du système lors du changement de sens du piston (on constate un saut de 20 à 30 mm³), ainsi qu’une erreur sur la mesure du volume par le GDS. Cette dernière se compose sans doute d’une part irréversible et d’une part réversible, mais elle est également as-



sociée aux effets thermiques visibles sur la figure A1.24. La température augmente régulièrement, tant sur le corps du GDS que dans la cellule.



**Figure A1.24 :** Évolution de la température et de l'écart de mesure du volume au cours d'un chargement déviatorique sur un ressort.

Si on suppose que la vraie variation de volume  $\Delta V_{\text{GDS}}^{\text{vrai}}$  que l'on devrait mesurer avec le GDS est proportionnelle à la mesure  $\Delta V_{\text{GDS}}^{\text{mesure}}$ , on a :

$$\Delta V_{\text{GDS}}^{\text{vrai}} = \alpha \Delta V_{\text{GDS}}^{\text{mesure}} \quad (\text{A1.24})$$

Dans notre cas, on suppose qu'elle se déduit du volume d'huile déplacée par le piston, et que des effets thermiques se superposent, produisant une dilatation de valeur  $V^{\text{th}}$  :

$$\Delta V_{\text{GDS}}^{\text{vrai}} = \Delta V_{\text{piston}} + V^{\text{th}} \quad \text{et} \quad \Delta V_{\text{GDS}}^{\text{mesure}} = \frac{1}{\alpha} [\Delta V_{\text{piston}} + V^{\text{th}}] \quad (\text{A1.25})$$

$$\text{d'où} \quad \Delta V_{\text{GDS}}^{\text{mesure}} - \Delta V_{\text{piston}} = \left[ \frac{1}{\alpha} - 1 \right] \Delta V_{\text{piston}} + \frac{V^{\text{th}}}{\alpha} \quad (\text{A1.26})$$

Calculons la dérivée par rapport à  $\Delta V_{\text{piston}}$  :

$$\frac{\partial (\Delta V_{\text{GDS}}^{\text{mesure}} - \Delta V_{\text{piston}})}{\partial (\Delta V_{\text{piston}})} = \frac{1}{\alpha} - 1 + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V^{\text{th}}}{\partial (\Delta V_{\text{piston}})} = \frac{1}{\alpha} - 1 + \frac{1}{\alpha} \frac{\frac{\partial V^{\text{th}}}{\partial t}}{\frac{\partial (\Delta V_{\text{piston}})}{\partial t}} \quad (\text{A1.27})$$

On constate qu'au cours de l'essai, on a :

$$\frac{\partial V^{\text{th}}}{\partial t} > 0 \text{ et presque constant}$$

$$\frac{\partial (\Delta V_{\text{piston}})}{\partial t} > 0 \text{ lorsque le piston monte et } \frac{\partial (\Delta V_{\text{piston}})}{\partial t} < 0 \text{ lorsque le piston descend.}$$

En sommant les pentes en montée et en descente du piston, on peut donc éliminer l'effet thermique et trouver  $\alpha$ , le coefficient correcteur sur la mesure du volume donnée par le GDS. On calcule les différentes pentes avec leur régression linéaire, et on trouve (figure A1.25):

$2 \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) = 0,019612$       soit  $\alpha = 0,990288$

La précision absolue sur la détermination de  $\frac{1}{\alpha}$  est au moins de l'ordre de  $10^{-4}$ .

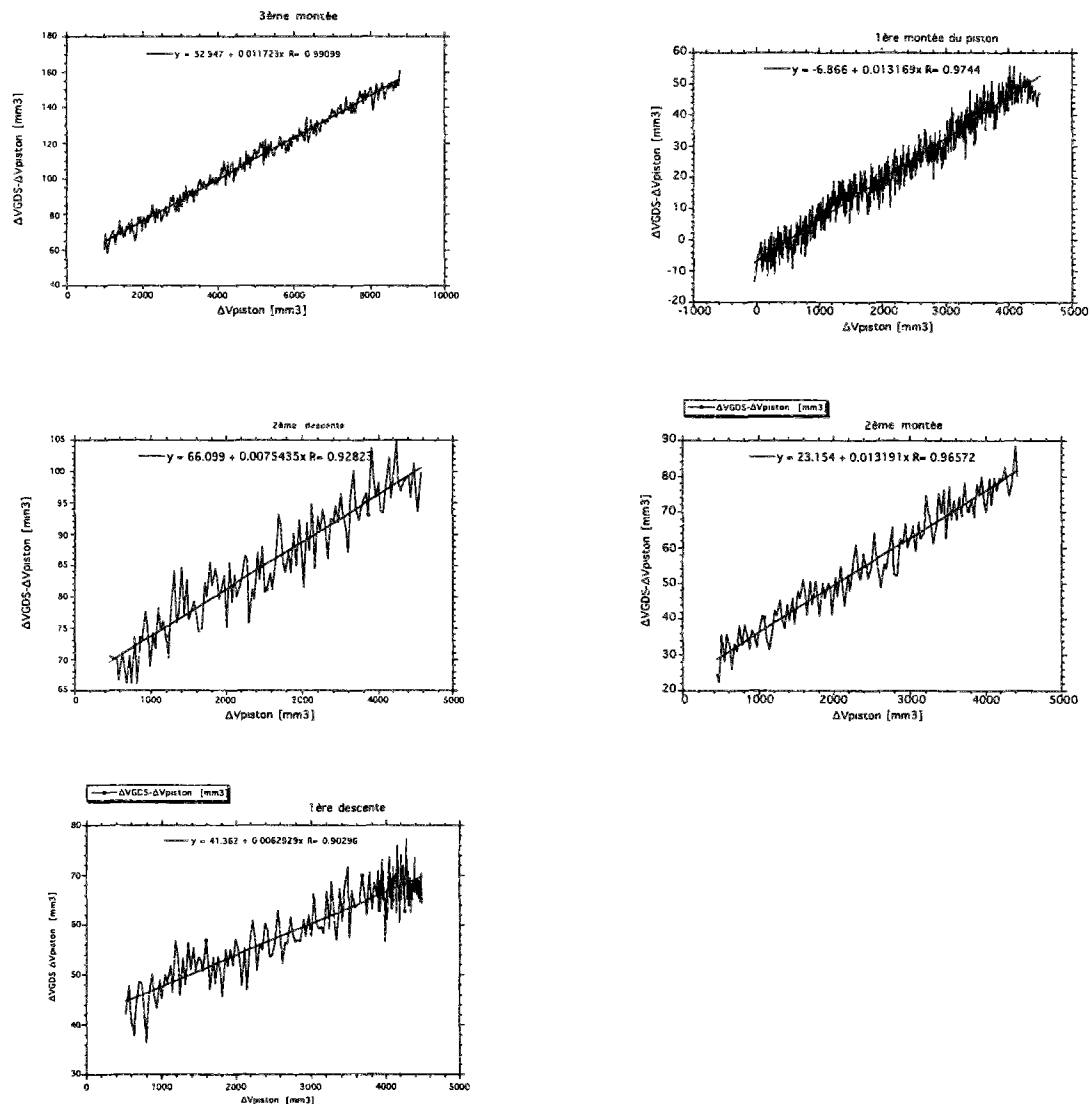


Figure A1.25 : Détermination des pentes des parties quasi linéaires de la courbe de la figure A1.16bis.

En considérant le volume contenu dans le corps du GDS ( $50\text{cm}^3$ ), celui contenu dans la cellule ( $1500\text{cm}^3$ ), le coefficient de dilatation volumique de l'huile ( $10^{-3}\text{K}^{-1}$ ), les vitesses de variation de température en cours d'essai (figure A1.24) dans le GDS ( $0,21\text{K/h}$ ) et dans la cellule ( $0,05\text{K/h}$ ), on peut calculer les vitesses de dilatation des différents volumes d'huile. On trouve  $10\text{mm}^3/\text{h}$  dans le corps du GDS et  $75\text{mm}^3/\text{h}$  dans la cellule, en supposant que la dilatation des autres éléments du montage est négligeable devant celle de l'huile. Le mouvement du piston

(12mm/h) impose un débit de 24226mm<sup>3</sup>/h. On trouve donc la pente du volume dû à la dilatation thermique par rapport au volume déplacé par le piston :

$$\frac{\frac{\partial V_{th}}{\partial t}}{\frac{\partial(\Delta V_{piston})}{\partial t}} = \frac{85}{24226} = 3,5 \cdot 10^{-3} \quad (A1.28)$$

Ce résultat est proche de la demi-différence (0,00285) de la moyenne des pentes en montée et en descente de la figure A1.25 (0,01269 en montée et 0,00698 en descente). Cela prouve qu'une partie importante de l'irréversibilité apparente de la mesure de volume d'huile par le contrôleur GDS est d'origine thermique.

## 2.6. Pression

Les caractéristiques des capteurs de pression utilisés ont été données sur le tableau de la figure A1.12. Un étalonnage comparatif a été effectué au laboratoire, d'une part entre un capteur de référence de marque Sensotec et une balance de précision Desgranges et Huot modèle 5301 (figure A1.26), d'autre part entre chaque GDS et le capteur de référence de 50 MPa (figure A1.27).

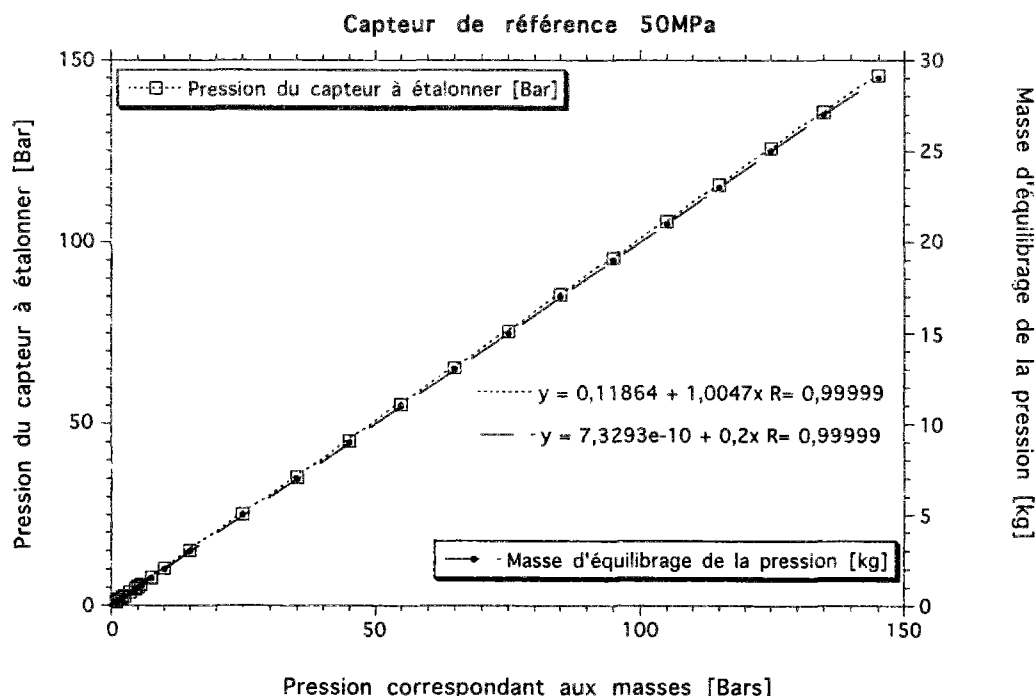


Figure A1.26 : Étalonnage du capteur de référence par rapport à la balance de Desgranges et Huot.

On note une excellente linéarité de la réponse des différents capteurs, avec néanmoins une pente légèrement différente de l'unité pour les deux contrôleurs GDS. On adoptera ainsi le facteur multiplicateur correctif de 0,919 pour le GDS 20 MPa, et 0,991 pour le GDS 64 MPa. Ces facteurs donnent la pente entre la mesure réalisée par le GDS et la valeur réelle, cette dernière étant sous-estimée.

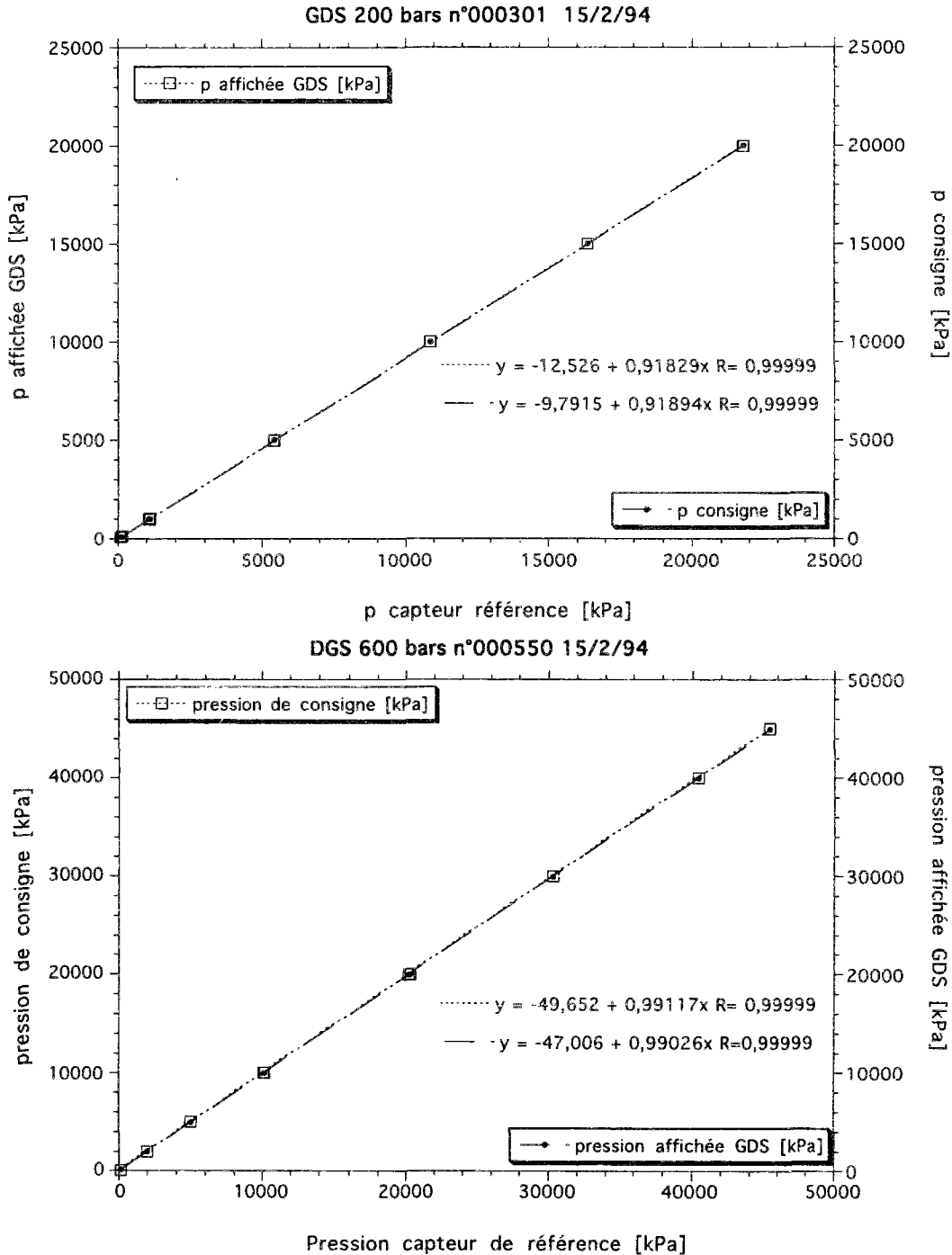
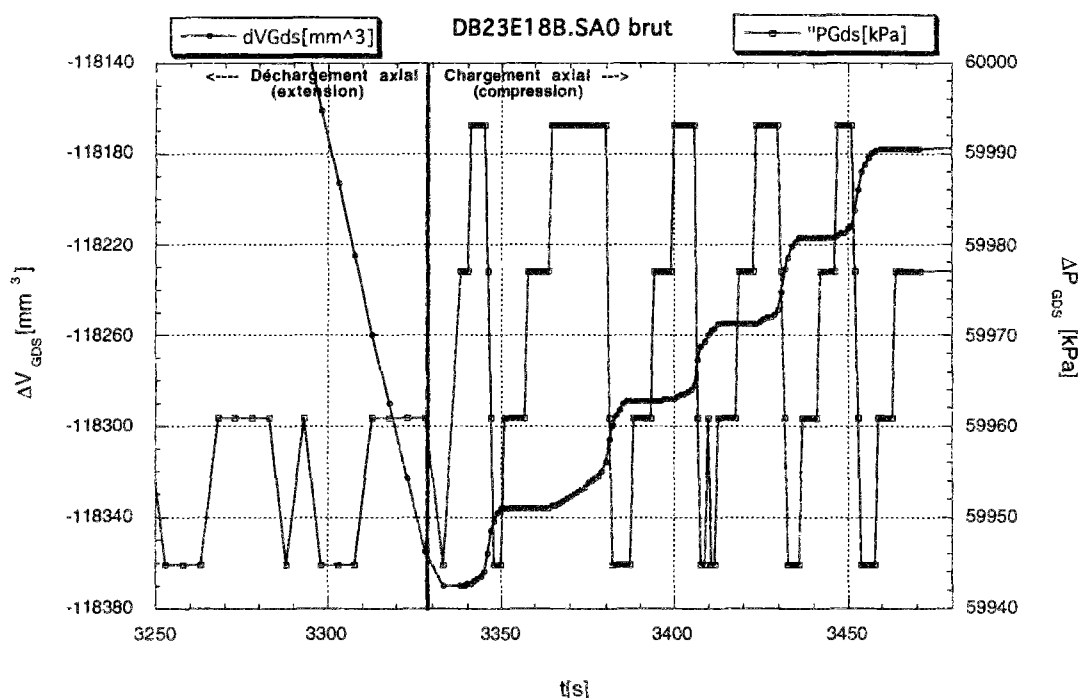


Figure A1.27: Étalonnage des capteurs de pression des deux GDS.

**Influence de la régulation en pression sur la mesure du volume**

Lors d'un changement de sens du chargement déviatorique, par exemple au cours d'une excursion de charge-décharge, il se produit des phénomènes irréversibles. La surpression ou la dépression tout à coup générée implique un ajustement de la régulation de la pression pouvant provoquer pendant quelques dizaines de secondes une instabilité sur la variation de volume (figure A1.28). Le phénomène de cascade observé sur la mesure du volume se répercute sur le calcul de la variation de volume de l'échantillon, et transparaît lors de la détermination des pa-

ramètres élastiques (voir figure A2.3). La variation de volume à considérer dans ce cas doit donc être une courbe moyenne de la réponse en volume.



**Figure A1.28 :** Régulation en pression lors d'un changement de sens du piston.  
Essai d'extension sous 60MPa de confinement.

## 2.7. Force

La qualité de la mesure de la force dépend du capteur de force utilisé, mais aussi de la presse. Les essais sur le sel gemme ont été effectués sur quatre presses différentes. Leurs caractéristiques sont décrites sur le tableau de la figure A1.29.

Le capteur de force est situé à l'extérieur de la cellule. Cela présente l'inconvénient de ne pas connaître avec précision l'effort appliqué sur l'éprouvette. En effet, la force appliquée par le piston de la presse est reprise par la rotule et par le piston de la cellule avant d'être transmise à l'échantillon. La mesure de la force appliquée sera d'autant meilleure qu'elle est effectuée près de l'échantillon. C'est pourquoi il est prévu de placer le capteur de force à l'intérieur de la nouvelle cellule en cours de réalisation.

Presse	asservie	250 kN	500 kN	1 MN	1,5 MN
Bâti	type	MTS 310.10	MTS 318.50 n°0138739	MTS 311.31	MTS 315-01
	rigidité [N/m]		7,5 10 <sup>8</sup>	2,7 10 <sup>8</sup>	7 10 <sup>9</sup>
Force	Capteur	MTS661.22D01 n°123 250kN	MTS661.23F01 n°0131494 500kN	MTS 661.31F01 ± 1000 kN	MTS 661-98B02 n°0160187
	Linéarité	0,15%	0,15%	0,15%	
	Répétabilité	0,05%	0,05%	0,05%	
	Hystérésis	0,15%	0,15%	0,20%	
	Température	-46°C / 93°C	-46°C / 93°C	-46°C / 93°C	
Déplacement	Course	163 mm	152,4 mm	± 75 mm	100 mm
	Capteur	LVDT	LVDT	LVDT	LVDT
Vérin	Type	MTS 244.31 n° 326	MTS 318.50 n°0137046	MTS 244.51 ± 1000 kN	MTS 315.01 n°0164010
	Capacité	-250kN	-500kN		-1637 / 1048 kN
Groupe hydrau- lique	Type	MTS507.01 HPS	MTS 506.02D	MTS510-10/380	MTS510-10/380
	Pression Débit	21 MPa 12,3 l/mn	20,7 MPa 19,6 l/mn	21 MPa 32 l/mn	21MPa 32 l/mn
Électronique		Micro console MTS 458.20	Micro console MTS 458.20	Contrôleur nu- mérique Teststar MTS 490.00	Contrôleur nu- mérique Teststar MTS 490.00
Utilisation		t < juin 1992	t < février 1994	t ≥ février 1994	Uniaxial

Figure A1.29 : Tableau des caractéristiques des presses asservies utilisées.  
Linéarité, répétabilité et hystérésis sont exprimées en pourcentage de la pleine échelle.

2.7.1. Transmission des efforts par la rotule

Pour savoir si la rotule transmet efficacement les efforts, un test a été réalisé, en plaçant la ro-  
tule sur un capteur de force, et en appuyant dessus avec le piston d’une presse comportant un  
capteur de force intégré. Plusieurs cycles ont été effectués. La réponse est donnée figure A1.30.

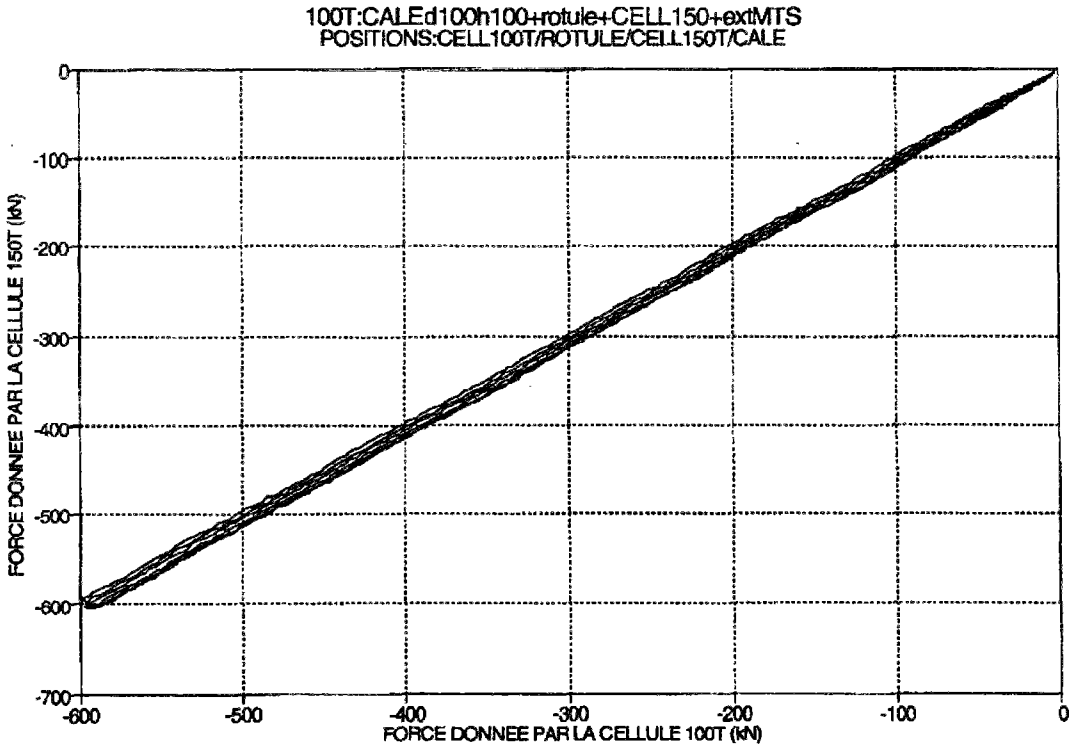


Figure A1.30 : Transmission des efforts par la rotule.

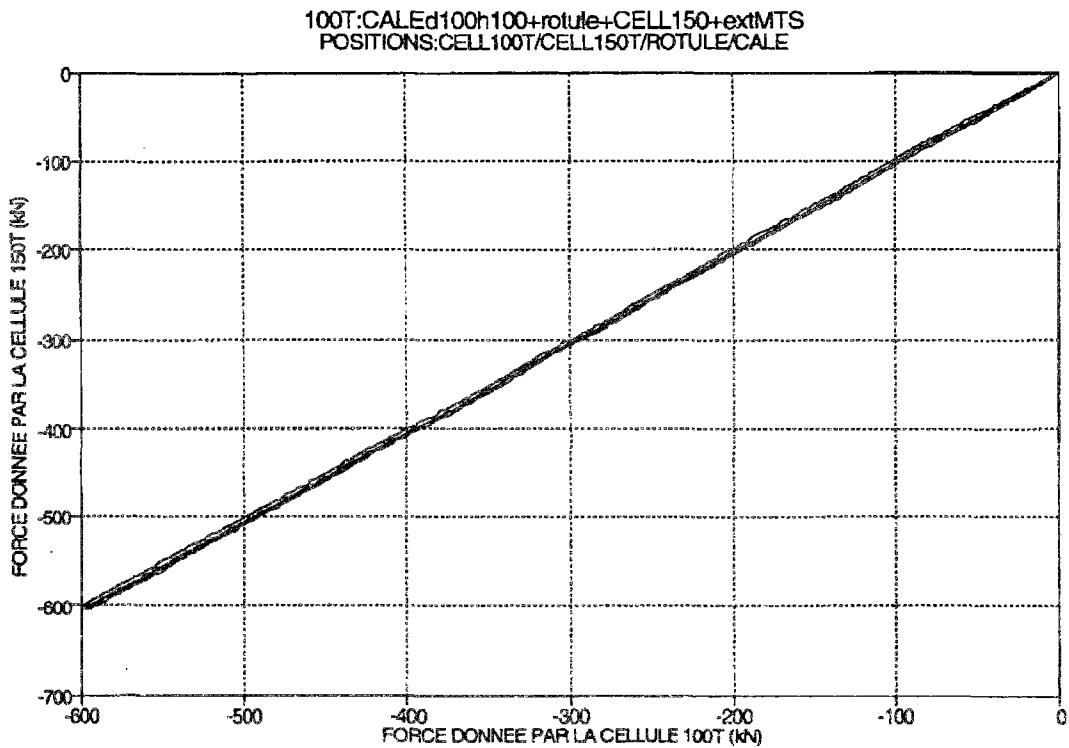


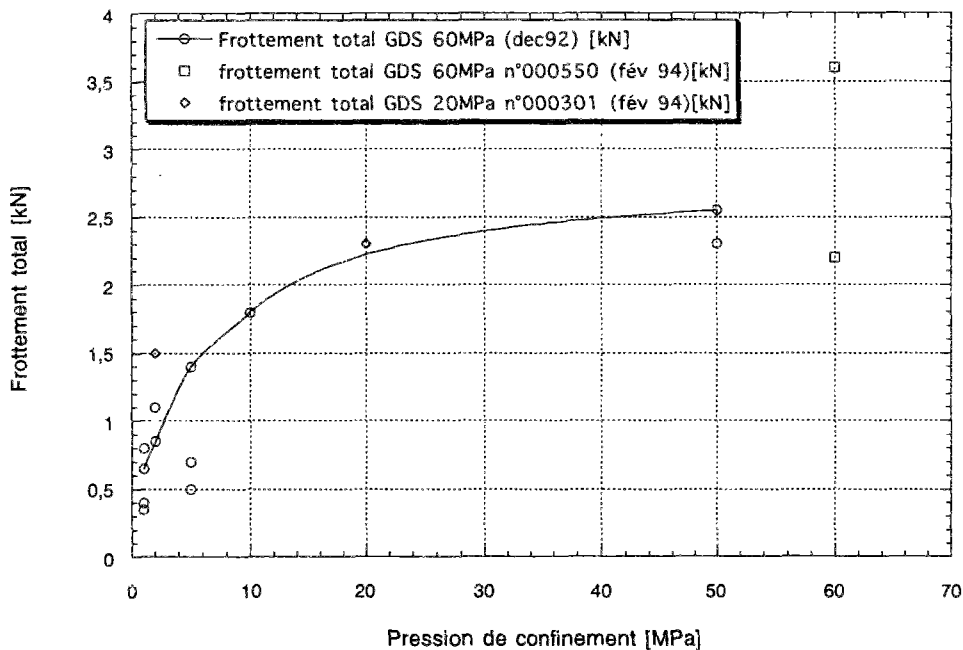
Figure A1.30 bis : Transmission des efforts sans rotule

Sur la figure A1.30bis, le même test a été réalisé, mais en mettant en contact les deux capteurs de force, posés sur la rotule. On constate que les non-linéarités les plus fortes se produisent sous faible charge, et qu'elles sont amplifiées par la présence de la rotule.

### 2.7.2. Frottement

Le piston de la cellule communique entre une zone sous pression (en bas) et une zone à l'air libre. Un joint assure l'étanchéité, mais exerce aussi sur le piston un frottement d'autant plus élevé que la pression de confinement est forte.

Ce frottement doit être pris en compte pour connaître l'effort réellement appliqué sur l'échantillon. Pour ce faire, on effectue un chargement à vide décrit au §2.2.2. La différence entre la force appliquée par la presse (et mesurée sur le capteur de force extérieur à la cellule) et la force appliquée au piston de la cellule par le fluide mis sous pression donne la valeur du frottement (figure A1.31). On constate que le frottement augmente presque linéairement avec la pression de confinement. Une méconnaissance de ce frottement peut provoquer une instabilité lors de la mise sous confinement d'une éprouvette en contact simple avec le piston. En effet, le frottement réduit la valeur de la force appliquée réellement à l'échantillon; or, c'est la force mesurée qui commande, via le logiciel SKOHP, la pression de confinement. Si celle-ci est physiquement plus faible que la contrainte appliquée à l'échantillon, le piston de la cellule se décolle de l'échantillon, et la mesure de déformation décrite au §1.1.2 n'est plus valable.



**Figure A1.31 :** Évolution du frottement du joint sur le piston de la cellule avec la pression de confinement.

Le frottement total correspond, lors d'un changement de sens du piston, au saut de la force appliquée par la presse pour équilibrer les efforts de poussée de l'huile contenue dans la cellule à pression constante. Pour obtenir un frottement directionnel, il faut prendre une valeur moitié. Quant au frottement entre le joint et le piston, il se calcule en tenant compte de la surface de contact.

### 3. Contrôle, mesure et acquisition des paramètres

Le logiciel SKOHP permet l'acquisition des données et l'affichage en temps réel de deux courbes en suivant un échantillonnage de période 1s. Les données sont stockées sous un codage de 12 bits, sur un ordinateur IPC Dynasty LE équipé d'un microprocesseur 80386SX. Cet ordinateur est doté d'une carte HPIB qui assure l'interface avec le Bus IEEE<sup>13</sup> du contrôleur GDS. De plus une carte d'acquisition Data Translation DT 2801 avec convertisseur A-D, permet l'acquisition des données sous 12 bits et sur 8 voies sur une pleine échelle de +10V à -10V.

Les données relatives à la presse (déplacement axial, force et autres mesures éventuelles de déplacement ou de déformation) sont contrôlées par un contrôleur numérique Teststar MTS. Ce contrôleur permet de réduire les erreurs de mesures, en introduisant les courbes d'étalonnage des capteurs. Une correction automatique est réalisée pour corriger les éventuelles non-linéarités des capteurs. De plus, selon la gamme des grandeurs à mesurer, il est possible de choisir des échelles de mesure différentes, ne tenant compte que d'une partie de la courbe d'étalonnage du capteur, mais avec une plus grande précision.

<sup>13</sup> The Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.



Appareil		GDS	Température	Teststar	SKOHP
Interface		IEEE-488			
$\mu$ processeur		Intel 8085			
	Nom		Fluke Hélios 1 (à partir du 16/2/94)		
Convertisseur A-D	fréquence [Hz]	50		16 bits	12 bits
	codage	12 bits + signe double intégrale (signal + stan- dard)			
Conditionneur			85702234M n°51720 0-10V / 0- 1250°C (avant le 8/2/94)	MTS49021(DC) MTS49022(AC)	
Acquisition		-		16 voies 5kHz	8 voies $\Delta t \geq 1s$

**Figure A1.32 :** Tableau des caractéristiques principales des circuits et des appareils de mesure, contrôle et acquisition des paramètres.

#### 4. Montage du dispositif

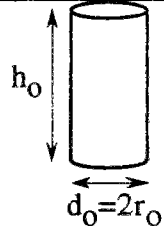
Le dispositif expérimental se compose des trois éléments principaux décrits sur la figure A1.3 (la presse, la cellule et le contrôleur de volume GDS). Pour la sécurité en pression, un disque de rupture (burst disc), distribué par Top Industries, d'une capacité de 75 MPa est placé sur le circuit hydraulique, entre la cellule et le contrôleur de pression.

Il convient de préciser que la presse est pilotée à partir d'un ordinateur personnel IPC, relié aux conditionneurs et convertisseurs Teststar, permettant également une acquisition des données. De plus un autre ordinateur PC pilote le contrôleur GDS par le logiciel SKOHP qui permet également la saisie des données et la visualisation en temps réel de deux paramètres en fonction d'un troisième.

#### 5. Bases de l'interprétation

##### 5.1. Hypothèse sur la géométrie des échantillons

Les échantillons testés sont de forme cylindrique, théoriquement taillés selon les cotes du tableau de la figure A1.33:

	Hauteur $h_0$ [mm]	Diamètre $d_0$ [mm]	Élancement $\frac{h_0}{d_0}$	Section $S_0$ [mm <sup>2</sup> ]	Volume $V_0$ [mm <sup>3</sup> ]
Extension	120	50,8	2,36	2026,83	243220
Compression	120	60	2	2827,44	339292

**Figure A1.33 :** Dimension des échantillons.

Pour exploiter les résultats des essais et en particulier pour calculer la contrainte axiale, nous faisons l'hypothèse que les **effets de bords sont négligeables** et que l'échantillon conserve toujours une **géométrie cylindrique**. Cette hypothèse est sans doute erronée sous de faibles confinements, mais elle semble justifiée pour des confinements élevés, comme le confirme la forme des éprouvettes après essai, en particulier pour les échantillons soumis à un chargement en extension.

On note :

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{h}{h_0} = \frac{\text{hauteur actuelle}}{\text{hauteur initiale}} \\ \rho &= \frac{r}{r_0} = \frac{\text{rayon actuel}}{\text{rayon initial}} \\ J &= \frac{V}{V_0} = \frac{\text{Volume actuel}}{\text{Volume initial}} = \text{Jacobien de la transformation}\end{aligned}\quad (\text{A1.29})$$

on a de plus  $\rho = \sqrt{\frac{J}{\delta}}$

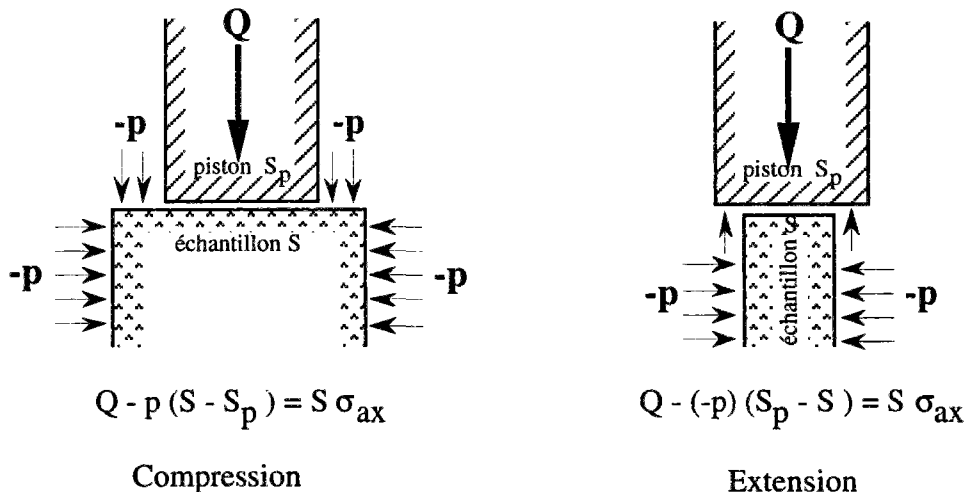
$\delta$  et  $J$  sont les deux déformations mesurées au cours des essais. On a  $\delta < 1$  en compression axiale,  $\delta > 1$  en extension axiale,  $J < 1$  en cas de contractance et  $J > 1$  lorsqu'il y a dilatace.

## 5.2. Calcul des contraintes de Cauchy

Le tenseur des contraintes de Cauchy se calcule dans la configuration actuelle. On y accède simplement par de simples considérations géométriques qui permettent de définir sur quelle section s'appliquent la force mesurée et la pression de fluide. Nous avons vu quels sont les efforts appliqués aux éprouvettes cylindriques lors d'un essai triaxial axisymétrique. Le dispositif expérimental change quelque peu selon que le chargement est en compression ou en extension. La répartition des efforts change également (figure A1.34).

Notons :

- $S$  = section actuelle de l'échantillon
- $S_0$  = section initiale de l'échantillon
- $S_p$  = section du piston
- $p$  = pression de fluide ( $\geq 0$ )
- $Q$  = force axiale exercée par la presse
- $\sigma_{ax}, \sigma_{rad}$  = contraintes axiale et radiale appliquées réellement à l'échantillon



**Figure A1.34 :** Schéma de répartition des efforts en compression et en extension.  
La section du piston est identique dans les deux cas.

Quelles que soient les dimensions du piston et de l'échantillon, le calcul des contraintes suit les mêmes formules :

$$\begin{cases} \sigma_{\text{rad}} = -p \\ \sigma_{\text{ax}} = \frac{Q}{S} - p \left( 1 - \frac{S_p}{S} \right) \end{cases} \quad (\text{A1.30})$$

Ces formules s'écrivent en supposant que l'échantillon conserve une forme cylindrique et que la jaquette est d'épaisseur infinitésimale. La section de l'échantillon n'est pas constante au cours du temps, surtout si de grandes déformations entrent en jeu. Avec le dispositif de mesure globale du volume de l'échantillon et de mesure du déplacement axial (ou avec tout autre dispositif de mesure de déformation axiale et radiale) on connaît le rapport entre la section initiale et la section actuelle :

$$\frac{S_0}{S} = \frac{V_0}{h_0} \frac{h}{V} = \frac{\delta}{J} \quad (\text{A1.31})$$

En définissant un terme ayant la grandeur d'une contrainte par le rapport de la force dans la configuration actuelle et de la section initiale :

$$\sigma_0 = \frac{Q}{S_0} \quad (\text{A1.31})$$

on écrit la contrainte axiale :

$$\sigma_{\text{ax}} = \sigma_0 \frac{\delta}{J} - p \left( 1 - \frac{S_p}{S_0} \frac{\delta}{J} \right) \quad (\text{A1.32})$$

Le tenseur de Cauchy (défini dans la configuration actuelle) s'écrira pour tous les dépouillements d'essai :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\text{ax}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{rad}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{rad}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_0 \frac{\delta}{J} - p \left( 1 - \frac{S_p}{S_0} \frac{\delta}{J} \right) & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} \quad (\text{A1.33})$$

On déduit immédiatement l'expression de la **contrainte déviatorique** :

$$\sigma_d = \sigma_{\text{ax}} - \sigma_{\text{rad}} = \frac{\delta}{J} \left( \sigma_0 + p \frac{S_p}{S_0} \right) \quad (\text{A1.34})$$

## 6. Amélioration des essais

L'utilisation du dispositif expérimental décrit dans cette annexe a montré ses limites, et nous proposons quelques modifications en vue d'une amélioration du dispositif :

- Pour les essais d'extension principalement : la force axiale atteint des valeurs proches de zéro en fin d'essai. Il serait judicieux d'introduire un **capteur de force interne** à la cellule,

de façon à s'affranchir du frottement du piston de la cellule sur le joint d'étanchéité. Ce dispositif est en développement sur la nouvelle cellule.

- De façon à pouvoir faire varier la pression de confinement en cours d'essai, tout en mesurant la variation de volume de l'éprouvette, un **dispositif de mesure de volume différent** serait souhaitable. En particulier la mesure réelle du volume lors du chargement hydrostatique apporterait des informations utiles tant sur la porosité de fissure que sur le module de compressibilité hydrostatique. Ceci sera possible dans la cellule en développement avec les capteurs MTS, ainsi que par d'autres capteurs en cours de développement au laboratoire.

- Le contrôle de la pression de confinement est lié au débit admissible du contrôleur. Un **contrôleur au débit plus élevé** que les GDS serait souhaitable pour envisager des vitesses de chargement plus rapides. Des contrôleurs dits "injecteurs", d'une autre technologie sont en développement pour étendre la gamme des débits possibles.

- Considérant les faibles variations de volume mesurées, la précision serait accrue avec une **température contrôlée**.

- L'**acquisition** de tous les paramètres sur un même ordinateur est un confort justifié pour l'interpréteur.

- Enfin, l'homogénéité des déformations et des contraintes au sein de l'échantillon serait meilleure si le **dispositif d'anti-fretage** était amélioré. Au cours des essais d'extension, une noix de graisse était placée au contact entre le sel gemme et le piston. Cette technique permet apparemment de limiter les effets de bord, pour les chargements considérés.







# ***Annexe II***

## **Détermination des paramètres élastiques par chargement quasistatique**

***Résumé :*** On présente le détail du calcul des paramètres élastiques adopté pour interpréter les essais, en tenant compte de l'effet des grandes déformations. Puis, un commentaire sur les raisons des variations des résultats d'une méthode à l'autre est proposé.



La détermination des paramètres élastiques d'un matériau s'effectue soit à partir de mesures acoustiques avec des ondes ultrasonores (méthode dynamique), soit à partir de la mesure des déformations (méthode statique).

Dans cette annexe, nous aborderons la méthode statique, en se basant sur les deux déformations mesurées au cours des essais : la déformation axiale et la déformation volumique pour l'essai triaxial, et les déformations axiale et radiale pour l'essai uniaxial.

Les principes présentés peuvent s'appliquer à tous les géomatériaux, mais nous ferons référence au sel gemme, objet de la présente étude. Les paramètres élastiques sont déterminés au cours d'"**excursions élastiques**" (cycles décharge-recharge), en faisant l'hypothèse d'isotropie du matériau.

Le comportement du sel gemme est particulier : lors d'un essai d'écrouissage, la part des déformations élastiques dans les déformations totales est faible, même pour de petits chargements compressifs.

D'autres mécanismes irréversibles de nature plastique, viscoplastique ou de microfissuration sont tout de suite prépondérants. Il devient alors très difficile de déterminer les caractéristiques élastiques de ce matériau lors du chargement initial, d'autant plus que se superposent aux déformations propres de l'échantillon, les déformations des pièces avec lesquelles il est en contact, ainsi qu'une forme de "bruit" dû à la mise en contact elle-même, et qui peut grossièrement s'interpréter comme un problème de Hertz<sup>1</sup>. Une réponse à la question des effets parasites de mise en contact peut être de réaliser cette dernière pendant le chargement hydrostatique (cf. annexe I). Pour éviter les déformations des différentes pièces (métalliques), l'idéal est de réaliser les mesures à même l'échantillon. Cela suppose l'usage de jauges de déformation, auquel nous avons renoncé en raison des grandes déformations et de la microfissuration, ou d'extensomètres placés à même l'échantillon, que nous n'avons pas pu utiliser sous pression en raison de leur encombrement.

Pour retrouver les conditions d'un comportement élastique, c'est-à-dire une réponse réversible instantanée à une sollicitation donnée, on réalise une excursion en dehors du trajet de chargement initial, au cours de l'essai d'écrouissage. En effectuant l'excursion à une vitesse raisonnable, par exemple celle utilisée pour la charge, on obtient suffisamment de points pour juger de la linéarité du comportement principalement élastique. En pratique, l'excursion la plus simple a consisté à faire varier la contrainte axiale dans le sens opposé au chargement initial.

---

<sup>1</sup> Le problème de Hertz traite du contact entre une bille sphérique et un plan, lorsque un chargement est appliqué à la bille.

Les déformations engendrées par la décharge seront qualifiées de "petites", typiquement moins de 1% de déformation axiale et d'environ 0,2% de déformation volumique (voir les courbes des essais au chapitre B).

Ces constatations expérimentales nous autorisent à utiliser une loi de comportement en déformations infinitésimales, la loi de Robert Hooke (1635-1703) généralisée, pour déterminer, lors des décharges, les paramètres élastiques classiques : le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . On prendra soin de bien considérer la déformation du début de la décharge comme déformation initiale afin de déterminer avec une meilleure précision les paramètres élastiques.

On utilise la loi de comportement de Hooke généralisée classique :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{1}} = \frac{1}{2G} \underline{\underline{s}} - \frac{1}{3K} \sigma_m \underline{\underline{1}} \quad (1)$$

Notons  $\varepsilon_{ax}$ ,  $\sigma_{ax}$ ,  $\varepsilon_{rad}$ ,  $\sigma_{rad}$ , déformations et contraintes respectivement axiale et radiale, on a :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ax} = \frac{\sigma_{ax}}{E} - \frac{2\nu}{E} \sigma_{rad} \\ \varepsilon_{rad} = \frac{\sigma_{rad}(1-\nu)}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{ax} \end{cases} \quad (2)$$

## 1. Module d'Young

Thomas Young (1773-1829) a introduit sa notion de module (du latin "modulus" signifiant petite mesure) par la définition suivante, à une époque où la notion de contrainte n'était pas encore répandue [Gordon,1994] :

"Le module d'élasticité d'une substance quelconque est une colonne de cette même substance capable d'exercer sur sa base une pression qui est, par rapport au poids causant un certain degré de compression, comme la longueur de cette substance par rapport à sa diminution de longueur."

C'est Henri Navier (1785-1836) qui donna, en 1826, une forme mathématique au module d'Young, en se référant aux notions de contrainte et de déformation introduites par Cauchy. Le module d'Young est la pente de la courbe de Hooke, représentant l'intensité de la contrainte en fonction de l'amplitude de la déformation réversible.

Il se détermine à partir de la courbe (déviateur des contraintes, déformation axiale). On a la relation :

$$\sigma_{ax} - \sigma_{rad} = E \varepsilon_{ax} + (2\nu - 1) \sigma_{rad} \quad (3)$$

Au cours des essais, la pression de confinement est constante; on supposera que  $\sigma_{rad}$  est constante. La pente donnera le module d'Young.

## 2. Coefficient de Poisson

Siméon-Denis Poisson (1781-1840) a montré que l'application d'une force axiale sur un matériau provoquait des déformations axiales, mais aussi des déformations perpendiculaires à l'axe de chargement. La proportionnalité entre la déformation perpendiculaire et la déformation axiale définit le coefficient de Poisson  $\nu$ .

Plusieurs méthodes permettent de déterminer ce coefficient. Soit à partir de la courbe {déformation radiale, déformation axiale}, soit à partir de la courbe {variation de volume, déformation axiale}. Pour l'essai uniaxial, pendant lequel la déformation circonférentielle est mesurée, on utilise la première relation :

$$\varepsilon_{\text{rad}} = -\nu \varepsilon_{\text{ax}} + \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{E} \sigma_{\text{rad}} \quad (4)$$

La pente de la relation  $\varepsilon_{\text{rad}} = f(\varepsilon_{\text{ax}})$  donne directement le coefficient de Poisson.

Pour les essais réalisés avec mesure de la variation de volume total et du déplacement axial, nous retenons la deuxième méthode. On a :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_{\text{ax}} + 2\varepsilon_{\text{rad}} = (1 - 2\nu) \varepsilon_{\text{ax}} + \frac{2(1 - \nu - 2\nu^2)}{E} \sigma_{\text{rad}} \quad (5)$$

La pente de la relation  $\frac{\Delta V}{V_0} = f(\varepsilon_{\text{ax}})$  donnera indirectement le coefficient de Poisson.

## 3. Modules de compressibilité et de cisaillement

Le **module de compressibilité**<sup>2</sup>  $K$  et le **module de cisaillement**  $G$  se déduisent de la loi en élasticité linéaire :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1}{2G} \underline{\underline{\sigma}} + \left[ \frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right] \sigma_m \underline{\underline{1}} \quad (6)$$

La variation de volume infinitésimale donne :

$$\left( \frac{\Delta V}{V_0} \right)^e = \underline{\underline{\varepsilon}}^e : \underline{\underline{1}} = \frac{\sigma_m}{K} = \left( \frac{\sigma_d}{3} + \sigma_{\text{rad}} \right) \frac{1}{K} \quad (7)$$

Si la pression de confinement demeure constante, on déterminera  $K$  comme étant le tiers de la pente de la courbe de décharge de la relation :

$$\sigma_d = f\left(\frac{\Delta V}{V_0}\right) \quad (8)$$

Si la pression de confinement varie, on utilise la pente de la courbe :

<sup>2</sup> On retient ce terme "module de compressibilité" [Lemaitre et Chaboche, 1985, par exemple] plutôt que " module d'incompressibilité" [Coussy, 1991 ; Guéguen et Palciauskas, 1992, par exemple] car il est plus utilisé par les mécaniciens des roches.

$$\sigma_m = f \left( \frac{\Delta V}{V_0} \right) \tag{9}$$

C'est la relation utilisée pour déterminer le module de compressibilité hydrostatique  $K_{hydro}$  au cours de la mise sous confinement de l'éprouvette.

Le module de cisaillement se détermine par la relation entre les tenseurs déviatoriques de déformations  $\underline{\underline{\tilde{\epsilon}}}$  et de contrainte  $\underline{\underline{s}}$  :

$$\underline{\underline{\tilde{\epsilon}}} = \frac{1}{2G} \underline{\underline{s}} \tag{10}$$

On pourra utiliser par exemple la relation  $\sigma_d = f(\epsilon_d)$  où  $G$  est la moitié de la pente :

$$\sigma_d = 2G \epsilon_d \tag{11}$$

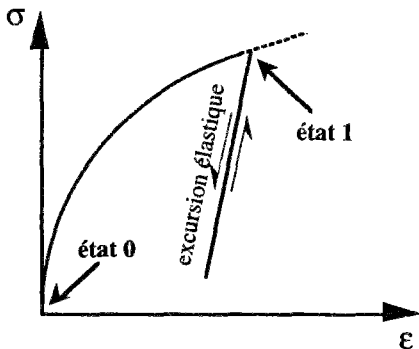
4. Paramètres de Lamé

Selon les courbes disponibles lors du dépouillement des essais, on utilisera le jeu de paramètres  $E$  et  $\nu$  ou  $G$  et  $K$  voire  $\lambda$  et  $\mu$ , les paramètres de Lamé. Dans la pratique, la détermination de 2 paramètres permet de déduire les autres par les classiques relations :

$$G = \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \tag{12}$$

5. Correction à apporter à ces mesures

Les équations précédentes donnent les relations permettant de déterminer les coefficients élastiques bruts, à partir de déformations linéarisées. La linéarisation se rapporte à l'état initial du début de l'essai (état 0). Les paramètres sont des pentes de droites typiques du comportement élastique obtenu au cours d'excursions en dehors du trajet d'écrouissage. Nous **corrigons ces pentes** de façon à ce que les variations des grandeurs au cours des excursions aient pour **état initial de référence** l'état du **début de l'excursion élastique** (état 1) et non pas l'état du début de l'essai (figure 1).



**Figure 1 :** Définition des états de référence utilisés pour le calcul des déformations linéarisées représentés sur un courbe contrainte-déformation.  
La régression linéaire est effectuée sur une courbe de déformation linéarisée se référant à l'état 0. Une correction est réalisée pour prendre en compte comme état de référence initial l'état 1.  
L'état 0 correspond à la configuration initiale, tandis que l'état 1 se situe dans la configuration actuelle.

Cette correction est également faite sur des métaux très déformés [Nouailhas, 1985]. L'état de référence considéré dans ce cas était celui correspondant à la décharge totale de la contrainte.  
Les déformations axiale, radiale et volumique pendant le chargement hydrostatique sont faibles (moins de 0,5% en déformation axiale). Le choix de l'état 0 correspondant à la situation initiale

de l'éprouvette avant ou après chargement hydrostatique n'affectera que très peu les résultats. Néanmoins, lorsqu'une information sur les déformations au cours de la mise sous confinement est disponible, elle est prise en compte. Lorsque l'excursion élastique commence, l'échantillon a changé de forme. Supposé toujours cylindrique, sa hauteur vaut  $h_1 \neq h_0$  et son volume  $V_1 \neq V_0$ .

La déformation axiale linéarisée définie par rapport à la hauteur initiale de l'échantillon est :

$$\varepsilon_{ax}^0 = \frac{h}{h_0} - 1 = \delta(h) - 1 \quad \text{avec } \delta(h) = \frac{h}{h_0} \quad (13)$$

La déformation axiale linéarisée définie par rapport à la hauteur  $h_1$  de l'échantillon au début de la décharge est notée :

$$\varepsilon_{ax}^1 = \frac{h}{h_1} - 1 = \frac{\delta(h)}{\delta(h_1)} - 1 \quad (14)$$

De même, pour les volumes, on a en prenant les mêmes notations :

$$\begin{cases} \frac{\Delta_0 V}{V_0} = \frac{V}{V_0} - 1 = J(V) - 1 \\ \frac{\Delta_1 V}{V_1} = \frac{V}{V_1} - 1 = \frac{J(V)}{J(V_1)} - 1 \end{cases} \quad \text{avec } J(V) = \frac{V}{V_0} \quad (15)$$

Notons  $E^0$  et  $\nu^0$ , les paramètres déduits des courbes  $(\sigma_d, \varepsilon_{ax}^0)$  et  $(\frac{\Delta V}{V_0}, \varepsilon_{ax}^0)$  par régression linéaire, et  $E^1$  et  $\nu^1$  les paramètres que l'on veut réellement connaître car ces derniers prennent en compte la déformation en début de décharge comme déformation élastique initiale, et que l'on déduit de  $(\sigma_{eq}, \varepsilon_{ax}^1)$ . On a d'autre part les relations :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ax}^0 = \varepsilon_{ax}^1 \delta(h_1) - 1 + \delta(h_1) \\ \frac{\Delta_0 V}{V_0} = \frac{\Delta_1 V}{V_1} J(V_1) - 1 + J(V_1) \end{cases} \quad (16)$$

### 5.1. Module d'Young

$$\text{On a : } \sigma_{eq} = E_0 \varepsilon_{ax}^0 + (2\nu - 1) \sigma_{rad} = E_0 \delta(h_1) \varepsilon_{ax}^1 - E_0 (1 - \delta(h_1)) + (2\nu - 1) \sigma_{rad} \quad (17)$$

Les second et troisième termes sont supposés constants, ce qui permet de calculer le module  $E_1$ , pente de la relation  $\sigma_{eq} = f(\varepsilon_{ax}^1)$  par la formule :

$$\boxed{E_1 = E_0 \delta(h_1)} \quad (18)$$

Si la déformation axiale est faible ( $\delta(h_1) \approx 1$ ), la valeur du module est peu modifiée. Ce n'est plus le cas lorsque de grandes déformations sont atteintes.

### 5.2. Coefficient de Poisson

Dans ce cas, on a à partir de (5) :

$$\frac{\Delta V}{V_1} = (1 - 2\nu_0) \varepsilon_{ax}^1 \frac{\delta(h_1)}{J(V_1)} - (1 - 2\nu_0) \frac{1 - \delta(h_1)}{J(V_1)} + \frac{1}{J(V_1)} - 1 \quad (19)$$

Seul le 1<sup>er</sup> terme n'est pas constant, ce qui permet de calculer le coefficient  $v_1$ , tel que :

$$1 - 2 v_1 = (1 - 2 v_0) \frac{\delta(h_1)}{J(V_1)} \text{ ou encore } v_1 = \frac{1}{2} - \frac{1 - 2 v_0}{2} \frac{\delta(h_1)}{J(V_1)} \quad (20)$$

### 5.3. Module de compressibilité

$$\text{On a : } \sigma_d = 3 \left( K_0 \frac{\Delta V}{V_0} + p \right) = 3 \left[ K_0 \left( \frac{\Delta V}{V_1} J(V_1) - 1 + J(V_1) \right) + p \right] \quad (21)$$

d'où la pente de la relation  $\sigma_d = f\left(\frac{\Delta V}{V_1}\right)$  et la relation corrective :

$$K_1 = K_0 J(V_1) \quad (22)$$

### 5.4. Remarque sur l'influence des mesures sur les paramètres élastiques

Si on effectue une excursion élastique entre un état 1 et un état 2, on a :

$$\begin{cases} \Delta Q = Q_1 - Q_2 \\ \Delta V = V_1 - V_2 \\ \Delta h = h_1 - h_2 \\ \Delta \sigma_d = \sigma_{d1} - \sigma_{d2} = \frac{Q_1}{V_1} - \frac{Q_2}{V_2} = Q_1 \left[ \frac{h_1}{V_1} - \frac{h_1 - \Delta h}{V_1 - \Delta V} \right] + \Delta Q \frac{h_1 - \Delta h}{V_1 - \Delta V} \\ \Delta \varepsilon_{ax} = \varepsilon_{ax}^1(1) - \varepsilon_{ax}^1(2) = \frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{\Delta h}{h_1} \\ \Delta \varepsilon_{rad} = \varepsilon_{rad}^1(1) - \varepsilon_{rad}^1(2) = 1 - \frac{r_2}{r_1} = 1 - \sqrt{\frac{V_2 h_1}{V_1 h_2}} = 1 - \sqrt{\frac{V_1 - \Delta V}{h_1 - \Delta h} \frac{h_1}{V_1}} \end{cases} \quad (23)$$

Si les déformations élastiques sont “petites” entre l'état 1 et l'état 2, on peut négliger  $\Delta h$  devant  $h_1$  et  $\Delta V$  devant  $V_1$  :

$$E \approx \frac{\Delta \sigma_d}{\Delta \varepsilon_{ax}} = \frac{\Delta Q}{\Delta h} \frac{h_1^2}{V_1} \quad (24)$$

$$v \approx \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\Delta V}{\Delta h} \frac{h_1}{V_1} \right) \quad (25)$$

$$K \approx \frac{1}{3} \frac{\Delta \sigma_d}{\Delta V} = \frac{h_1}{3} \frac{\Delta Q}{\Delta V} \quad (26)$$

$$\Delta \varepsilon^d = \Delta \varepsilon_{ax} - \Delta \varepsilon_{rad} \approx \frac{\Delta h}{h_1} + \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\Delta V}{V_1} \right) \left( 1 + \frac{\Delta h}{h_1} \right) - 1 \right] = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta h}{h_1} + \frac{\Delta V}{V_1} \right) \quad (27)$$

$$G \approx \frac{1}{3} \frac{\Delta \sigma_d}{\Delta \varepsilon^d} = \Delta Q \frac{h_1}{V_1} \frac{1}{\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta h}{h_1} + \frac{\Delta V}{V_1} \right)} = \frac{\Delta Q}{\frac{\Delta h}{h_1} + \frac{\Delta V}{V_1}} \frac{h_1}{V_1} \quad (28)$$

On constate que la détermination des paramètres élastiques dépend de la précision des mesures de force, de volume et de déplacement axial (tableau de la figure 2).

Pour déterminer le module d'Young E, la fiabilité de la mesure de variation de volume importe moins que pour les autres paramètres. En particulier, si le système de mesure de volume ne donne pas, lors de l'excursion élastique, une réponse identique en décharge et en recharge (pour des problèmes de déformation de joints par exemple), le calcul de E sera moins affecté que celui des autres paramètres. La mesure de variation de volume est sujette à caution pour des confinements  $\leq 2\text{MPa}$  (Annexe I). Sous ces confinements, il faut donc considérer avec prudence les valeurs des paramètres  $\nu$ , G, K.

On n'oubliera pas que la mesure de la variation de volume de l'échantillon est le résultat de deux autres mesures instantanées (Annexe I) : la mesure du volume d'huile expulsé de la cellule, et la mesure du déplacement du piston pénétrant dans la cellule (lequel provoque une expulsion d'huile comparable aux variations de volume de l'éprouvette).

Paramètre élastique	formule	Mesure expérimentale dont la variation influence les paramètres élastiques
Module d'Young E	$\sigma_d = E \cdot \epsilon_{ax}$	$(\Delta Q, \Delta h)$ ou $(\dot{Q}, \dot{\delta})$
Coefficient de Poisson $\nu$	Triaxial : $\frac{\Delta V}{V_0} = (1 - 2\nu) \cdot \epsilon_{ax}$ Uniaxial : $\epsilon_{rad} = -\nu \cdot \epsilon_{ax}$	Triaxial : $(\Delta V, \Delta h)$ ou $(\dot{J}, \dot{\delta})$ Uniaxial : $(\Delta p, \Delta h)$ ou $(\dot{p}, \dot{\delta})$
Module de compressibilité K	$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\sigma_m}{K}$	$(\Delta Q, \Delta V, \Delta h)$ ou $(\dot{Q}, \dot{J}, \dot{\delta})$
Module de cisaillement	$\dot{\sigma}_d = 2G (\epsilon_{ax} - \epsilon_{rad})$	$(\Delta Q, \Delta V, \Delta h)$ ou $(\dot{Q}, \dot{J}, \dot{\delta})$

**Figure 2 :** Tableau récapitulatif des mesures expérimentales permettant le calcul de paramètres élastiques.

Concernant l'essai triaxial, la stabilité de la pression est également d'importance.

## 6. Coefficients élastiques - Récapitulation

Un résumé de la méthode de détermination, lors d'un essai triaxial, du module de Young et du coefficient de Poisson est présenté. Tous les calculs et tracés de courbe sont réalisés sur le logiciel Kaleidagraph.

### A - Calculs

1 Calcul de la contrainte déviatorique de Cauchy actuelle (Annexe I)  $\sigma_d = \frac{\delta(h)}{J(V)} \left[ \frac{Q}{S_0} + p \frac{S_p}{S_0} \right]$

2 Calcul de la déformation linéarisée  $\epsilon_{ax}^0 = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{h}{h_0} - 1 = \delta(h) - 1$

3 Calcul de la variation de volume  $\frac{\Delta_0 V}{V_0} = \frac{V}{V_0} - 1 = J(V) - 1$

B - Tracés

Chargement hydrostatique

$$\sigma_m = f\left(\frac{\Delta_0 V}{V_0}\right)$$

Chargement déviatorique

$$\sigma_d = f(\epsilon_{ax})$$

$$\frac{\Delta_0 V}{V_0} = f(\epsilon_{ax}) \text{ ou } \epsilon_{rad} = f(\epsilon_{ax})$$

C - Régression linéaire

Sur les courbes de décharge, calculer

$$K_0 = \text{pente de } \sigma_m = f\left(\frac{\Delta_0 V}{V_0}\right)$$

$$E_0 = \text{pente de } \sigma_d = f(\epsilon_{ax}^0)$$

$$1 - 2\nu_0 = \text{pente de } \frac{\Delta_0 V}{V_0} = f(\epsilon_{ax}^0)$$

$$\text{ou } \nu_0 = \text{pente de } \epsilon_{rad} = f(\epsilon_{ax}^0)$$

et donner leur coefficient de corrélation.

D - Début de décharge

Détermination dans le fichier de données de la valeur de  $\delta = \frac{h}{h_0}$  et de  $J = \frac{V}{V_0}$  au début de la décharge, c'est-à-dire  $\delta(h_1)$  et  $J(h_1)$ .

E - Résultat final

Un programme calcule

$\begin{aligned} E^1 &= E^0 \delta(h_1) \\ \nu^1 &= \frac{1}{2} - \frac{1 - 2\nu^0}{2} \frac{\delta(h_1)}{J(V_1)} \end{aligned}$	(29)
--	------

à partir de (13), on détermine les autres paramètres élastiques.

**7. Exemple de détermination des paramètres élastiques en chargement déviatorique**

On trace (figure 3a) sur un graphe à deux ordonnées  $\sigma_d$  et  $\Delta V/V_0$  en fonction de  $\Delta h/h_0$  au cours d'une "excursion élastique" (cycle décharge-recharge), puis on sélectionne la partie la plus linéaire (figure 3b) pour calculer la régression linéaire des deux courbes. La pente de  $\sigma_d = f(\Delta h/h_0)$  donne le module d'Young  $E_0$ , et la pente de  $\Delta V/V_0 = f(\Delta h/h_0)$  donne  $1 - 2\nu_0$  d'où l'on tire le coefficient de Poisson  $\nu_0$ .



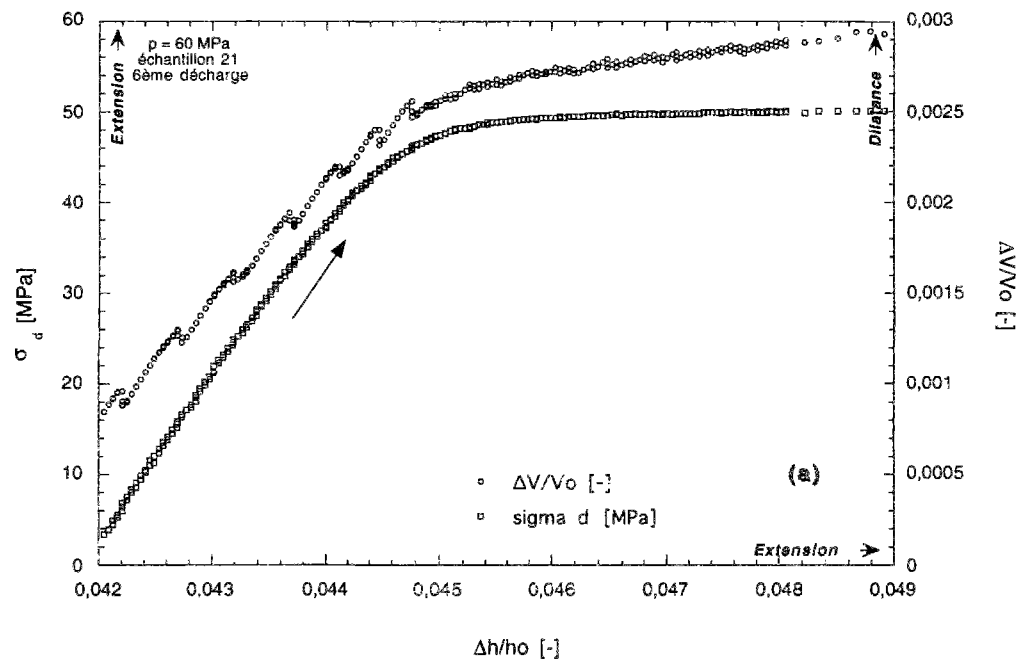


Figure 3a : Détermination du module d'Young et du coefficient de Poisson au cours d'une "excursion élastique".

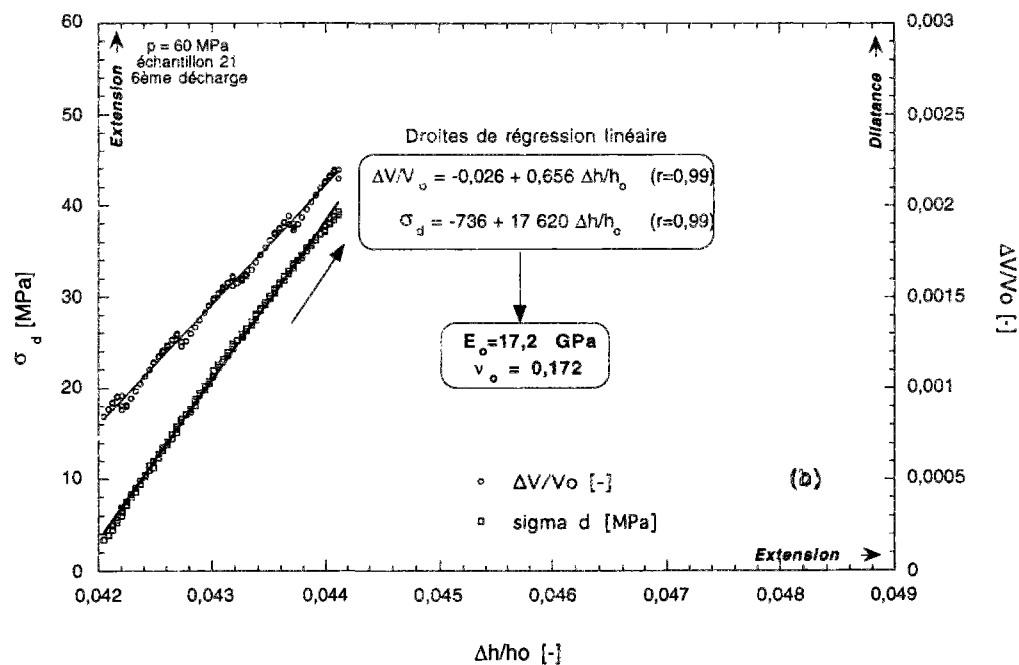


Figure 3b : Détermination du module d'Young et du coefficient de Poisson au cours d'une "excursion élastique".

8. Commentaires sur les résultats des différentes mesures de déformation

Les mesures des paramètres élastiques peuvent donner des résultats différents selon que la mesure des déformations soit locale (au centre de l'éprouvette) ou totale (sur la hauteur totale de l'éprouvette). La raison en est sans doute les effets de bords au contact du piston et de l'échantillon, qui provoquent des inhomogénéités de la répartition des contraintes et des déformations. Ceci est connu depuis longtemps, et a été calculé, dans le cas d'un cylindre élastique encastré à ses extrémité par Filon en 1901. Gramberg [1989] a repris la même théorie pour un calcul numérique.

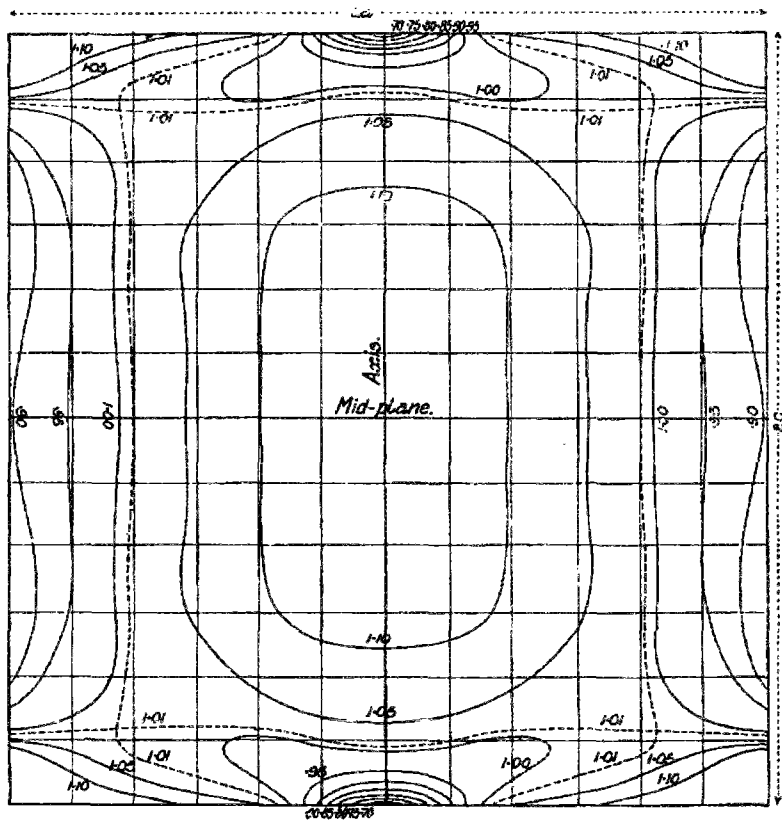
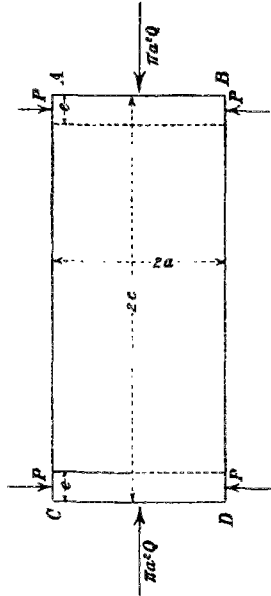
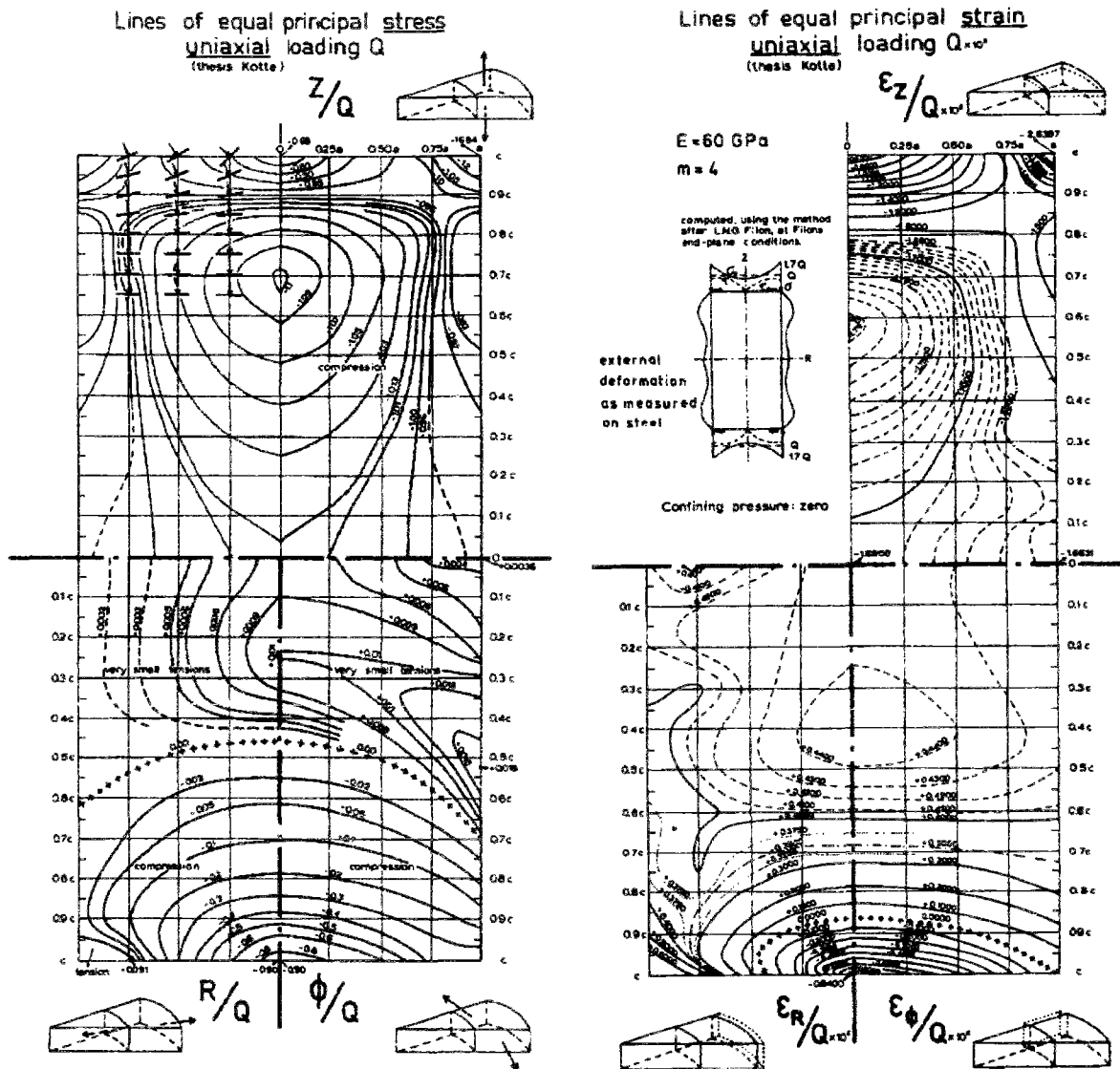


Figure 4 : Répartition des contraintes dans un corps élastique cylindrique d'élancement unitaire soumis à un chargement axial [Filon, 1901]. Aux extrémités du cylindre, les déformations radiales sont bloquées.

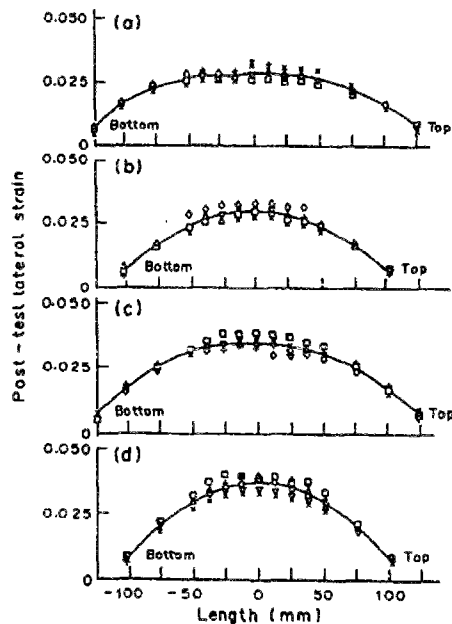




**Figure 5 :** Répartition des contraintes (à gauche) et des déformations (à droite) dans un cylindre élastique d'éclatement deux chargé axialement [Gramberg, 1989].

Les déformations sont bloquées aux extrémités. Le module d'Young vaut 60 GPa et le coefficient de Poisson 0,25. On remarquera une zone de faibles tractions des contraintes radiales (R) et orthoradiale ( $\phi$ ) au centre de l'éprouvette, atteignant au maximum 1% de la valeur de la contrainte axiale et, sur la figure de droite une zone de contraction radiale et orthoradiale au contact des embases.

Senseny et al. [1989] ont montré sur du sel pur de Avery Island (Louisiane, USA) que des échantillons d'élancement 2 se bombaient davantage que ceux dont l'élancement est 2,5 dans le cas d'essais de compression simple à vitesse de déformation axiale imposée (figures 42c et 42d), ce qui tend à montrer l'influence réduite des effets de bord au centre des éprouvettes les plus longues.



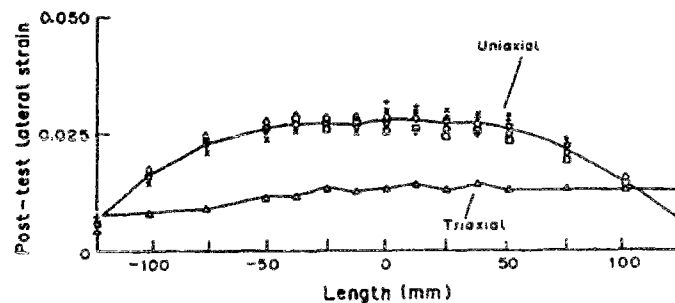
**Figure 6 :** Profil des déformations latérales d'échantillons de sel d'Avery Island, Louisiane. Échantillons de diamètre 100mm. [Senseny et al., 1989].

- (a) : contrainte constante (8,5 MPa), longueur 250 mm
- (b) : contrainte constante (8,5 MPa), longueur 200 mm
- (c) : vitesse de déformation imposée ( $10^{-6}s^{-1}$ ) longueur 250 mm
- (d) : vitesse de déformation imposée ( $10^{-6}s^{-1}$ ) longueur 200 mm

Le rayon de courbure du profil de l'éprouvette de longueur 250mm (figure 6c) est plus faible que celle de l'éprouvette de 200mm de longueur. La pression de confinement influe notablement sur la forme de l'échantillon (figure 7), dont la déformée au centre de l'éprouvette est presque plate.

**Figure 7 :** Profil des déformations latérales d'échantillons de sel d'Avery Island, Louisiane. Échantillons de diamètre 100mm, d'élancement 2,5 soumis à un essai de fluage uniaxial et triaxial à 15MPa de confinement [Senseny et al., 1989].

On constate que sous fort confinement, l'échantillon conserve approximativement une forme cylindrique.

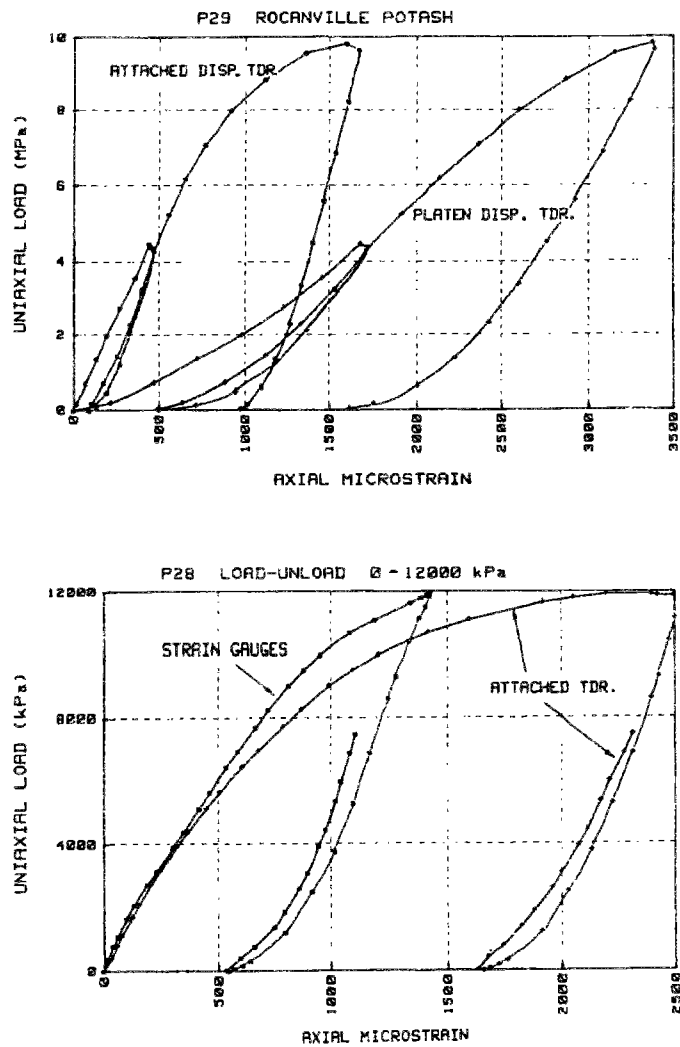


Les différentes mesures de déformation donnent des réponses différentes, selon la position des capteurs. Ainsi, sur de mêmes échantillons de sel gemme, Lajtai et Scott Duncan [1988] ont utilisé trois mesures de déformation axiale : la déformation entre les plateaux, la déformation locale déduite d'un capteur à griffe et la déformation locale déduite de jauges. Les résultats sont présentés sur la figure 8. On constate, de même que pour nos essais une différence notable de pente en décharge entre la mesure globale et les mesures locales.

**Figure 8 :** Influence des mesures de déformations axiales sur la relation contrainte-déformation [Lajtai & Scott Duncan, 1988].

La réponse d'un capteur extensométrique (attached) et de la mesure entre plateaux (platen) est présentée sur la figure du haut. Les pentes de décharge varient du simple au double.

Entre une jauge et le capteur extensométrique (figure du bas), les déformations sont différentes, mais les pentes en décharge sont semblables.



Sans entrer dans le détail de la chaîne d'acquisition et de conditionnement (pour laquelle tous les efforts possibles sont fait afin d'obtenir les meilleures mesures : codage sur 16 bits plutôt que sur 12bits, échantillonnage suffisamment fin, bonne conversion analogique-numérique, capteurs linéaires, etc....), il est important de choisir le lieu de la mesure de déformation. Plus près de l'éprouvette elle se fait, et mieux elle s'affranchira de déformations parasites dues au frottement sur les interfaces diverses. Par ailleurs, la répartition des contraintes n'est pas homogène dans l'échantillon, ce qui conduit à des différences de module d'Young selon le lieu de mesure des déformations (locale ou totale). Il est donc préférable dans l'absolu d'**effectuer les mesures de déformation** dans la zone où les effets de bords se font le moins sentir, c'est à dire **au centre de l'éprouvette**.





# ***Annexe III***

## **Compression d'un cylindre élastique en grandes déformations**

***Résumé :** On traite, par un calcul analytique, le cas d'un cylindre élastique soumis à de grandes déformations homogènes. On compare les résultats obtenus en faisant les hypothèses de compressibilité et d'incompressibilité. Ce texte est une version réactualisée de la référence [Thorel, 1992].*



## 1. Hypothèses générales

### 1.1. Géométrie et chargement

Dans sa configuration actuelle<sup>1</sup>, l'échantillon est cylindrique d'axe de révolution Oz, de rayon  $r$  et de longueur  $h$ . Dans sa configuration initiale, l'échantillon est cylindrique, de rayon  $r_0$  et de longueur  $h_0$ .

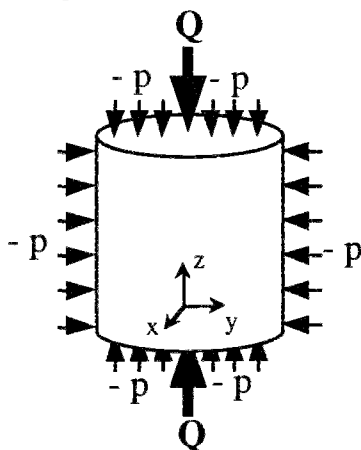


Figure 1 : Echantillon cylindrique soumis à un chargement axial  $Q$  et à un confinement  $-p$ .

L'origine du repère est située à la base de l'échantillon, l'axe  $z$  étant confondu avec l'axe de symétrie de l'échantillon.

La transformation entre les configurations initiale et actuelle est homogène<sup>2</sup>. Les vecteurs matériels colinéaires à  $\mathbf{e}_x$  et à  $\mathbf{e}_y$  le restent dans la transformation. L'échantillon cylindrique conserve sa forme.

Le champ de contrainte de Cauchy est homogène et induit par les efforts<sup>3</sup> appliqués au contour :

- deux forces axiales opposées, d'intensité  $Q$ , appliquées sur les bases;
- une pression uniforme d'intensité  $p$  ( $p > 0$ ) appliquée sur tout le contour.

Le matériau est supposé élastique isotrope homogène, de coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$  ou de Poisson  $\nu$  et de module d'Young  $E$  constants : le matériau conserve ses propriétés élastiques initiales. Par ailleurs, la température demeure constante.

On supposera également que l'évolution de l'échantillon est quasistatique (on fait varier très lentement la force appliquée de sorte qu'il y a équilibre à chaque instant).

### 1.2. Grandes déformations

On s'intéresse au comportement d'un matériau idéalement élastique subissant des déformations pour lesquelles l'hypothèse classique de l'élasticité linéaire des déformations infinitésimales<sup>4</sup> n'est pas satisfaisante.

#### 1.2.1. Tenseur des déformations

Soit  $\phi(\mathbf{X}, t)$  la fonction vectorielle liant le vecteur position  $\mathbf{X}$  de la configuration initiale au vecteur position  $\mathbf{x}$  de la configuration à l'instant  $t$  par :

$$\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X}, t) \quad (1)$$

On écrit les vecteurs positions<sup>5</sup> d'un point quelconque du cylindre :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r(t)}{r_0} X \\ \frac{r(t)}{r_0} Y \\ \frac{h(t)}{h_0} Z \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dans chaque direction, la coordonnée du vecteur position de la configuration actuelle se déduit de celle du vecteur position de la configuration initiale par une homothétie dont le rapport est celui des dimensions actuelles et initiales. Par la suite, il sera sous-entendu dans l'écriture de  $r$  et de  $h$  qu'il s'agit de  $r(t)$  et de  $h(t)$ .

On définit  $\rho = \frac{r}{r_0}$  et  $\delta = \frac{h}{h_0}$  les rapports entre le rayon actuel et le rayon initial du cylindre et entre la hauteur actuelle et la hauteur initiale.

Soit le déplacement  $\xi(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x} - \mathbf{X}$ , on a :

$$\xi(\mathbf{X}, t) = \begin{pmatrix} (\rho - 1) \cdot X \\ (\rho - 1) \cdot Y \\ (\delta - 1) \cdot Z \end{pmatrix} \quad (3)$$

On remarquera que le vecteur déplacement est défini en tout point du cylindre en fonction des coordonnées du vecteur position de la configuration initiale, et du rapport des dimensions actuelles et initiales dans les directions du repère. En particulier sur l'axe du cylindre ( $X=Y=0$ ), le vecteur déplacement est nul, ainsi que sur l'embase inférieure ( $Z=0$ ).

Le gradient du déplacement en configuration lagrangienne s'exprime par la dérivée du vecteur dé-

<sup>1</sup> L'ensemble des particules ou points matériels constituant le corps déformable étudié occupe, à chaque instant  $t$ , un ensemble de positions dans l'espace euclidien : c'est la configuration du système à l'instant  $t$ , notée  $K_t$ .

<sup>2</sup> La transformation entre la configuration de référence et la configuration actuelle est homogène s'il existe une correspondance affine entre les coordonnées des vecteurs positions  $\mathbf{X}$  (initiale) et  $\mathbf{x}$  (actuelle) :  $\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{c}$ .

<sup>3</sup> On adoptera la convention de signe de la mécanique des milieux continus :

$Q > 0$  en traction,  $Q < 0$  en compression.

<sup>4</sup> L'hypothèse des déformations infinitésimales suppose que  $\|\mathbf{e}\| \ll 1$  où  $\mathbf{e}$  est le tenseur de Green-Lagrange défini par l'équation (6). En pratique, cette hypothèse est retenue tant que le carré du module de la déformation reste inférieur à l'ordre de grandeur de la précision des calculs envisagés soit  $2$  à  $5 \cdot 10^{-2}$  [LEMAITRE ET CHABOCHE, 1985, p 48].

<sup>5</sup> Les vecteurs positions  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{x}$  s'écrivent tous les deux dans la même base orthonormée; ils décrivent la position d'un point dans la configuration initiale ou dans la configuration actuelle du système. Ils sont différents sauf si la géométrie actuelle du solide est confondue avec sa géométrie initiale (hypothèse des petits déplacements).

placement  $\xi$  par rapport aux composantes du vecteur position initiale  $\underline{X}$  :

$$(\underline{\nabla \xi})_{ij} = \frac{\partial \xi_i}{\partial X_j} \quad (4)$$

soit :

$$\underline{\nabla \xi}(\underline{X}, t) = \begin{pmatrix} \rho - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta - 1 \end{pmatrix} \quad (4 \text{ bis})$$

On constate que, pour une configuration donnée, c'est à dire pour un état de déformation défini par  $r$  et  $h$ , le gradient du déplacement est constant dans l'échantillon.

Soit  $\underline{F}(\underline{X}, t)$  le gradient de la transformation :

$$\underline{F} = \underline{\nabla \phi} = \underline{1} + \underline{\nabla \xi}(\underline{X}, t) = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & \delta \end{pmatrix} \quad (5)$$

Le tenseur des déformations de Green-Lagrange s'écrit :

$$\underline{e}(\underline{X}, t) = \frac{1}{2} (\underline{tF} \cdot \underline{F} - \underline{1}) \quad (6a)$$

ou :

$$\underline{e}(\underline{X}, t) = \frac{1}{2} (\underline{\nabla \xi} + \underline{t \nabla \xi} + \underline{\nabla \xi} \cdot \underline{\nabla \xi}) \quad (6b)$$

Nous récapitulons ci-dessous les formules des tenseurs de déformation ainsi que leur trace :

$$\underline{e} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \rho^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta^2 - 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\text{tr } \underline{e} = \rho^2 + \frac{1}{2} \delta^2 - \frac{3}{2} \quad (8)$$

$$\underline{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \rho - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta - 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\text{tr } \underline{\varepsilon} = 2\rho + \delta - 3 \quad (10)$$

On remarque que le tenseur des déformations de Green-Lagrange  $\underline{e}$  (et a fortiori  $\underline{\varepsilon}$ ) est identique pour tous les points de l'échantillon; ceci est dû à l'hypothèse d'homogénéité des déformations. Le tenseur  $\underline{e}$  n'est nul en aucun point de l'échantillon, sauf dans la configuration initiale ( $r=r_0$ ) où il est partout nul; cela n'est pas incompatible avec l'existence de zones où le déplacement soit nul. Une grandeur (le déplacement  $\xi$ , par exemple) peut s'annuler sur un ensemble de points sans que son gradient (ou une combinaison de celui-ci, par exemple  $\underline{e}$ ) y soit nul.

### 1.2.2. Tenseurs des contraintes

Le champ de contrainte de Cauchy étant induit par les efforts appliqués au contour, on a :

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p + \frac{\sigma_0}{\rho^2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

avec :  $S_0$  = section initiale de l'échantillon  
 $p$  = pression de fluide ( $\geq 0$ )  
 $Q$  = force axiale exercée par la presse

$$\sigma_0 = Q/S_0$$

On vérifie bien entendu l'équation d'équilibre  $\text{div } \underline{\sigma} = \underline{0}$ . Pour un chargement donné sur les contours, le champ de contrainte est identique en tout point de l'échantillon; cela provient des hypothèses écrites en 1.1.

La dilatation volumique  $\frac{V}{V_0}$  s'exprime par le Jaco-

bien de la transformation :

$$J(\underline{X}, t) = \det \underline{F}(\underline{X}, t) = \rho^2 \delta \quad (12)$$

Le tenseur de Piola-Kirschhoff s'exprime en fonction du tenseur de Cauchy :

$$\underline{\pi}(\underline{X}, t) = J(\underline{X}, t) (\underline{F}^{-1}(\underline{X}, t) \underline{\sigma}(\underline{\phi}(\underline{X}, t)) \underline{tF}^{-1}(\underline{X}, t)) \quad (13)$$

D'où, finalement :

$$\underline{\pi}(\underline{X}, t) = \begin{pmatrix} -p\delta & 0 & 0 \\ 0 & -p\delta & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_0}{\delta} - \frac{p\rho^2}{\delta} \end{pmatrix} \quad (13 \text{ bis})$$

**Remarque** : Dans le cas de l'hypothèse des petits déplacements<sup>6</sup>, il y a quasi-identité entre les tenseurs des contraintes de Cauchy et de Piola-Kirchhoff. On retrouve ce résultat si  $\rho \approx 1$  et  $\delta \approx 1$ .

## 2. Potentiels

Dans de nombreux domaines, il existe des potentiels d'énergie indépendants du temps dont dérivent des forces. On dit que le système est conservatif, par opposition aux systèmes dissipatifs pour lesquels la puissance réelle des efforts est négative ou nulle. En mécanique, la première illustration d'un potentiel qui vient à l'esprit est celle de l'énergie potentielle d'une chute d'eau : plus elle est haute et plus l'énergie fournie à sa base est importante. D'autres exemples utiles seront présentés : le cas du ressort et la généralisation au potentiel élastique, celui de la force appliquée à un corps produisant un déplacement, ou encore celui de la pression hydrostatique.

Le potentiel sera choisi tel qu'il s'annule dans l'état d'équilibre initial.

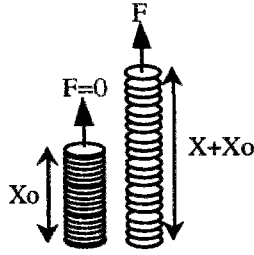
### 2.1. Ressort

La force appliquée à un ressort est proportionnelle au déplacement engendré par rapport à la position d'équilibre initiale :  $F = kX$  où  $k$  est la rigidité du ressort. La force de rappel opposée à  $F$  dérive du potentiel

$$V = \frac{1}{2} k X^2 \quad (14)$$

qui ne dépend que d'une seule variable.

<sup>6</sup>L'hypothèse des petits déplacements (qui n'implique pas celle de la transformation infinitésimale) a pour but de pouvoir confondre dans la position du problème, au même ordre de grandeur que celui accepté pour les autres hypothèses (transformation infinitésimale, déformation infinitésimale,...) la géométrie du solide avec sa géométrie initiale : on confondra  $\underline{x}$  et  $\underline{X}$ .



**Figure 2 :** Allongement d'un ressort sous l'action d'une force.

Ce potentiel traduit la réponse du ressort (à une sollicitation extérieure) : il s'agit d'une énergie d'efforts internes.

## 2.2. Potentiel élastique

Par analogie au potentiel élastique du ressort, le potentiel élastique (volumique) d'un corps s'écrit :

$$V_1 = \frac{1}{2} \underline{\underline{e}} : \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{e}} \quad (15)$$

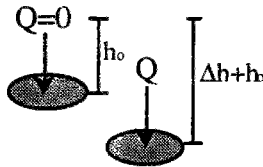
Ce qui se simplifie dans le cas d'un corps isotrope (deux constantes d'élasticité seulement) :

$$V_1 = \frac{\lambda}{2} \left( \text{tr} \begin{pmatrix} \underline{\underline{e}} \\ \underline{\underline{e}} \end{pmatrix} \right)^2 + \mu \text{tr} \begin{pmatrix} \underline{\underline{e}} \\ \underline{\underline{e}} \end{pmatrix}^2 \quad (16)$$

Ce potentiel s'exprime en Pascal [Pa] ou en Joule par mètre cube [J.m<sup>-3</sup>]. Il s'annule dans le cas des déformations nulles. La loi de comportement dérive de ce potentiel.

## 2.3. Potentiel d'une force appliquée sur une surface plane

Une force  $Q$  appliquée sur une surface plane d'aire  $A$  provoque un déplacement  $\Delta h$  par rapport à la position initiale dans la direction d'application de la force.



**Figure 3 :** Déplacement d'un élément de surface sous l'effet d'une force normale. Ce déplacement

peut se traduire par une déformation  $\frac{\Delta h}{h_0}$ .

Si l'on veut exprimer le potentiel en Pascal, on écrira :

$$V_2 = \frac{Q}{A} \frac{\Delta h}{h_0} \quad (17)$$

Ce potentiel s'annule soit pour une force appliquée nulle, soit pour une déformation nulle.

## 2.4. Potentiel hydrostatique

Ce potentiel lie l'action d'une pression exercée sur un corps et le volume de ce dernier. Un corps de volume initial  $V_0$  soumis à une pression  $-p$  engendrant une variation de volume  $\Delta V$  aura comme potentiel :

$$V_3 = + p \frac{\Delta V}{V_0} \quad (18)$$

C'est le produit de la pression et de la variation de volume.

## 2.5. Cas du cylindre

Le comportement d'un cylindre élastique vérifiant les conditions d'homogénéité (transformation homogène, conservation de la forme, évolution quasi-statique) soumis à une force axiale  $Q$  et à un confinement  $-p$ , peut aussi dériver d'un potentiel égal à la somme du potentiel élastique, du potentiel "force axiale" et du potentiel "pression de confinement" :

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (19)$$

Le potentiel élastique s'écrit :

$$V_1 = \frac{1}{2} \left[ \rho^4 (\lambda + \mu) - \rho^2 (3\lambda + 2\mu) + \lambda \rho^2 \delta^2 + \frac{\delta^4}{4} (\lambda + 2\mu) - \frac{\delta^2}{2} (3\lambda + 2\mu) + \frac{3}{4} (3\lambda + 2\mu) \right] \quad (20)$$

ou :

$$V_1 = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ \frac{\rho^4}{2} - \rho^2 (1+\nu) + \nu \rho^2 \delta^2 + \frac{\rho^4}{4} (1-\nu) - \frac{\delta^2}{2} (1+\nu) + \frac{3}{4} (1+\nu) \right] \quad (20\text{bis})$$

Le potentiel de la force extérieure  $Q$   $\underline{\underline{e}}_z$  appliquée sur la surface  $\pi r^2 \underline{\underline{e}}_z$  provoquant un déplacement par rapport à la position d'équilibre initial  $1-\delta$ . Le chargement  $Q$  provoque également un déplacement radial dont la direction est orthogonale à  $Q$ , ce qui implique un travail nul n'intervenant pas dans l'écriture du potentiel. Le potentiel "force axiale" s'écrira :

$$V_2 = (1-\delta) \frac{Q}{\pi r_0} \quad (21)$$

Quant au potentiel "pression de confinement", on le notera :

$$V_3 = p \frac{\Delta V}{V_0} = p (J-1) = p (\rho^2 \delta - 1) \quad (22)$$

où  $J$  est le jacobien de la transformation.

## 3. Matériau compressible

### 3.1. Loi de comportement

Il existe de nombreuses lois de comportement élastiques en grandes déformations, parmi lesquelles nous avons retenu la plus simple. On considère la loi de comportement en thermoélasticité isotrope (2 coefficients d'élasticité) [Salençon, 1989] :

$$\underline{\underline{\pi}} = \pi^0 \underline{\underline{1}} + \lambda.(\text{tr} \underline{\underline{e}}) \underline{\underline{1}} + 2.\mu.\underline{\underline{e}} - k.\tau.\underline{\underline{1}} \quad (23)$$

où l'on suppose que l'état initial des contraintes est l'état naturel (contraintes au repos nulles :  $\pi^0=0$ ), et que la température est constante ( $\tau=0$ ).

Il reste :

$$\underline{\underline{\pi}} = \lambda.(\text{tr} \underline{\underline{e}}) \underline{\underline{1}} + 2.\mu.\underline{\underline{e}} \quad (24)$$

c'est à dire un système de deux équations déduit de (7), (8), (13) et (24) :

$$\begin{cases} -p \delta = (\lambda + \mu) (\rho^2 - 1) + \frac{\lambda}{2} (\delta^2 - 1) \\ \frac{Q}{\pi r_0^2 \delta} = \lambda.(\rho^2 - 1) + \frac{\lambda + 2\mu}{2} (\delta^2 - 1) + p \frac{\rho^2}{\delta} \end{cases} \quad (25)$$

ou

$$\begin{cases} \frac{-2p}{E} (1+v)(1-2v) \delta = (\rho^2 - 1) + v(\delta^2 - 1) \\ \frac{2Q}{E \pi r_0^2} (1+v)(1-2v) \frac{1}{\delta} = 2v(\rho^2 - 1) \quad (25\text{bis}) \\ + (1-v)(\delta^2 - 1) + \frac{2p}{E} (1+v)(1-2v) \frac{\rho^2}{\delta} \end{cases}$$

En éliminant  $\rho$  dans l'une des équations, et en transformant légèrement l'autre, il reste :

$$\begin{cases} \rho^2 + v \left( \delta + \frac{p(1+v)(1-2v)}{E} \right)^2 = 1 + v \\ + \frac{(1+v)^2 (1-2v)^2}{v} \left( \frac{p}{E} \right)^2 \\ \frac{2Q}{E \pi r_0^2} = \frac{2p}{E} (1+v) + \delta^3 - 6v \frac{p}{E} \delta^2 \\ - \left( 1 + (1+v)(1-2v) \left( \frac{2p}{E} \right)^2 \right) \delta \end{cases} \quad (26)$$

Le système (26) apporte deux informations :

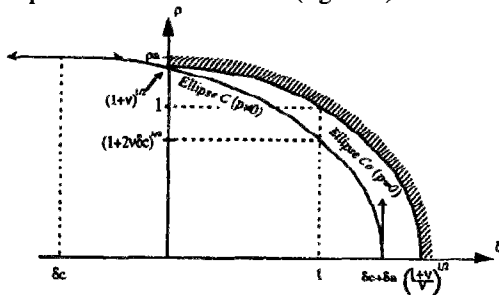
• Les allongements relatifs  $\rho$  et  $\delta$  sont liés par une relation représentant dans le plan  $(\delta, \rho)$  une ellipse de centre C :

$$\begin{cases} \rho_c = 0 \\ \delta_c = -\frac{p}{E} \frac{(1+v)(1-2v)}{v} \end{cases}$$

et de demi-axes :

$$\begin{cases} \rho_a = \sqrt{1 + v + \frac{1}{v} \left( \frac{p}{E} (1+v)(1-2v) \right)^2} \\ \delta_a = \sqrt{\frac{1+v}{v} + \left( \frac{p}{E} \frac{(1+v)(1-2v)}{v} \right)^2} \end{cases}$$

On définit ainsi dans le plan  $(\delta, \rho)$  la trajectoire des positions d'équilibre qui, dans le cas présent dépend de la pression de confinement (figure 4).



**Figure 4 :** Relation entre les paramètres  $\delta$  et  $\rho$  illustrant la première équation du système (27). Seule la partie de l'ellipse située dans le premier quadrant doit être retenue. Si  $p=0$  (confinement nul), on a  $\delta_c=0$  et un quart entier de l'ellipse se trouve dans le premier quadrant. On remarquera que les valeurs admissibles de  $p$  et de  $\delta$  sont bornées:  $p \in ]0, \sqrt{1+v}]$  et  $\delta \in ]0, \delta_c + \delta_a]$ . Le côté hachuré de l'ellipse  $C_0$  correspond aux valeurs négatives de la pression de confinement, ce qui n'est pas physiquement admissible.

• Tout point de l'ellipse de la figure 4, situé dans le premier quadrant du plan  $(\delta, \rho)$ , doit aussi vérifier la relation :

$$f(\delta) = \delta^3 - 6v \frac{p}{E} \delta^2 + \frac{2p}{E} (1+v) - \frac{2Q}{E \pi r_0^2} - \left( 1 + (1+v)(1-2v) \left( \frac{2p}{E} \right)^2 \right) \delta \quad (27)$$

L'équation (27) fournit le paramétrage de la trajectoire en fonction du paramètre de chargement : la force  $Q$ .

On se propose d'étudier cette fonction dans le but de connaître l'existence de solutions réelles positives de  $\delta$ .

### 3.2. Equilibre du cylindre

Les efforts intérieurs et extérieurs dérivent de potentiels  $V_i$  par l'intermédiaire de paramètres géométriques. Les variables associées à  $Q$  et  $p$  sont respectivement  $\delta$  et  $\frac{\Delta V}{V}$ . Compte tenu de la géométrie du

cylindre, deux paramètres suffisent pour décrire celle-ci. On choisira  $p$  et  $\delta$ , mais il aurait été équivalent de prendre  $\delta$  et  $J$  ou encore  $p$  et  $J$ .

L'équilibre est défini par la nullité de la résultante des forces de masse, soit analytiquement :

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = \frac{\partial V}{\partial \delta} = 0 \quad (28)$$

L'équilibre vérifie la stationnarité du potentiel.

Posons  $E' = \frac{E}{(1+v)(1-2v)}$ . On obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial \rho} = \rho E' \left[ \rho^2 + v \delta^2 - 1 - v + \frac{2p}{E'} \delta \right] = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \delta} = \frac{\delta E'}{2} \left[ 2v \rho^2 + (1-v) \delta^2 - 1 - v \right. \\ \left. + \frac{2p}{E'} \frac{\rho^2}{\delta} - \frac{2Q}{E' \pi r_0^2} \frac{1}{\delta} \right] = 0 \end{cases} \quad (29)$$

Puisque les cas  $p=0$  (étirement infini) et  $\delta=0$  (écrasement total) sont a priori physiquement exclus, le système précédent revient à :

$$\begin{cases} \frac{2p}{E'} \delta = -\rho^2 - v \delta^2 + 1 + v \\ \frac{2Q}{E' \pi r_0^2} \frac{1}{\delta} = 2v \rho^2 + (1-v) \delta^2 - 1 - v + \frac{2p}{E'} \frac{\rho^2}{\delta} \end{cases} \quad (30)$$

On retrouve ici les équations d'équilibre (25bis) écrites à partir de la loi de comportement.

### 3.3. Stabilité

Une condition suffisante pour que le potentiel total  $V$  soit minimum est que la force quadratique déterminée par la matrice des dérivées secondes soit définie positive [Bérest, 1992]. Sous chargement conservatif, cette condition est également nécessaire.

Cette condition équivaut à la positivité stricte de toutes les valeurs propres de la matrice, qui existent et sont réelles car la matrice est symétrique.

Dans notre cas où il n'y a que deux paramètres, la positivité stricte de toutes les valeurs propres se traduit par la positivité de la somme et du produit des racines du polynôme caractéristique soit :

$$\begin{cases} D' = \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \delta^2} > 0 \\ D = \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \delta^2} - \left( \frac{\partial^2 V}{\partial \delta \partial \rho} \right)^2 > 0 \end{cases} \quad (31)$$

La seconde inéquation du système (31) traduit la positivité du déterminant. La nullité du déterminant définit l'équation de la frontière entre les domaines stables et instables. Dans le plan  $(\delta, \rho)$ , l'intersection des deux domaines définis par les inégalités du système (31) donnera la zone d'équilibres stables.

Les dérivées secondes s'expriment par :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} = E' \left[ 3 \rho^2 + v \delta^2 - 1 - v + \frac{2p}{E'} \delta \right] \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \delta^2} = \frac{E'}{2} [2 v \rho^2 + 3 (1 - v) \delta^2 - 1 - v] \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \delta \partial \rho} = \rho E' \left[ 2 v \delta + \frac{2p}{E'} \right] \end{cases} \quad (32)$$

Si l'on élimine  $p$  à l'aide de la première équation d'équilibre du système (25), il vient :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} = 2 E' \rho^2 \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \delta^2} = \frac{E'}{2} [2 v \rho^2 + 3 (1 - v) \delta^2 - 1 - v] \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \delta \partial \rho} = \rho E' \left[ v \delta + \frac{1 + v - \rho^2}{\delta} \right] \end{cases} \quad (33)$$

Ces formules sont valables pour tous les cas de chargement. La condition de stabilité s'exprimera par  $D > 0$  et  $D' > 0$  où :

$$\begin{cases} D = E'^2 \rho^2 \left[ 2 v \rho^2 + 3 (1 - v) \delta^2 - 1 - v - \frac{1}{\delta^2} (v \delta^2 + 1 + v - \rho^2)^2 \right] \\ D' = E'^2 \left[ (2 + v) \rho^2 + \frac{3}{2} (1 - v) \delta^2 - \frac{1 + v}{2} \right] \end{cases} \quad (34)$$

On constate que  $D > 0$  à l'état initial ( $\rho = \delta = 1$ ). La deuxième équation s'annule en décrivant dans le plan  $(\delta, \rho)$  une ellipse  $D' = 0$  :

$$(2 + v) \rho^2 + \frac{3}{2} (1 - v) \delta^2 = \frac{1 + v}{2} \quad (35)$$

de centre  $\delta = \rho = 0$  et de demi-axes

$$\begin{cases} \delta_0 = \sqrt{\frac{1 + v}{3 (1 - v)}} \\ \rho_0 = \sqrt{\frac{1 + v}{2 (2 + v)}} \end{cases}$$

Dans le plan  $(\delta^2, \rho^2)$ , c'est une droite d'équation :

$$\rho^2 = -\frac{3}{2} \frac{1 - v}{(2 + v)} \delta^2 + \frac{1 + v}{2 (2 + v)} \quad (36)$$

La zone instable se situera au moins à l'intérieur de l'ellipse dans le plan  $(\delta, \rho)$  ou sous la droite dans le plan  $(\delta^2, \rho^2)$ . Nous allons maintenant étudier la frontière entre les états stables et instables, c'est à dire la nullité de  $D$ .

L'équation (34) montre que  $D$  s'annule pour  $\rho = 0$ , cas de l'étirement infini, qui n'est pas admissible physiquement.

Dans l'état initial ( $\rho = \delta = 1$ ),  $D = 2(1 + v)(1 - 2v)E'^2$  est positif pour les valeurs usuelles de  $v$ .  $D$  est négatif lorsque  $\rho \rightarrow +\infty$ , ou lorsque  $\delta \rightarrow 0$ , c'est à dire lorsque le cylindre est écrasé. Dans le cas de l'étirement axial ( $\rho \rightarrow 0$ ,  $\delta \rightarrow +\infty$ ) on ne peut conclure dans le cas général.

A partir l'état initial, on constate qu'une instabilité apparaîtra donc nécessairement aussi bien en traction qu'en compression. Nous envisagerons dans un premier temps le cas du chargement hydrostatique puis du chargement uniaxial, puis enfin la combinaison de ces deux types de chargement dans un cas général.

### 3.3.1. Cas hydrostatique $Q=0$

A partir d'une pression initiale nulle, on augmente la pression de confinement, ce qui entraîne a priori un trajet de chargement allant dans le sens de la diminution des deux paramètres géométriques.

#### 3.3.1.1 Equilibre et trajets de chargement

Dans ce cas, les équations d'équilibre deviennent :

$$\begin{aligned} \rho^2 + v \left( \delta + \frac{p}{E} \frac{(1 + v)(1 - 2v)}{v} \right)^2 \\ = 1 + v + \frac{(1 + v)^2 (1 - 2v)^2}{v} \left( \frac{p}{E} \right)^2 \\ (p^2 - 1 + v (\delta^2 - 1)) \frac{\rho^2}{\delta^2} = \end{aligned} \quad (37)$$

$$2v (p^2 - 1) + (1 - v) (\delta^2 - 1)$$

ou encore :

$$\begin{aligned} \rho^2 + v \left( \delta + \frac{p}{E} \frac{(1 + v)(1 - 2v)}{v} \right)^2 \\ = 1 + v + \frac{(1 + v)^2 (1 - 2v)^2}{v} \left( \frac{p}{E} \right)^2 \end{aligned} \quad (38)$$

La première équation de (38) se traduit dans le plan  $(\delta, \rho)$  par l'ellipse définie par :

$$\text{centre } C \begin{cases} \rho_c = 0 \\ \delta_c = -\frac{p}{E} \frac{(1 + v)(1 - 2v)}{v} \end{cases} \quad \text{demi-axes}$$

$$\text{selon } \rho : \rho_a = \sqrt{1 + v + \frac{1}{v} \left( \frac{p}{E} (1 + v)(1 - 2v) \right)^2}$$

$$\text{selon } \delta : \delta_a = \sqrt{\frac{1 + v}{v} + \left( \frac{p}{E} \frac{(1 + v)(1 - 2v)}{v} \right)^2}$$

La deuxième équation décrit un trajet qui, pour les valeurs admissibles de  $p$  et  $\delta$  se décompose en deux éléments distincts :

- la droite bissectrice  $\rho = \delta$ ;
- l'ellipse de centre E ( $\rho = \delta = 0$ ) et de demi-axes :  

$$\begin{cases} \text{selon } \rho : & \rho_e = \sqrt{1+v} \\ \text{selon } \delta : & \delta_e = \sqrt{\frac{1+v}{1-v}} \end{cases} \quad (39)$$

Un état d'équilibre sera défini par l'intersection entre l'ellipse C et soit la bissectrice, soit l'ellipse E.

On remarquera quelques points particuliers :

- l'ellipse E et la bissectrice s'intersectent en

$$\rho = \delta = \sqrt{\frac{1+v}{2-v}}$$

- l'ellipse C et la bissectrice s'intersectent en

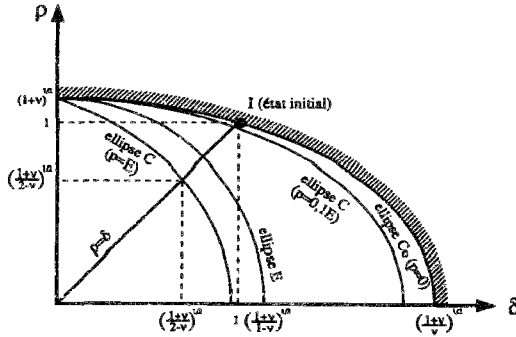
$$\rho = \delta = \frac{-p}{E} (1-2\nu) + \sqrt{1 + \left( \frac{-p}{E} (1-2\nu) \right)^2},$$

- l'ellipse C coupe l'axe des ordonnées en  $\sqrt{1+v}$ , et ce quel que soit la pression p,

- l'intersection des ellipses C et E sur la bissectrice se produit pour une valeur de la pression de

$$\text{confinement } \frac{p}{E} = \frac{1}{2\sqrt{(2-\nu)(1+\nu)}}.$$

Une illustration des différentes équations dans le plan  $(\delta, \rho)$  est présentée sur la figure 5.



**Figure 5 :** Représentation dans le plan  $(\delta, \rho)$  des différentes relations du comportement sous chargement hydrostatique d'un cylindre élastique idéal. On constate qu'à partir de l'état initial I, le chargement en compression (la "traction" n'étant pas admissible) suit une relation linéaire dans le plan des paramètres de chargement. Le cylindre se déforme autant radialement qu'axialement. L'influence de la pression de confinement p se fait sentir par le "mouvement" de l'ellipse C vers les  $\delta$  plus petits au fur et à mesure que la pression augmente. Seule une zone proche de l'ellipse  $C_0$  pourrait concerner les roches.

Pour ce dessin, le coefficient de Poisson  $\nu$  a été choisi égal à 0,3.

### 3.3.1.2 Stabilité

Deux trajets de chargement sont possibles dans le plan  $(\delta, \rho)$  : celui de la bissectrice et celui de l'ellipse E (l'un ou l'autre devant par ailleurs intersecter l'ellipse C dont la position est variable).

#### • Trajet bissectrice $\rho = \delta$

Dans ce cas, on a :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} = 2 E' \delta^2 \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \delta^2} = \frac{E'}{2} [(3-\nu) \delta^2 - 1 - \nu] \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \delta \partial \rho} = E' [(\nu-1) \delta^2 + 1 + \nu] \end{cases} \quad (40)$$

L'inéquation traduisant la stabilité de l'équilibre donnera :

$$D = E'^2 (1+\nu) [\delta^4 (2-\nu) + \delta^2 (1-2\nu) - 1 - \nu] > 0 \quad (41)$$

soit, en factorisant :

$$D = E'^2 (1+\nu) (2-\nu) \left( \delta^2 - \frac{1+\nu}{2-\nu} \right) (\delta^2 + 1) > 0 \quad (41 \text{ bis})$$

Le trajet sera stable tant que :

$$\sqrt{\frac{1+\nu}{2-\nu}} < \delta \quad (42)$$

Le trajet de chargement selon la bissectrice est donc stable jusqu'à l'intersection avec l'ellipse E.

#### • Trajet ellipse E $\rho^2 = 1+\nu - \delta^2 (1-\nu)$

Dans ce cas, l'inéquation (32) devient :

$$D = E'^2 \rho^2 [\delta^2 (2\nu^2 - 5\nu + 2) + (1-2\nu)(1+\nu)] > 0 \quad (43)$$

ou encore :

$$D = -E'^2 (1-\nu) (2-\nu) (1-2\nu) \left( \delta^2 - \frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \left( \delta^2 - \frac{1+\nu}{2-\nu} \right) > 0 \quad (43 \text{ bis})$$

Le trajet est stable si l'inégalité est vérifiée, c'est à dire pour :

$$\sqrt{\frac{1+\nu}{2-\nu}} < \delta < \sqrt{\frac{1+\nu}{1-\nu}} \quad (44)$$

#### • Conclusion

A partir de l'état initial, lorsque la pression de confinement augmente, le trajet de chargement suivi dans un premier temps est celui de la bissectrice du plan  $(\delta, \rho)$ . Ce trajet devient instable dès que  $\delta$  atteint  $\sqrt{\frac{1+\nu}{2-\nu}}$  ce qui correspond à une pression

normalisée de  $\frac{p}{E} = \frac{1}{2\sqrt{(2-\nu)(1+\nu)}}$ . Pour  $\nu=0,3$  la pression normalisée devrait être de 0,33 environ, ce qui n'est expérimentalement pas facilement réalisable. Le chemin alternatif lorsque cette pression est atteinte correspondrait à l'ellipse E. Il s'agit bien d'une bifurcation car les deux trajets de chargement vérifient les équations d'équilibre (36).

### 3.3.1.3 Pression de confinement

En reprenant la première équation du système (36), on peut exprimer la pression de confinement en fonction du déplacement relatif  $\delta$  selon le trajet de chargement suivi.

• **Trajet bissectrice  $\rho=\delta$**

Dans ce cas, la pression normalisée devient alors :

$$\frac{p}{E} = \frac{1}{2(1-2\nu)} \left( \frac{1}{\delta} - \delta \right) \quad (45)$$

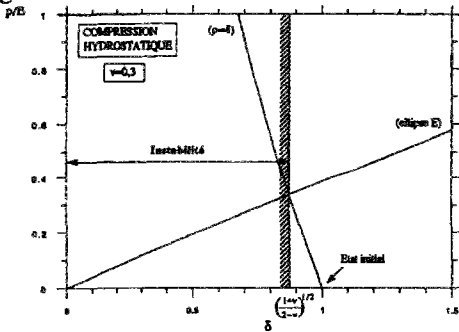
• **Trajet ellipse  $E \rho^2 = 1 + \nu - \delta^2 (1 - \nu)$**

La pression normalisée devient :

$$\frac{p}{E} = \frac{\delta}{2(1+\nu)} \quad (46)$$

• **Conclusion**

La pression suit une relation non-linéaire en fonction du déplacement axial tant que les variations de rayon  $\rho$  et de hauteur  $\delta$  sont égales, puis la relation devient linéaire après une bifurcation (le trajet de chargement dans le plan  $(\rho, \delta)$  devenant quant à lui elliptique). Les relations (45) et (46) font l'objet de la figure 6.



**Figure 6 :** Variation de la pression normalisée de confinement en fonction du déplacement axial relatif lors d'un chargement en compression triaxiale.

A partir de l'état initial ( $p=0$ ,  $\delta=1$ ), l'augmentation de la pression engendre une diminution de la hauteur de l'échantillon dans les mêmes proportions que la diminution de rayon ( $\rho=\delta$ ). Puis pour la valeur du

déplacement relatif  $\delta = \sqrt{\frac{1+\nu}{2-\nu}}$  correspondant à  $\frac{p}{E}$

$= \frac{1}{2\sqrt{(2-\nu)(1+\nu)}}$  apparaît une bifurcation qui im-

pose un changement de trajet de chargement (ellipse E) pour demeurer dans un état d'équilibre stable. Le long de ce second trajet de chargement, la relation  $p=p(\delta)$  est linéaire.

Les contraintes géostatiques à grande profondeur représentent des valeurs de  $p/E$  de l'ordre de  $10^{-3}$ , ce qui ne concerne que des états proches de l'état initial. Par exemple en prenant  $E=30\text{GPa}$ , une profondeur de 3000m et un gradient de contrainte géostatique de 0,027MPa/m, on trouve  $\frac{p}{E} = 2,7 \cdot 10^{-3}$ . La bifurcation élastique selon nos hypothèses liée à un chargement hydrostatique ne semble pas pouvoir se produire pour les contraintes subies par des roches en place.

**3.3.1.4 Compression hydrostatique en petites déformations**

En utilisant la loi de comportement élastique isotrope linéarisée :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda \left( \text{tr } \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (47)$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  et  $\underline{\underline{\sigma}}$  sont donnés par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \rho-1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho-1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta-1 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad (48)$$

on obtient les équations d'équilibre :

$$\begin{cases} -p = 2(\lambda + \mu)(\rho - 1) + \lambda(\delta - 1) \\ -p = 2\lambda(\rho - 1) + (\lambda + 2\mu)(\delta - 1) \end{cases} \quad (49)$$

Ces deux équations d'équilibre ne sont vérifiées pour toute pression  $p$  et pour tout paramètres élastiques  $\lambda$  et  $\mu$  que si  $\rho=\delta$ .

La relation entre  $p$  et  $\delta$  devient :

$$p = \left( 3\lambda + 2\mu \right) \left( 1 - \delta \right) \quad \text{ou}$$

$$\frac{p}{E} = \frac{1}{(1-2\nu)} (1 - \delta) \quad (50)$$

Cette expression n'est autre que la tangente à la relation (45) obtenue en grandes déformations pour  $\delta=1$ .

**3.3.2. Compression simple  $p=0$**

Dans ce cas seule une force axiale est appliquée sur les bases de l'échantillon.

**3.3.2.1 Equilibre et trajets de chargement**

Les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\begin{cases} \rho^2 + \nu \delta^2 = 1 + \nu \\ \frac{2Q}{E \pi r_0^2} = \delta^3 - \delta \end{cases} \quad (51)$$

**3.3.2.2 Stabilité**

On remplace  $\rho$  dans l'équation (30) définissant D en utilisant la première équation de comportement du système (33).

On obtient :

$$D = E^2 \rho^2 \left[ \delta^2 (3 - 3\nu - 6\nu^2) + (1 + \nu)(1 - 2\nu) \right] \quad (52)$$

ou encore :

$$D = E^2 (1 + \nu)(1 - 2\nu)(1 + \nu - \nu \delta^2)(3\delta^2 - 1) \quad (52\text{bis})$$

La stabilité est assurée tant que  $D > 0$ ; c'est à dire si :

$$\frac{1}{\sqrt{3}} < \delta < \sqrt{\frac{1+\nu}{\nu}} \quad (53)$$

Ces résultats indiquent que l'équilibre d'un échantillon cylindrique élastique idéal soumis à un chargement contrôlé en force présente un équilibre instable :

- en traction lorsque  $\delta = \sqrt{\frac{1+\nu}{\nu}}$ , ce qui implique  $\rho=0$  (étirement infini). Cette condition traduit

un état limite difficilement concevable physiquement;

- en **compression**, pour une valeur  $\delta_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$  indépendante des propriétés du matériau. Pour cette valeur, la force appliquée atteint un extremum

$$Q = Q_L = -\frac{E\pi r_0^2}{3\sqrt{3}}, \text{ et } \rho_0 = \sqrt{\frac{3+2\nu}{3}}.$$

• Que se passe-t-il après la perte de stabilité de l'équilibre?

Supposons atteinte la valeur du chargement en compression ( $Q = -Q_L$ ) pour laquelle le déterminant s'annule, c'est à dire pour laquelle l'équilibre atteint est instable. A partir de ce chargement, examinons les cas possibles.

Si  $Q$  décroît en valeur absolue, le matériau élastique devrait naturellement suivre le même chemin à la décharge qu'au cours du chargement. A moins que, à la manière d'une goutte d'eau tombant exactement sur la ligne de partage des eaux de deux bassins hydrographiques et dont la destinée est incertaine, la position d'équilibre instable étant parfaitement atteinte, une décharge puisse provoquer soit une diminution, soit une augmentation de  $\delta$ , l'échantillon retrouvant dans un cas comme dans l'autre un équilibre stable. La situation traduisant un radoucissement semble improbable à observer physiquement.

Si  $Q$  demeure constant, on conserve l'état d'équilibre ultime.

Si  $Q$  augmente en valeur absolue, le matériau tentera d'atteindre un autre état d'équilibre, plus stable, qui lui permettra de dissiper le surplus d'énergie emmagasinée. Un tel état d'équilibre existe-t-il? L'hypothèse de la forme cylindrique peut-elle être conservée (risque de flambage)? La pérennité du matériau doit-elle être remise en cause (modification des propriétés élastiques, apparition de ruptures)?

#### • Conclusion sur la stabilité

L'étude de la stabilité de l'équilibre complète la résolution classique du problème de mécanique (équilibre, loi de comportement, cinématique et conditions aux limites). On précise ainsi les zones d'équilibre stable et instable, dont les limites n'apparaissent pas de prime abord (figure 6). L'instabilité apparaît pour un déplacement axial relatif  $\delta_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , indépendant des propriétés élastiques et

pour une force appliquée de  $Q = -Q_L = -\frac{E\pi r_0^2}{3\sqrt{3}}$ .

#### 3.3.2.3 Calcul en petites transformations et comparaison

En utilisant la loi de comportement élastique isotrope linéarisée :

$$\underline{\sigma} = \lambda \left( \text{tr } \underline{\varepsilon} \right) \underline{1} + 2\mu \underline{\varepsilon} \quad (54)$$

où  $\underline{\varepsilon}$  et  $\underline{\sigma}$  sont donnés par les formules (9) et (10), on obtient les équations d'équilibre :

$$\begin{cases} -p = 2(\lambda + \mu)(\rho - 1) + \lambda(\delta - 1) \\ \frac{Q}{\pi \cdot r^2} = 2\lambda \cdot (\rho - 1) + (\lambda + 2\mu)(\delta - 1) \end{cases}$$

Dans le cas de la compression simple, il reste :

$$\begin{cases} (\rho - 1) = -\nu(\delta - 1) \\ \frac{Q}{\pi \cdot r^2} = E(\delta - 1) \end{cases} \quad (55)$$

En introduisant la première équation de (55) dans la seconde, on écrit :

$$\begin{aligned} \frac{Q}{E \cdot \pi \cdot r_0^2} &= \frac{Q}{E \cdot \pi \cdot r^2} \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 = (\delta - 1) \rho^2 \\ &= (\delta - 1)(1 - \nu(\delta - 1))^2 \end{aligned} \quad (56)$$

L'hypothèse des petites déformations autorise à négliger  $\nu(\delta - 1)$  devant 1 lorsque  $\delta \approx 1$ . On a donc la relation linéarisée :

$$\frac{Q}{E \cdot \pi \cdot r_0^2} = \delta - 1 \quad (57)$$

En comparant cette expression à l'équation (26), on constate que la relation obtenue en petites déformations n'est autre que la tangente en  $\delta=1$  à la relation en grandes déformations (figure 7).

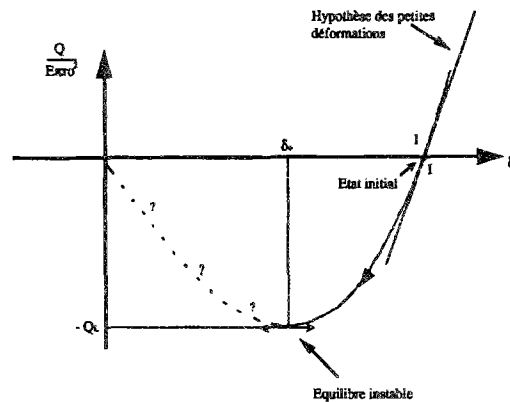


Figure 7 : Allure de la relation effort axial - déplacement relatif axial.

L'état initial est en I ( $\delta=1$ ). Le comportement en compression ( $\delta < 1$ ) impose un minimum de la force appliquée pour lequel apparaît une instabilité de l'équilibre. On est sûr que la courbe en pointillés est instable, mais une instabilité avec transformation non homogène peut intervenir avant. La tangente au point I traduit le comportement en petites déformations.

Il existe ainsi en petites déformations une relation unique entre  $Q$  et  $\delta$ , en raison de la linéarité de la loi de comportement. Un calcul de stabilité analogue à celui du §2.5 mènerait à un déterminant toujours non nul dépendant uniquement des paramètres élastiques. L'équilibre décrit dans le cadre des petites déformations est toujours stable.

#### 3.3.2.4 Remarques

Le calcul du comportement d'un cylindre élastique demeurant élastique au cours de grandes déformations revêt un aspect théorique éloigné du comportement d'une roche.



On montre néanmoins, malgré la simplicité des hypothèses sur lesquelles il repose, plusieurs résultats :

- Le comportement est différent en traction et en compression.

- La courbe effort-déplacement est non-linéaire, et présente notamment un extremum en compression. Elle diffère du comportement en petites perturbations, dont la courbe effort-déformation n'est autre que la tangente en  $\delta=1$  à la courbe obtenue ici.

- L'étude de stabilité complète le calcul classique en montrant les limites du domaine de stabilité de l'équilibre d'un matériau chargé à force contrôlée. En compression, l'équilibre devient instable lorsque l'on atteint un déplacement relatif  $\delta_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , indépendamment des propriétés élastiques du matériau.

Une hypothèse fréquemment admise pour le sel gemme est celle de l'incompressibilité, qui se traduit en déformation infinitésimales par  $\text{tr}(\underline{\epsilon})=0$ . On s'intéresse dans la suite à l'apport de cette hypothèse dans le cas du cylindre élastique.

### 3.3.3. Cas général

La condition de stabilité définie par la relation (31) et la relation (36bis) donne, en développant et en excluant le cas  $p=0$ , l'équation de la frontière des zones stables dans le plan  $(\delta^2, p^2)$  :

$$(3 - 3v - v^2) \delta^4 + [4vp^2 - (1+v)(1+2v)] \delta^2 - p^4 + 2(1+v)p^2 - (1+v)^2 = 0 \quad (59)$$

Posons :  $x = \delta^2$  ;  $y = p^2$  ;  $A = 3 - 3v - v^2$  ;  $B = 2v$  ;  $C = (1+v)(1+2v)$  ;  $D = (1+v)$ .

L'équation à résoudre se résume à :

$$A x^2 + [2B y - C] x - y^2 + 2D y - D^2 = 0 \quad (59bis)$$

La relation entre  $x$  et  $y$  décrit une hyperbole, dont on ne retient que la branche où  $x$  est positif :

$$x = \frac{C - 2B y}{2A} + \frac{1}{2A} \sqrt{4(B^2 + A)y^2 - 4(BC + 2AD)y + C^2 + 4AD^2} \quad (60)$$

Cette branche d'hyperbole admet une tangente verticale (dérivée par rapport à  $x$  nulle) pour :

$$x = \frac{C - 2BD + \sqrt{C^2 - 4BD^2}}{2(B^2 + A)} = \frac{(1+v)(1-2v)}{3(1-v+v^2)}$$

$$y = \frac{BC + 2AD + B\sqrt{C^2 - 4BD^2}}{2(B^2 + A)} = \frac{(1+v)(3-v-v^2)}{3(1-v+v^2)} \quad (61)$$

Pour un chargement quelconque, il apparaît nécessairement une instabilité si  $\delta$  atteint la valeur :

$$\delta_{\text{inf}} = \sqrt{\frac{(1+v)(1-2v)}{3(1-v+v^2)}} \quad (62)$$

et peut-être même pour  $\delta > \delta_{\text{inf}}$  selon le trajet de chargement. On remarquera que  $\delta_{\text{inf}}$  est inférieur à  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , quelle que soit la valeur de  $v$ .

La frontière de stabilité doit respecter la positivité de  $y$ . Lorsque  $y=0$ , on a :

$$x = x_0 = \frac{C + \sqrt{C^2 + 4AD^2}}{2A} = \frac{(1+v)(1+2v+\sqrt{13-8v})}{2(3-3v-v^2)} \quad (63)$$

En étudiant les intersections des différents trajets de chargement avec la branche d'hyperbole traduisant la nullité du déterminant  $D$ , on trouve les résultats suivants :

- Ellipse  $C_0$  (chargement uniaxial) : intersection

$$\text{en } \delta = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad p = \sqrt{\frac{3+2v}{3}}$$

- Bissectrice (chargement hydrostatique) : intersection

en  $p = \delta = \sqrt{\frac{1+v}{2-v}}$ . On trouve la même intersection avec l'ellipse  $E$ .

Le point d'abscisse minimale en  $\delta$  de la courbe  $D=0$  a pour coordonnées :

$$\delta_{\text{inf}} = \sqrt{\frac{(1+v)(1-2v)}{3(1-v+v^2)}} ; \quad p_{\text{inf}} = \sqrt{\frac{(1+v)(3-v-v^2)}{3(1-v+v^2)}}$$

On constate que pour toute valeur de  $v$ , on a :

$$\delta_{\text{inf}} < \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad p_{\text{inf}} > \sqrt{\frac{3+2v}{3}} \quad (64)$$

La figure 8 donne une illustration des zones de stabilité dans le plan  $(\delta^2, p^2)$ . Dans le plan  $(\delta, p)$ , ces zones sont représentées sur la figure 9. On constate que le domaine de stabilité est plus grand pour des valeurs de  $\delta > 1$  (traction ou extension) que pour des valeurs de  $\delta < 1$  (compression). On peut envisager de combiner des trajets de chargement avec par exemple une compression hydrostatique (droite bissectrice) suivie d'une compression axiale (ellipse  $C$  donnée à la valeur de la pression normalisée requise).

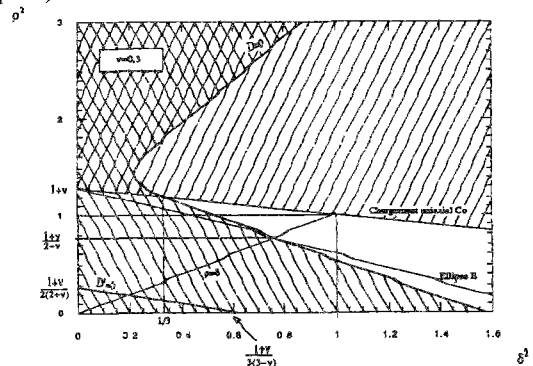
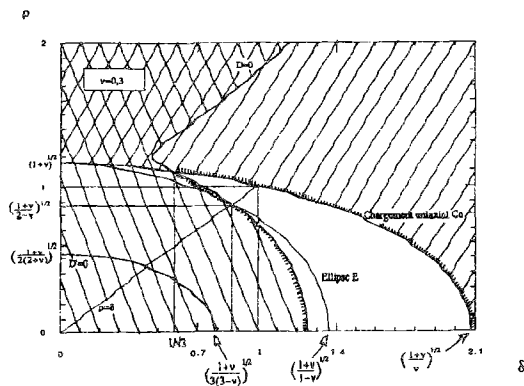


Figure 8 : Frontière entre les domaines stables et instables dans le plan  $(\delta^2, p^2)$ .

L'état initial se caractérise par  $p=\delta=1$ . Le trajet de chargement en compression ou traction uniaxiale est dans ce plan une droite. Les courbes sont calculées pour  $v=0,3$ . La frontière  $D$  est symbolisée en hachures; la frontière  $D'$  est en gras.



**Figure 9 :** Zones de stabilité dans le plan  $(\delta, \rho)$ . L'état initial se caractérise par  $\rho=\delta=1$ .  $v=0,3$ . La frontière D' est en gras. On distinguera les zones mathématiquement instables ( $\backslash\backslash$ ) des zones physiquement impossible à atteindre ( $///$ ), pour faire finalement apparaître la zone stable.

Dans ces calculs, le matériau a été supposé compressible. On a montré la possibilité (théorique) d'apparition de chemins alternatifs (bifurcation) et d'instabilité dans certains cas, qui compte tenu des hypothèses posées ne devraient pas concerner les roches.

Une hypothèse fréquemment admise est celle de l'incompressibilité, qui se traduit en déformation infinitésimales par  $\text{tr}(\underline{\underline{\epsilon}})=0$ . On s'intéresse dans la suite à l'apport de cette hypothèse dans le cas du cylindre élastique.

#### 4. Hypothèse de l'incompressibilité

Un corps est dit incompressible si son volume ne peut être réduit (ou augmenté) par l'augmentation (ou la diminution) de la pression qui lui est appliquée.

#### 4.1. Résolution par multiplicateurs de Lagrange

#### 4.1.1. Généralités

Un matériau est assujéti à des liaisons internes si le tenseur taux de déformation lagrangien  $\underline{\underline{e}}$  dans les transformations réelles à partir d'un état donné, ne peut être symétrique quelconque et est astreint à satisfaire une ou plusieurs relations (en nombre inférieur ou égal à six) [SALENÇON, 1989, p321].

L'incompressibilité est l'exemple d'une telle liaison interne. Elle se traduit par une relation :

$$\varphi(e) = 0 \quad (65)$$

où  $\phi$  s'identifie à un potentiel thermodynamique qui, comme l'énergie libre massique  $\psi$  sera symétrique.

Cela impose au taux de déformation à la condition:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{e}} : \dot{\mathbf{e}} = 0 \quad (66)$$

Le comportement d'un matériau incompressible peut donc être décrit à partir de deux relations :

$$\begin{cases} \varphi(\underline{e}) = 0 \\ \underline{\pi} = \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{e}}(T, \underline{e}) + \eta \frac{\partial \varphi}{\partial \underline{e}}(\underline{e}) \end{cases} \quad (67)$$

Le terme  $\eta \frac{\partial \varphi}{\partial \underline{e}}(\underline{e})$  est un tenseur symétrique qui vient en quelque sorte compenser sur les contraintes les restrictions imposées sur les déformations<sup>7</sup>.

#### 4.1.2. Hypothèses d'invariance de

volume

On peut formuler de différentes façons l'hypothèse de l'invariance de volume. Pour ce faire on utilise la définition du jacobien de la transformation :

$$J = \frac{d\Omega_t}{d\Omega_0} = \det \underline{\underline{F}}(\underline{X}, t) \quad (68)$$

J représente la dilatation volumique qui vaut 1 dans le cas d'un matériau incompressible. On pourra aussi exprimer l'invariance de volume par trois relations supplémentaires équivalentes :

$$\begin{cases} \text{tr } \underline{\underline{K}}(\underline{x}, t) = 0 \\ \text{div } \underline{V}(\underline{x}, t) = 0 \\ \text{tr } \underline{d}(\underline{x}, t) = 0 \end{cases} \quad (69)$$

Nous utiliserons la dernière expression faisant intervenir le tenseur taux de déformation eulérien  $\underline{d}$  et nous nous replacerons dans le cadre d'un formalisme lagrangien. Il vient :

$$\text{tr } \underline{\underline{d}}=0 \Leftrightarrow \text{tr} (\underline{\underline{t}}\underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{\dot{e}}} \underline{\underline{F}}^{-1}) = \text{tr} (\underline{\underline{F}}_{\text{kl}}^{-1} \underline{\underline{\dot{e}}}_{\text{kl}} \underline{\underline{F}}_{\text{lj}}^{-1})$$

$$= \text{tr} (F_{ki}^{-1} {}^t F_{jl}^{-1} \cdot e_{kl}) = 0$$

puisque  $i=j \Rightarrow (F_{ki}^{-1} {}^t F_{il}^{-1} \dot{e}_{kl}) = 0$

$$\Leftrightarrow (\underline{F}^{-1} \underline{t} \underline{F}^{-1}) : \underline{\dot{e}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(\underline{1} + 2\underline{e})^{-1} : \underline{\dot{e}} = 0} \quad (70)$$

Cette équation permet d'extraire immédiatement, par analogie avec (76) :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \underline{e}}(\underline{e}) = (\underline{1} + 2\underline{e})^{-1} \quad (71)$$

La relation (46) peut être d'un usage plus simple si  $(\underline{1} + 2e)$  est facilement inversible (cas d'une matrice e diagonale par exemple).

En fonction du potentiel thermodynamique  $\psi$  considéré et de son développement, on écrira la loi de comportement :

$$\underline{\pi} = \rho_0 \frac{\partial \underline{\psi}}{\partial \underline{e}} (T, \underline{e}) + \eta (1 + 2\underline{e})^{-1} \quad (72)$$

<sup>7</sup> L'introduction du multiplicateur de Lagrange associé permet de résoudre les problèmes de thermoélasticité. L'indétermination apparue dans la loi de comportement est levée par la résolution des équations du problème (équations de champs y compris des liaisons internes, conditions aux limites) si celui-ci est bien posé.

Dans le cas isotherme sans contrainte initiale dans un milieu isotrope, il reste en linéarisant :

$$\underline{\pi} = \lambda \cdot (\text{tr } \underline{e}) + 2 \cdot \mu \cdot \underline{e} + \eta \cdot (\underline{1} + 2\underline{e})^{-1} \quad (73)$$

On n'oubliera pas que cette loi de comportement est associée à l'hypothèse de l'invariance du volume.

#### 4.2. Relation effort-déplacement

En tenant compte de l'invariance du volume  $J = \rho^2 \delta = 1$ , il reste :

$$\underline{\pi}(\underline{X}, t) = \begin{pmatrix} -p \delta & 0 & 0 \\ 0 & -p \delta & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Q}{\pi r_0^2} \frac{1}{\delta} - p \frac{1}{\delta^2} \end{pmatrix} \quad (74)$$

$$\underline{e}(\underline{X}, t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\delta} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\delta} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta^2 - 1 \end{pmatrix} \quad (75)$$

$$\text{tr } \underline{e} = \frac{1}{\delta} + \frac{\delta^2}{2} - \frac{3}{2} \quad (76)$$

$$\text{et } (\underline{1} + 2\underline{e})^{-1} = \begin{pmatrix} \delta & 0 & 0 \\ 0 & \delta & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\delta^2} \end{pmatrix} \quad (77)$$

En appliquant la loi de comportement (73), on obtiendra :

$$\begin{cases} -p \delta = (\lambda + \mu) \left( \frac{1}{\delta} - 1 \right) + \frac{\lambda}{2} (\delta^2 - 1) + \eta \delta \\ \frac{Q}{\pi r_0^2 \delta} = \lambda \left( \frac{1}{\delta} - 1 \right) + \frac{\lambda + 2\mu}{2} (\delta^2 - 1) + \frac{\eta + p}{\delta^2} \end{cases} \quad (78)$$

En éliminant  $\eta$  des équations du système (78), on obtient la relation entre le chargement et la déformation axiale :

$$\frac{Q}{\pi r_0^2} = -\frac{\lambda + \mu}{\delta^3} + \frac{3\lambda + 2\mu}{2\delta^2} + \frac{\lambda}{2} - \frac{\delta}{2} (3\lambda + 2\mu) + \frac{\delta^3}{2} (\lambda + 2\mu) \quad (79)$$

En utilisant les coefficients de Poisson et le module d'Young :

$$\frac{Q}{E \pi r_0^2} = \frac{\delta - 1}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ (1-\nu)\delta^2 + (1-\nu)\delta - 2\nu - \frac{\nu}{\delta} - \frac{\nu}{\delta^2} + \frac{1}{\delta^3} \right] \quad (79\text{bis})$$

En excluant le cas  $\nu=0,5$ ,  $Q$  est une fonction strictement croissante de  $\delta$ .

On remarque que la pression de confinement n'a aucun effet sur la relation effort axial-déformation axiale du matériau incompressible. Cela peut être vu à la lecture du potentiel de la pression de confi-

nement qui est nul par définition en raison de l'hypothèse de l'invariance du volume.

#### 4.3. Stabilité

En remplaçant  $\rho^2$  par  $\frac{1}{\delta}$  dans (20),  $V_1$ , le potentiel élastique volumique du corps isotrope devient :

$$V_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{\lambda + \mu}{\delta^2} - \frac{3\lambda + 2\mu}{\delta} + \lambda \delta + \frac{\delta^4}{4} (\lambda + 2\mu) - \frac{\delta^2}{2} (3\lambda + 2\mu) + \frac{3}{4} (3\lambda + 2\mu) \right] \quad (80)$$

La dérivée par rapport à  $\delta$  s'exprime par :

$$\frac{\partial V_1}{\partial \delta} = -\frac{\lambda + \mu}{\delta^3} + \frac{3\lambda + 2\mu}{2\delta^2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\delta^3}{2} (\lambda + 2\mu) - \frac{\delta}{2} (3\lambda + 2\mu) \quad (81)$$

Le potentiel de la pression de confinement est nul :  $V_3 = -p \frac{\Delta V}{V} = 0$ . Si le potentiel de la force exté-

rieure est  $V_2 = (1-\delta) \frac{Q}{\pi r_0^2}$ ,

l'équation  $\sum_i \frac{\partial V_i}{\partial \delta} = 0$  donnera :

$$\frac{Q}{\pi r_0^2} = -\frac{\lambda + \mu}{\delta^3} + \frac{3\lambda + 2\mu}{2\delta^2} + \frac{\lambda}{2} - \frac{\delta}{2} (3\lambda + 2\mu) + \frac{\delta^3}{2} (\lambda + 2\mu) \quad (82)$$

On retrouve la même forme d'équation que par le calcul par les multiplicateurs de lagrange (79 et 79bis).

On remarque que l'hypothèse d'incompressibilité doit être introduite dans les équations de base du (ou des) potentiel(s) pris en compte. Le nombre des variables indépendantes se réduit d'un ordre (on passe ici de deux à une variable). Il s'ensuit un nombre de relations, obtenues par dérivation, également diminué pour atteindre la loi de comportement.

#### Peut-il y avoir instabilité?

L'étude de la relation de comportement de la formule (79) se ramène à l'étude de la dérivée seconde du potentiel élastique. Or, on a remarqué que hormis dans le cas  $\nu = 0,5$  pour lequel la dérivée s'annule en  $\delta = 1$ , elle est toujours positive. On en conclut que la **stabilité est toujours vérifiée** sauf si  $\nu=0,5$ .

Tant que la transformation demeurera homogène, il n'apparaîtra pas de bifurcation sur un matériau incompressible.

#### 5. Comparaison entre les hypothèses de compressibilité et d'incompressibilité en compression simple

Dans le cas de la compressibilité, et de l'incompressibilité en compression simple, on a trouvé les relations :

$$\begin{cases} f_1(\delta) = \frac{Q}{E \pi r_0^2} = \frac{\delta^3 - \delta}{2} \\ f_2(\delta) = \frac{Q}{E \pi r_0^2} = \frac{1}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ -\frac{1}{\delta^3} + \frac{1+\nu}{\delta^2} + \nu - (1+\nu)\delta + (1-\nu)\delta^3 \right] \end{cases} \quad (83)$$

Les tangentes à ces courbes en un point  $\delta_0$  ont pour équations respectivement :

$$\begin{cases} y_1(\delta_0) = \frac{3\delta_0^2 - 1}{2} \delta - \delta_0^3 \\ y_2(\delta_0) = \frac{1}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ -\frac{4}{\delta_0^3} + \frac{3(1+\nu)}{\delta_0^2} + \nu - 2(1-\nu)\delta_0^3 + \left( \frac{3}{\delta_0^4} - \frac{2(1+\nu)}{\delta_0^3} - 1 - \nu + 3(1-\nu)\delta_0^2 \right) \delta \right] \end{cases} \quad (84)$$

A l'état d'équilibre initial (en  $\delta=1$ ), on aura pour tangentes à  $f_1$  et à  $f_2$  :

$$\begin{cases} y_1(1) = \delta - 1 \\ y_2(1) = \frac{3(\delta - 1)}{2(1+\nu)} \end{cases} \quad (85)$$

On constate qu'il y a identité en  $\delta=1$  uniquement si  $\nu=0,5$ , ce qui est conforme à l'hypothèse classique de l'invariance de volume en petite déformation. Le comportement du matériau étant donné dans ce cas là par la tangente à  $f_1$  en  $\delta=1$ .

On a vu que hormis dans le cas où  $\nu=0,5$ , la fonction  $f_2$  est strictement croissante. Les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont par ailleurs sécantes (ou tangentes dans le cas particulier de  $\nu=0,5$ ) en  $\delta=1$ . L'étude des limites<sup>8</sup> en  $\delta=0$  et vers  $\delta \rightarrow +\infty$ , nous indique que :

$$\begin{aligned} f_2(\delta) &> f_1(\delta) \text{ pour } \delta > 1 \\ f_2(\delta) &< f_1(\delta) \text{ pour } \delta < 1 \end{aligned} \quad (86)$$

L'allure de ces deux courbes est donnée par la figure 10 sur laquelle le coefficient de Poisson a la valeur de  $\nu=0,3$ .

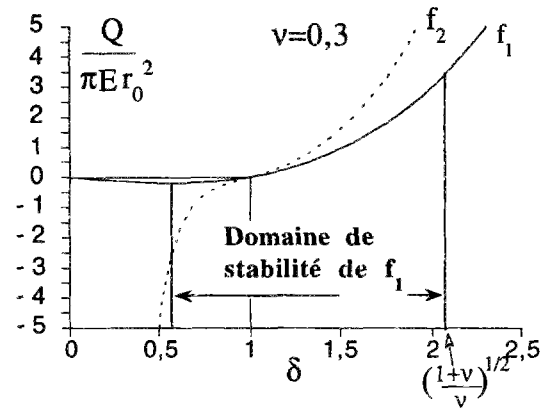


Figure 10 : Allure des courbes  $f_1$  et  $f_2$ .

La courbe  $f_1$  correspond au cas d'un matériau sur lequel aucune hypothèse d'incompressibilité n'a été formulée. La courbe  $f_2$  traduit le cas d'un matériau supposé incompressible, pour lequel le coefficient de Poisson  $\nu$  a été choisi égal à 0,3 dans cet exemple. La zone où la fonction  $f_1$  est stable est indiquée; sa détermination a été présentée par ailleurs.

## 6. Conclusions

L'hypothèse d'incompressibilité d'un matériau intervient directement dans l'écriture de la loi de comportement d'un matériau. En ayant choisi une loi de comportement assez simple, on peut formuler quelques remarques.

En compression simple, on observe une différence importante en compression entre le comportement d'un matériau supposé compressible et celui d'un matériau supposé incompressible.

Dans le domaine des tractions, la différence de comportement est beaucoup plus faible.

Le problème de la stabilité ne se pose pas pour un matériau incompressible sauf pour  $\nu=0,5$  et seulement en  $\delta=1$  (état initial).

La pression de confinement n'a aucune influence sur le comportement d'un matériau élastique incompressible.

Le comportement en "petites perturbations" se traduit par la tangente à la courbe "compressible" en  $\delta=1$ , laquelle tangente coïncide avec celle de la courbe "incompressible" en  $\delta=1$  et  $\nu=0,5$ .

L'hypothèse d'invariance de volume  $\nu=0,5$  communément admise en petites déformations, en élasticité linéaire, **ne peut être étendue aux grandes déformations sans être entachée d'erreur.**

Bien qu'il repose sur des hypothèses très simples, ce calcul permet, en se familiarisant à l'usage du formalisme des grandes déformations de saisir l'importance des différences de comportement en traction et en compression, ainsi que le poids de l'hypothèse de l'incompressibilité.

<sup>8</sup>  $f_1(0) = 0$  et  $f_2(0) \rightarrow -\infty$  d'une part, et d'autre part en  $\delta \rightarrow +\infty$  les termes de puissance élevée sont conditionnés par l'inégalité :  $\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} > 1$ .







# Références bibliographiques

- ABOU-EZZI N.E., 1989. "Modélisation du comportement non-linéaire du béton par la mécanique de l'endommagement". 13 mars 1989, Thèse ENPC. 282 p.
- ALLEMANDOU X., DUSSEAUULT M.B., 1993. "Healing processes and transient creep of salt rock". Geotechnical engng of hard soils-soft rocks, Anagnostopoulos et al. (ed). Athens sept. pp1581-1590.
- AUBERTIN M., GILL D.E., LADANYI B. 1987. "Le comportement rhéologique du sel : revue bibliographique. Tome 1 : Essais en laboratoire et modélisation empirique" Ecole Polytechnique de Montréal. Rapport EPM/RT-87/31. 204 p.
- AUBERTIN M., GILL D.E., LADANYI B. 1987. "Le comportement rhéologique du sel : revue bibliographique. Tome 2 : Mécanismes de déformation, modélisation physique, rupture, essais en place et comportement in situ". Ecole Polytechnique de Montréal. Rapport EPM/RT-87/32. 219 p.
- AUBERTIN M., GILL D.E., LADANYI B., 1991. "Laboratory validation of a unified viscoplastic model for rocksalt". ISRM Aachen pp183-186.
- AUBERTIN M., GILL D.E., LADANYI B., 1993. "Modelling the transient inelastic flow of rocksalt". 7th Symp. on Salt, Tokyo. vol.I, pp 93-104.
- AUBERTIN M., GILL D.E., LADANYI B., 1994. "Constitutive equations with internal state variables for the inelastic behavior of soft rocks". Mechanics USA 1994, Kobayashi (ed.) Appl. Mech. Rev., n°6, part2. ASME
- AUBERTIN M., GILL D.E., SERVANT S., 1992. "Modélisation du comportement inélastique de roches tendres en régime ductile à l'aide de variables d'état". Coll. René Houpert, 10-11 sept, Nancy. pp257-267.
- AUBERTIN M., SGAOULA J., GILL D.E., 1993a. "A damage model for rocksalt : application to tertiary creep". 7th Symp. on Salt, Tokyo. vol.I, pp117-125.
- AUBRY D., 1989. "Transition from localized to discontinuous behaviour in porous dilatant materials". In Cracking and damage, strain localization and size effect, Mazars & Bazant (Ed.), Elsevier. pp259-268.
- AUBRY D., MODARESSI A., 1991. "Analyse des conditions de discontinuité de déformations dans un milieu endommagé orienté". Compte-rendu de la journée "bandes de cisaillement dans les roches" du 18 juin 1991 du Groupement géomécanique des roches profondes (GDR 914). 5p.
- BALDI G., HUECKEL T., PEANO A., PELLEGRINI R., 1991. "Developments in modelling of thermo-hydro-geomechanical behaviour of Boom clay and clay based buffer materials (2 vol.). CEC. EUR 13365.
- BARBER D.J., MEREDITH P.G. (Ed), 1990. "Deformation processes in minerals, ceramics and rocks". Unwin Hyman Ed., 423p.
- BARTHELEMY B., 1980. "Notions pratiques de calcul à la rupture." Eyrolles.
- BAZANT, 1980 "Advanced topics in inelasticity and failure of concrete", Rapport ENPC-DFC, n°56, sept, Paris.
- BAZARGAN B., 1994. "Caractérisation du sel d'Amélie au laboratoire en vue d'une modélisation de l'essai in situ CPPS". Rapport n°695RP G3S 94-004, 16p.
- BAZARGAN B., LIU H., 1992. "Méthodologie pour la caractérisation de l'état de fissuration des roches". Rapport scientifique du G.3S, pp 175-188.
- BENAIJA E.H., 1992. "Application de la stéréophotogrammétrie au béton : cas de la compression simple". Thèse ENPC.
- BEREST P., BERGUES J., NGUYEN M.D., 1979. "Comportement des roches au cours de la rupture : applications à l'interprétation des essais sur des tubes épais". Rev. Fr. Géotech., n°9 pp5-12.
- BEREST P., NGUYEN M.D., PANET M., 1978. "Contribution à l'étude d'une cavité souterraine dans un milieu avec radoucissement". Rev. Fr. Géotech., n°4 pp67-72.
- BERGUES J., CHARPENTIER J.P. 1987. "Influence de la vitesse de chargement sur la rupture du sel en extension". Proc. 6th ISRM congr., Montréal. (Herget & Vongpaisal Ed.). Balkema. pp 1677-1679.
- BERGUES J., CHARPENTIER J.P., DAO M. 1987. "Etude expérimentale du comportement mécanique du sel en extension". Proc. 6th ISRM congr., Montréal. (Herget & Vongpaisal Ed.). Balkema. pp 805-808.
- BERVEILLER M., ZAOUI A., 1978. "An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals", J. Mech. Phys. Solids, 26, 325-344.



- BEYNET J.M., TRAMPCZYNSKI W., 1977. "Application de la stéréophotogrammétrie à la mesure des déplacements et à l'étude de l'écoulement des matériaux". Matériaux et constructions, vol.10, n°59.
- BHAT J.J., CAROLL M.M., SCHATZ J.F., 1975. "A spherical model calculation from volumetric response of porous rocks" J. Appl. Mech., 363-368, 2133-2135.
- BIENIAWSKI Z.T., 1970. "Time-dependant behaviour of fractured rock". Int. J. of Rock Mechanics. vol 2, pp 123-137.
- BILLARDON R., DOGHRI I., 1989. "Prévision de l'amorçage d'une macro-fissure par localisation de l'endommagement". C.R.Acad. Sci.Paris t.308, série II, pp.347-352.
- BLANC-VALLERON M., 1990. "Les formations paléogènes évaporitiques du bassin potassique de Mulhouse et des bassins plus septentrionaux d'Alsace". Thèse de doctorat-es-sciences, Université Louis Pasteur, Strasbourg. 350p.
- BLUM W., 1973 "Activation analysis of steady-state deformation of single and polycrystalline sodium chloride". Phil. Mag. 28,245.
- BONNEVAL H., 1972. "Photogrammétrie Générale". Collection scientifique de l'IGN. Ed. Eyrolles. 4 tomes.
- BORNS D.J., STORMONT J.C., 1989. "The delineation of the disturbed rock zone surrounding excavations in salt". in Rock Mech. as a guide for efficient natural ressources, Khair (ed.) pp353-360.
- BRENIAUX J., BONTE G., RENIE D. 1986. "Mesures des contraintes in situ aux Mines de Potasse d'Alsace". Revue Industrie minérale- Mines et carrières-Techniques. pp 177-183.
- BRODSKY N.S., MUNSON D.E., 1991. "The effect of brine on the creep of WIPP salt in laboratory tests". 32nd US Symp. Rock Mechanics. Univ Oklahoma. Roegier (ed) pp 703-712.
- BROOK N., 1993. "The measurement and estimation of basic Rock strength". In Comprehensive Rock Engineering, Hudson ed. Vol.3 pp41-66.
- BROWN E.T., 1991. "Modelling the stress-strain behaviour of rock masses. General report". 7th ISRM Congr., Aachen, sept 91. 7p.
- BROWN E.T., BRAY J.W., LADANAYI B., HOEK E., 1983. "Ground response curves for rock tunnels". J. Geoth. engng, vol.109, n°1, pp15-39.
- BRUN L. 1990. "Introduction à la thermodynamique des matériaux". Ecole Polytechnique, majeure sciences des matériaux. 150 p.
- BUI H.D., STOLZ C., 1987. "Damage theories for brittle and ductile materials". In fracture of non-metallic materials, Heerman et al. (ed.). ISPRA course. pp33-46.
- BUTTERFIELD R., HARKNESS R.M., ANDRAWES K.Z., 1970. "A stereo-photogrammetric method for measuring displacement fields". Geotechnique 20, n°3, pp 308-314.
- CARTER N.L., HEARD H.C., 1970. "Temperature rate dependent deformation of halite". Am. J. of Sci., vol.269, pp193-249.
- CESCOTTO S., 1992. "Finite deformation of solids" in Hartley & Pillinger (eds.) Numerical modelling of material processes, pp 20-67.
- CHARPENTIER J.P., 1983. "Etude expérimentale : fluage du sel d'Etrez". Rapport n°13, LMS, Ecole Polytechnique, Palaiseau. 18p.
- CHENG H., DUSSEAUULT M.B., 1993. "Deformation and diffusion behaviour in a solid experiencing damage : a continuous damage model and its numerical implementation" Accepted in Int. J. Rock Mech. Mining Sci. & geomech. Abstr.
- COLAS A., 1993. "Le sel". 2ème édition. Collection Que sais-je? PUF 128p.
- CORNET F.H., THOMAS A. 1983. "Mesures de contraintes en terrains salifères". Symp. Int. des essais en place. Paris. Vol.2. pp 475-479.
- CORTHESY R., 1989. "La mesure des contraintes dans le sel gemme". Ph. D. Thesis. Ecole Polytechnique de Montréal. 422p.
- COSENZA Ph, GHOREYCHI M., 1992. "Design of a brine and gas permeability field test in Rock salt." Proc. Project on effect of gas in underground storage facilities (Pegasus project), 11-12 june. CCE report EUR14816, pp157-172.
- CRAMPIN S., 1981. "A review of wave motion in anisotropic and cracked elastic-media". Wave motion 3. North Holland pub. Comp. pp 343-391.
- CRISTESCU N., 1985. "Fluage, dilatance ou compressibilité des roches autour des puits verticaux et des forages pétroliers". Revue Française de Géotechnique n°31, pp 11-22.
- CRISTESCU N., 1989. "Rock Rheology". Kluwer Academic Publisher. 336p.
- CRISTESCU N., 1991a. "Non associated elastic/viscoplastic equations for sand". Int.J. Plasticity, vol.6, pp 41-64.
- CRISTESCU N., 1992. "Rock viscoplasticity". Ecole d'été de mécanique des roches, Programme TEMPUS, juin 1992, Bucarest.
- CRISTESCU N., 1993b. "Constitutive equation for rock salt and mining applications". 7th Symp. on Salt. vol.I, pp 105-115.
- CRISTESCU N.D., 1993a. "A general constitutive equation for transient and stationary creep of rock salt" Int. J. Rock Mech.Min.Sci.& Geomech.Abst., vol.30, n°2, pp125-140.
- CRISTESCU N., HUNSCHE U., 1991a. "Determination of a non associated constitutive equation for rock salt from experiments". Proc. IUTAM Symp. Hannover.
- CRISTESCU N., HUNSCHE U., 1991b. "A constitutive equation for salt". 7th Int. Congress on Rock Mechanics, Aachen, sept. 16-20. 10p.

- CRISTESCU N., HUNSCH U., 1993. "A comprehensive constitutive equation for rock salt : determination and application". 3rd conf. on the mechanical behaviour of Salt, Palaiseau (France), preprint pp177-191.
- CROUCH S.L., 1970. "Experimental determination of volumetric strains in failed rocks". *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 7, 589-603.
- DAVIDGE R.W., PRATT P.L., 1964. "Plastic deformation and work hardening in NaCl". *Phys. Stat. Sol.* 6, pp759-776.
- DESAI C.S., 1989. "Single surface yield and potential function plasticity models : a review". *Computers and Geotechnics* 7, pp319-335.
- DESOYER T., CORMERY F., 1994. "On uniqueness and localization in elastic-damage materials". *Int. J. Solids structures* vol.31, n°5 pp733-744.
- DESOYER T., LEROUX S., 1994. Etude de la localisation pour une loi de comportement élastique endommageable avec gradients de déplacement d'ordre supérieur." *C.R.A.S.* t318, série II pp 277-282.
- DESRUES J., 1983. "Sur l'application de la stéréophotogrammétrie à la mesure des grandes déformations". *Revue Française de Mécanique*, n°1983-3, pp 55-63.
- DESRUES J., 1984. "Localisation de la déformation dans les matériaux granulaires". Thèse de doctorat d'Etat, Université Scientifique Médicale de Grenoble.
- DESRUES J., 1992. "Strain localisation in geomaterials : experiment basis", in *Strain localisation and failure in geomaterials*, continuing education course, Politecnico di Milano, 22-25 sept., 18p.
- DIEULESAINT E., ROYER D., 1974. "Ondes élastiques dans les solides". Masson et Cie Ed.
- DOUGILL J.W., 1976. "On stable progressively fracturing solids", *J. of Appl. Math & Phys.*, ZAMP, vol.27 (4), pp 423-437.
- DOUGILL J.W., 1983. "Constitutive relations for concrete and rock : applications and extensions of elasticity and plasticity theory", Preprints, William Prager Symp. on Mechanics of geomaterials : Rock, concrete, soils, Bazant (ed.) Northwestern Univ., Evanston (Ill.), USA, pp17-54.
- DRAGON A., 1991. "Bifurcation en mode localisé pour un matériau endommageable et problème de l'amorçage d'une fissure". Compte-rendu de la journée "bandes de cisaillement dans les roches" du 18 juin 1991 du Groupement géomécanique des roches profondes (GDR 914). 4p.
- DRAGON A., MROZ Z., 1979a. "A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete". *Int. J. Engng Sci.*, vol.17, pp121-137.
- DRAGON A., MROZ Z., 1979b. "A model for plastic creep of rock-like materials accounting for the kinetics of fracture". *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* vol.16, pp.253-259.
- DRAGON A., PHAM D., CHARLEZ Ph., SHAO J.F., 1993. "Anisotropic damage model for brittle rock" *Proceeding of Int. Conf. on Assessment and prevention of failure phenomena in rock engineering*, Istanbul, 71-78, Balkema.
- EGGER P., 1973. "Influence du comportement du rocher après la rupture sur le soutènement des tunnels, en particulier le soutènement par boulonnage". *Veröffns Inst. Boden Mech. Felsmech. Univ. Friedericiana Karlsruhe*, Allemagne, n°57 p1-83. Trad. n°5401, BRGM, Service d'information géologique.
- EVANS B., FREDRICH J.T., WONG T.F., 1990. "The brittle-ductile transition in rocks : recent experimental and theoretical progress". *Geophysical Monograph* 56, pp1-20.
- FARMER I.W., GILBERT M.J. 1981. "Time dependant strength reduction of rock salt". 1st Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Pennsylvania State Univ. Nov. 9-11. *Trans Tech Pub.*, pp 3-18.
- FILON L.N.G., 1902. "On the elastic equilibrium of circular cylinders under certain practical systems of load", *Phil.Trans. Roy. Soc., London, Ser. A*, 198 pp147-235.
- FISCHER G.J., PATERSON M.S., 1989. "Dilatancy during rock deformation at high temperature and pressures". *J. geoph. research*, vol.94, n°B12, pp17607-17617.
- FOKKER P.A., KENTER C.J., ROGAAR H.P., 1993. "The effect of fluid pressures on the mechanical stability of (rock)salt". *Kyoto, 7th Symp. on Salt*, vol.1 pp75-82.
- FOSSAL A.F., BRODSKY N.S., CHAN K.S., MUNSON D.E., 1993. "Experimental evaluation of a constitutive model for inelastic flow and damage evolution in solids subjected to triaxial compression". *Int.J.Rock Mech. Min. Sci.&Geomech. Abstr.*, vol.30n°7, pp 1341-1344.
- FOUCAULT RAOULT, 1984. "Dictionnaire de Géologie" Masson, Paris
- GHOUREYCHI M. 1987. "Mesure de l'endommagement des roches par l'atténuation des ultrasons". *Colloque franco-polonais*, Nancy 12-15 mai. pp 113-121.
- GHOUREYCHI M., COSTE F., SU K., 1992. "Anisotropie induite par la fissuration et son incidence sur le couplage thermomécanique". *Colloque René Houpert "Structure et comportement mécanique des géomatériaux"*. Nancy 10-12 sept., imprimerie offset CNRS ISBN 2-85555-047-5, pp313-324.
- GHOUREYCHI M., RAYNAL M., ROMAN J., 1992. "Implementing and monitoring thermomechanical tests in a salt formation of a French potash mine". 33rd US Symp. on Rock Mech., Tillerson et al. (ed) pp181-190.
- GRAMBERG J., 1989. "A non-conventional view on rock mechanics and fracture mechanics". *Publ for the Commission of the European Communities*, Balkema. 250 p.
- GRAMBERG J., ROEST J.P.A., 1984. "Cataclastic effects in rock salt laboratory and in situ measurements". *Commission of the european communities, Nuclear science and technology. EUR 9258 EN*. 68 pp.
- GRATIER J.P., 1984. "La déformation des roches par dissolution-cristallisation". Thèse de l'Université scientifique et médicale de Grenoble, 310p.
- GRIGGS D.T., 1936. "Deformation of rock under high confining pressures. Part I : experiment at room temperature". *vol.44n°5*, pp.541-577.

- GROUPE FRANÇAIS DE RHEOLOGIE, 1988. "Dictionnaire de rhéologie". Annales de l'ITBTP, n°468, octobre 1988. Série questions générales 178.
- GROVES G., KELLY A., 1963. "Independent slip systems in crystals". *Phil.Mag.* Vol.8, 877-887.
- HABIB P., 1953. "La résistance au cisaillement des sols". Thèse de la faculté des sciences de l'université de Paris. La documentation technique du bâtiment et des travaux publics, Paris, 40p.
- HALPHEN B., NGUYEN Q.S., 1975. "Sur les matériaux standards généralisés". *J. de Mécanique*, vol.14, n°1, pp39-63.
- HALPHEN B., SALENÇON J., 1987. "Elastoplasticité". Cours de calcul des structures anélastiques. Presses ENPC, 448p.
- HAMBLEY D.F., FORDHAM C.J., SENSENY P.E. 1989. "General failure criteria for saltrock". *Rock Mech. as a Guide for Efficient Utilization of Natural Ressources : Proc 30th US Symp.*, Morgantown 19-22 june. pp 91-98.
- HARDY H.R., 1988. "Acoustic emission during dissolution of salt". 2nd Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Hanover, Germany. Sept. 24-28. *Trans Tech Pub.* pp 159-177.
- HARDY H.R., 1993. "Evaluation of in situ stresses in salt using acoustic emission techniques". 7th Symp. on Salt, vol.I, pp 49-58.
- HEARD H.C., 1960. "Transition from brittle fracture to ductile flow in Solenhofen limestone as a function of temperature, confining pressure, and interstitial fluid pressure". *Geological Society of America*, in : Grigg & Handin, "Rock deformation". *Mémoire* 79, pp 193-226.
- HEARD H.C., 1972. "Steady-state flow in polycrystalline halite at pressure of 2 kilobars". tiré de "Flow and fracture of rocks", *Geophys. Monogr. Ser.*, Amer. Geophys. Union, vol.16, pp191-210.
- HENRY J.P., SIBAI J.F., SHAO J.F., KONDO D., 1993. "Stabilité des ouvrages souterrains : comportement plastique ou avec endommagement : conséquences sur les ruptures". *Géotechnique et environnement*, 4ème Colloque Franco-Polonais, 15-19 nov. 1993, Nancy
- HOEK E., 1990. "Technical note. Estimating Mohr-Coulomb friction and cohesion values from the Hoek-Brown failure criterion". *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* vol.27 n°3 pp227-229.
- HOEK E., BROWN E.T., 1988. "The Hoek-Brown failure criterion. a 1988 update" 15th Canadian Rock Mech. Symp. Univ. Toronto pp31-38.
- HOEK E., WOOD D., SHAH S., 1992. "A modified Hoek-Brown failure criterion for jointed rock masses". *Eurock* 92. pp209-214.
- HORSEMAN S.T., 1988. "Moisture content. A major uncertainty in storage cavity closure prediction". 2nd Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Hanover, Germany. Sept. 24-28. *Trans Tech Pub.* pp 53-68.
- HORSEMAN S.T., PASSARIS E.K.S. 1984. "Creep tests for storage cavity closure prediction". 1st Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Pennsylvania State Univ. 1981, Nov. 9-11. *Trans Tech Pub.*, pp 119-157.
- HORSEMAN S.T., RUSSELL J.E., HANDIN J., CARTER N.L., 1993. "Slow experimental deformation of Avery Island Salt". 7th Symp. on Salt, vol.I, pp 67-74.
- HUECKEL T., 1991a. "Dilatancy hysteresis in rocks : a generalized Ramberg-Osgood approach". *Computers and geotechnics* 12, pp 209-234. Elsevier.
- HUECKEL T., 1991b. "Damping, cyclic strain buildup and fatigue of rocks : a generalized Ramberg-Osgood approach". *Computers and geotechnics* 12, pp 235-269. Elsevier.
- HUECKEL T., 1993. "Temperature effects on brittle-plastic transition in dehydrating rocks in subduction : a continuum approach". *Int. workshop on thermo-mechanics of clays and clay barriers*, Bergamo, october 20-22.
- HUNSCH U. 1984. "Fracture experiments on cubic rock salt samples". 1st Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Pennsylvania State Univ. 1981 Nov. 9-11. *Trans Tech Pub.*, pp 169-179.
- HUNSCH U., 1989. "On the fracture behavior of rock salt". 19th Canadian Fracture conf. Ottawa. A.S. Krausz et al.(eds.). *Constitutive Laws of Plastic Deformation and Fracture*, 155-163.
- HUNSCH U., 1990. "A failure criterion for natural polycrystalline rock salt". *Int. conf. on Constitutive laws for Eng. Mat.*, Chongqing (China). *Acad.Publ.Beijing*, vol.II, pp1043-1046.
- HUNSCH U., 1991a. "True triaxial failure tests on cubic rock salt samples-Experimental methods and results". prepared for the proceedings of the IUTAM-Symposium 1991, Hannover. Springer: Berlin. 12p.
- HUNSCH U., 1991b. "Volume change and energy dissipation in rock salt during triaxial failure tests". *Proc. Mechanics of creep brittle materials 2*, Leicester UK sept., Cocks and Ponters (ed), Elsevier, pp172-182.
- HUNSCH U., 1993. "Failure behaviour of rock salt around underground cavities". 7th Symp. on Salt, vol.I, pp 59-65. Elsevier.
- HUNSCH U., ALBRECHT H., 1990. "Results of true triaxial strength tests on rock salt". *Engng Fracture Mech.*, vol.35, n°4/5, pp 867-877.
- HUNSCH U., SCHULTZE, 1993. 3rd conf on the mechanical behavior of salt, Palaiseau. Preprint pp
- JAEGER J.C., COOK N.G.W., 1963. "Fundamentals of rock mechanics" Chapman & Hall, London, England, 3rd ed., 593p.
- KACHANOV L.M., 1958. *Izv. Akad Nauk SSSR, Otd. Tekhn. Nauk*, v.8, 26-31.
- KAZAN Y., 1994. "Comportement thermoélastoviscoplastique des ouvrages souterrains dans le sel gemme" Thèse de l'Ecole des Mines de Paris.
- KERN H., FRANKE J.H., 1984. "The effect of temperature on the chemical behavior of carnallite-halite rocks". 1st Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Pennsylvania State Univ. Nov. 9-11. *Trans Tech Pub.*, pp 181-191.

- KIRBY H., KRONENBERG A.K., 1984. "Deformation of clinopyroxenite : evidence for transition in flow mechanisms and semi-brittle behavior". J. Geophys. Research, vol.89, B5 pp3177-3192.
- KLEPACZKO J.R., GARY G., BARBERIS P., 1989. "Comportement du sel gemme en compression uniaxiale à des vitesses de déformation moyennes et élevées". GRECO géomatériaux, rapport scientifique 1989. pp 23-46.
- KLEPACZKO J.R., GARY G., BARBERIS P., 1991. "Behavior of rock salt in uniaxial compression at medium and high strain rates". Arch. Mech.,43-4, pp499-517, Warszawa.
- KOITER W.T., 1960. "General theorems for elastic-plastic solids", Progress in Solid mechanics, vol.1, North-Holland Publ. Co., Amsterdam.
- KONDO D., HENRY J.P., 1990. "Etude expérimentale de la localisation des déformations" GRECO pp201-204.
- KRAJCINOVIC D., LEMAITRE J., 1987. "Continuum damage mechanics. Theory and applications". CISM courses and lectures for mechanical sciences. Springer Verlag 294p.
- KRONER E., 1961. "Zur plastischen verformung des viel-Kristalls". Acta Met. 9, 155-.
- LADANYI B., 1993. "Time dependent response of rock around tunnels". In Comprehensive Rock Mechanics, HudsonEd., Pergamon, vol2, pp77-112.
- LADE P.V., 1977. "Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces". Int. J. Solids Structures, vol.13, pp627-633.
- LAHLOU R., GARY G., GHOREYCHI M., 1991. "Caractérisation physique, thermique et mécanique du massif et des sondes dans le contexte de l'essai in situ CPPS". Rapport G3S 624RPG3S 91-006. 123p.
- LAHLOU R., GHOREYCHI M., 1992a. "Caractérisation physique et mécanique d'un sondage de référence réalisé lors du démantèlement de l'essai in situ sel broyé". Rapport G3S 624RPG3S 92-001. 56p.
- LAHLOU R., GHOREYCHI M., 1992b. "Caractérisation physique et mécanique du sel gemme et du sel broyé réalisée dans le cadre du démantèlement de l'essai in situ sel broyé". Rapport G3S 624RPG3S 92-010. 70p.
- LAJTAI E.Z., SCOTT DUNCAN E.J. 1988. "The mechanism of deformation and fracture in potash rock". Can. Geotech. J. 25. pp 262-278
- LANIER J., DI PRISCO C., NOVA R., 1991. "Etude expérimentale et analyse théorique de l'anisotropie induite du sable d'Hostun". Revue Française de Géotechnique n°57, pp79-74.
- LAWN B.R., WILSHAW T.R., 1975. "Fracture of brittle solids" Cambridge university press.
- LEBRUN P., 1993. "Evolution des caractéristiques pétrographiques des roches salifères sous sollicitations thermomécaniques" Thèse de l'Ecole des Mines de Paris.
- LECOMTE P., 1965. "Creep in rock salt" J. Geology, vol.73, pp469-484.
- LEE E.H., 1969. "Elastic-plastic deformation at finite strains". J. of Applied Mechanics, march, pp1-6.
- LEE K.L., 1970. "Comparison of plane strain and triaxial tests on sand". J. of Soil mechanics & foundations division, ASCE. vol.96, n°sm3, pp901-923.
- LEMAITRE J., 1986. "Local approach of fracture". Engineering Fracture Mechanics, vol.25, n°5/6, pp 523-537.
- LEMAITRE J., CHABOCHE J.L., 1978. "Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement". J. de Mécanique appliquée vol.2n°3pp317-365.
- LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. 1985. "Mécanique des matériaux solides". Dunod ed.532 p.
- LUONG M.P., 1981. "Fondations sous chargement dynamique, cyclique et transitoire". 20ème anniversaire du Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique. pp H1 à H30.
- LUONG M.P., 1990. "Infrared thermovision of damage processes in concrete and rock". Engng Fract. Mech. vol.35, n°1/2/3, pp291-301.
- LUONG M.P., 1993. "Dissipative behaviour of hard soils and soft rocks". Geotechnical Engineering of Hard soils-soft rocks. Anagnostopoulos et al. (eds). Symp. Athenes. Balkema pp671-678.
- LUONG M.P., 1993. "Infrared thermographic observations of rock failure". Comprehensive rock engineering, vol.4, pp715-730.
- MANDEL J., 1965. "Généralisation de la théorie de la plasticité de W.T. Koiter". Int.J. Solids Structures, vol.1, pp273-295.
- MANDEL J., 1971. "Plasticité classique et viscoplasticité". Cours à Udine, Ed. Springer Verlag. 187p.
- MANDEL J., 1971b. "Sur la décomposition d'une transformation élastoplastique". C.R. Acad. Sciences, Paris, t.272, pp276-279.
- MANDEL J., 1971c. "Sur les relations de comportement d'un milieu élastique-viscoplastique". C.R. Acad. Sciences, Paris, t.272, pp 1596-1598.
- MANDEL J., 1971d. "Sur les relations du comportement d'un milieu élastique-viscoplastique". C.R. Acad. Sciences, Paris, t.272, pp 44-46.
- MANDEL J., 1973. "Equations constitutives et directeurs dans les milieux plastiques et viscoplastiques". Int. J. Solids Structures, vol.9, pp725-740.
- MANDEL J., 1985. "Relations de comportement pour un solide elastoplastique anisotrope en transformations finies". Proc CNRS Colloquium, Villars de Lans, june 16-19, 1981, Boehler (Ed.), pp 197-209.
- MATTAUER M., 1973. "Les déformations de l'écorce terrestre". Hermann, Paris, 493p.
- MAURY V. 1987. "Observations, recherches et résultats récents sur les mécanismes de rupture autour de galeries isolées". Rapport de la commission SIMR sur les mécanismes de rupture autour d'ouvrages souterrains. Proc. 6th ISRM congr., Montréal. (Herget & Vongpaisal Ed.). Balkema. Vol 2, pp 1119-1128.
- MAZARS J., BAZANT, (Ed.)1989. "Cracking and damage. Strain localisation and size effect". Elsevier applied science, 550p.
- MAZARS J., PIAUDIER-CABOT G., 1989. "Continuum damage theory application to concrete". J.Engng Mech. vol.115, n°2, pp345-365.

- MESTAT Ph., 1990. "Méthodologie de détermination des paramètres des lois de comportement des sols à partir d'essais triaxiaux conventionnels". Rapport LCPC FAER 1-16.21.0, 194p.
- MESTAT Ph., 1992. "Modèles de comportement des sols et détermination des paramètres des modèles". Rapport LCPC, extrait du mémoire de DEA de E. Youssef, 50p.
- MUNSON D.E., DAWSON P.R., 1984. "Salt constitutive modelling using mechanisms maps". Proc. 1st conf on the mechanical behavior of salt Penn State Univ., 1981.
- MUNSON D.E., WAWERSIK W.R., 1991. "Constitutive modeling of salt behaviour-State of the technology". 7th ISRM Aachen, 14p.
- MURELL S.A.F., 1990. "Brittle to ductile transotions in polycrystalline non-metallic materials" in Deformation Process in minerals, ceramics and rocks, Barber & Meredith (Ed.) pp109-137.
- NAIR K., SINGH R.D., 1973. "Creep rupture criteria for salt". 4th Int. Symp. on Salt. Houston, Texas, vol.2, pp.41-50.
- NGUYEN Q.S., 1984. "Bifurcation et stabilité des systèmes irréversibles obéissant au principe de dissipation maximale". J. Mec. Th.&Appl., vol.3,n°1, pp41-61.
- NGUYEN Q.S., HALPHEN B., 1973. "Sur les lois de comportement élasto-visco-plastique à potentiel généralisé". C.R. Acad Sc. Paris, t.277, série A. pp 319-322.
- NICOLAS A., 1984. "Principes de tectonique". Masson, Paris, 196p.
- NOUAILHAS D., 1985. "Etude exprimentale de l'endommagement de plasticité ductile anisotrope". In Plastic behavior of anisotropic solids, Boehler ed., Proc CNRS Int.Colloquium, Villars de Lans, june 16-19, 1981, pp 563-573.
- OROWAN E., 1949. "Fracture and strength of solids". Rep.Prog.Phys.
- PANET M., 1976. "Propriétés mécaniques des roches". In : "La mécanique des roches appliquée aux ouvrages de génie civil". Association Amicale des Ingénieurs Anciens Elèves de l'ENPC. Sous la dir. de MM.Panet et Fourmaintraux. 235p.
- PARATE N.S. 1969. "Critère de rupture des roches fragiles". Supplément aux ann. de l'ITBTP, janvier 69, n°253. pp 147-160.
- PEACH C., 1991. "Influence of deformation on the fluid transport properties of salt rocks". Utrecht, Geologica Ultraiectina n°77. ISBN 90-71577-31-7, 238p.
- PEACH C.J., 1993. "Deformation, dilatancy and permeability development in halite/anhydrite composites". 3rd conf. on the mechanical behaviour of salt. sept. Palaiseau, France.
- PERAMI R., CALEFFIC., ESPAGNE M., PRINCE W., 1993. "Fluage et microfissuration du sel dans les stockages souterrains". Geoconfine 93, Arnould, Barrès et Côme (eds), Balkema, pp99-104.
- PIJAUDIER-CABOT, 1992. "Non-local damage and localization", in Strain localisation and failure in geomaterials, continuing education course, Politecnico di Milano, 22-25 sept., 55p.
- PIJAUDIER-CABOT G., BAZANT Z.P., 1987. "Non-local damage theory". J.Engng Mech. ASCE, vol.113, pp 1512-1533.
- PIJAUDIER-CABOT G., BODE L., 1992. "Localization of damage in a non local continuum". Mechanics research communications, vol.19(2), pp145-153.
- POIRIER J.P. , 1972. "High temperature creep of single crystalline sodium chloride, II. Investigation of creep substructure." Phil. Mag., vol.26, 713.
- POUYA A., 1991. "Comportement rhéologique du sel gemme. Application à l'étude des excavations souterraines" Thèse de doctorat ENPC, Paris.
- POUYA A., 1991b. "Approche micro-mécanique de la fissuration du sel gemme". 7th ISRM Congr., Aachen, sept 91. pp 319-322.
- POUYA A., ZAOUI A., NABOULI M., 1993. "A micro-macro model for polycrystalline halite". 3rd Conf. on the Mechanical behavior of salt, Preprint, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France. pp115-127.
- PREECE D.S., FOLEY J.T. 1983. "Finite element analysis of salt caverns employed in the strategic petroleum reserve".6th Int. Symp. on Salt. vol.2, pp 49-63.
- PREVOST J.H., 1988. "Modeling the behavior of geomaterials", Princeton Univ., NJ. 150p.
- PRIJ J., ANDRE-JEHAN R., BAJOS C., KNOWLES N.C., MASSAL P., SPIERS C.J., 1990. "Experimental and modelling studies on the deformation behaviour of rock salt". Proc. 3rd European Conf. on radioactive waste management and disposal. L. Cecille ed., Elsevier. Luxembourg 17-21 sept 1990. pp 518-535.
- RADENKOVIC, 1969. "Généralisation à l'espace tridimensionnel. Visco-élasticité linéaire. Plasticité classique". Chapitre IV de "La rhéologie", Persoz coordonnateur, Masson, pp73-88
- RAYNAUD S, FABRE D., MAZEROLLE F., GERAUD Y., LATIERE H.J., 1989. "Analysis of the internal structure of rocks and characterization of mechanical deformation by a non-destructive method : X-ray tomodensitometry". Tectonophysics, 159: 149-159.
- ROCHET L., 1976. "Propriétés mécaniques des roches". In : "La mécanique des roches appliquée aux ouvrages de génie civil". Association Amicale des Ingénieurs Anciens Elèves de l'ENPC. Sous la dir. de MM.Panet et Fourmaintraux. 235p.
- ROEST J.P.A., GRAMBERG J. 1984. "Acoustic crosshole measurements of cataclase thermomechanical behaviour of rocksalt". Proc. of a joint CEC-NEA workshop, Brussels 15-17 may 1984 (Côme, Johnston, Müller Ed.). pp 439-447.
- ROKAHR R.B., STAUDTMEISTER K. 1983. "Creep rupture criteria for rock salt". 6th Int. Symp. on Salt. vol.1, pp 455-462

- ROSCOE K.H., BURLAND J.B., 1968. "On the generalised stress-strain behavior of wet clay". In J.Heyman & F.A. Leckie (Eds.). Engineering Plasticity Cambridge University Press. pp535-609.
- ROUSSELIER G., 1979. "Contribution à l'étude de la rupture dans le domaine de l'élastoplasticité". Thèse de Doctorat d'état. Université Paris VI.
- ROUSSET G., 1988. "Comportement mécanique des argiles profondes. Application au stockage des déchets radioactifs". Thèse de docteur-ingénieur, ENPC. 435p.
- RUSCH H., 1960. "Researches towards a general flexural theory for structural concrete". American concrete Institute Proc. 57, p1-28.
- SALENÇON J. 1989. "Mécanique des milieux continus : concepts généraux". Tomes 1 et 2. Editions de l'Ecole Polytechnique. 629 p.
- SAMMONDS P.R., AYLING M.R., MEREDITH P.G., MURRELL S.A., JONES C., 1989. "A laboratory investigation of acoustic emission and elastic wave velocity changes during rock failure under triaxial stresses". In Rock at great depth, Maury & Fourmaintraux (Eds.), Balkema, pp 233-240.
- SCHOLZ C., 1990. "The mechanics of earthquake and faulting". Cambridge University Press. 439p.
- SENSENY P.E., 1985. "Determination of a constitutive law for salt at elevated temperature and pressure" in Symp. on measurement of rock properties at elevated pressures and temperatures, College Station, TX 20june. ASTM STP 869, Pincus & Haskins (eds), Philadelphia pp 55-71.
- SENSENY P.E., FOSSUM A.F., PFEIFLE T.W., 1983. "Nonassociative constitutive laws for low porosity rocks". Int. J. for Num. Anal. Meth. Geomech., vol.7, pp 101-115.
- SENSENY P.E., HANSEN F.D., RUSSEL J.E., CARTER N.L., HANDIN J.W., 1992. "Mechanical behaviour of rocksalt : phenomenology and micromechanisms". Int.J.Rock Mech. Min. Sci.& Geomech. abstr., vol.29, n°4,pp363-378.
- SIRIEYS P.M., 1982. "Anisotropie mécanique des roches". "Mechanical behaviour of anisotropic solids", Proc. Euromech Colloquium, Villars de Lans, june 19-22, 1979, pp481-532.
- SPIERS C.J., BRZESOWSKY R.H., 1993. "Densification behaviour of wet granular salt : theory versus experiment". 7th Symp. on salt, vol.I, pp 83-92.
- SPIERS C.J., PEACH C.J., 1989. "Development of dilatancy and permeability in rocks during creep : experiments on rocksalt as rock analog". Int. Geol. Congr., 1989-07-09, Washington D.C., vol.3 ,pp 162-163.
- SPIERS C.J., URAI J.L., LISTER G.S. 1984. "The effect of brine (inherent or added) on rheology and deformation mechanisms in salt rock". 2nd Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Hanover, Germany. Sept. 24-28. Trans Tech Pub. pp 89-102.
- STOKES R.J. 1966. "Mechanical properties of polycrystalline sodium chloride". Proc. British ceramic society, vol 8-6. pp 189-207.
- STORMONT J.C., DAEMEN J.J.K., DESAI C.S., 1992. "Prediction of dilation and permeability changes in rocksalt" Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech. vol.16 pp545-569.
- STORMONT J.C., HOWARD C.L., DAEMEN J.J.K., 1991. "Changes in rocksalt permeability due to nearby excavation". Rock Mech. as a multidisciplinary Science. Roegiers ed.Balkema pp899-908.
- STRECKDENFINGER M., SCHREIBER H., COMBES P., LEDOUX E., VOUILLE G., 1993. "Etude de sûreté d'un projet de stockage de déchets industriels dans les mines de potasse d'alsace. Approches géologiques et mécaniques". Geoconfine 93, Arnould, Barrès et Côme (eds), Balkema pp557-561.
- THALLAK S., DUSSEAUULT M., ROTHENBURG L., 1992. "Particulate mechanics simulation of borehole stability in unconsolidated media". In situ, 16(3), 203-277.
- THALLAK S., ROTHENBURG L., DUSSEAUULT M., 1993. "Simulation of multiple hydraulic fractures in a discrete element system". University of Waterloo, Canada, 10p.
- THOREL L., 1993. "Endommagement du sel gemme. Principes de dépouillement d'essais triaxiaux et essais sur plaques. Premiers résultats. Rapport G3S 324PRG3S 93-006. 183p.
- THOREL L., 1994. "Endommagement du sel gemme. Essais d'extension et démarche vers une modélisation suivant un formalisme de plasticité". Rapport G.3S n°624RPG3S94-001. 100p
- THOREL L., GHOREYCHI M., 1993. "Rock salt damage. Experimental results and interpretation" 3rd conf. on the mechanical behaviour of salt. 14-16 sept., Palaiseau, France. 15p.
- TILLARD D., DESRUES J., FABRE D., MAZEROLLE F., RAYNAUD S., 1991. "Etude de la déformation dans une roche : la marne de Beaucaire". Compte-rendu de la journée "bandes de cisaillement dans les roches" du 18 juin 1991 du Groupement géomécanique des roches profondes (GDR 914). 5p.
- TORRENTI J.M., BENAÏA E.H., SALHI J.L., DELAHOUSSE H., 1989. "Stéréophotogrammétrie. Application au béton". Rapport des laboratoires du LCPC, série MA-3. 41p.
- TORRENTI J.M., DESRUES J., BENAÏA E.H., BOULAY C., 1990. "La stéréophotogrammétrie : un moyen de visualiser la localisation des déformations dans le béton en compression". Revue Française de Mécanique, n°1990-1. pp 53-57.
- TORRENTI J.M., DESRUES J., PUCH C., MALIER Y., 1989. "Application de la stéréophotogrammétrie à l'étude de la localisation des déformations dans le béton". Bull. liaison Labo Ponts et Chaussées, n°159. pp 105-110.
- TVERGAARD V., 1989. "Plasticity and creep at finite strains". Theoretical and Appl. Mech., Germain et al. ed., Elsevier, IUTAM, pp349-368.
- VAN SAMBEEK L., FOSSUM A., CALLAHAN G., RATIGAN J., 1993. "Salt mechanics : empirical and theoretical developments". 7th symp. on Salt, Kyoto, vol.I, pp 127-134.

- VAN SAMBEEK L.L., RATIGAN J.L., HANSEN F.D., 1993. "Dilatancy of rock salt in laboratory tests". Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol.30 n°7 pp 735-738.
- VON KARMAN T., 1911. "Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck". Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, vol.55 pp1749-1757.
- VON MISES R., 1928. Z. angew.Math.Mech.8,161.
- WALLNER M. 1981. "Critical examination of conditions for ductile fracture in rock salt". Proc. of OECD/NEA Workshop on Near-field phenomena in geological repositories for radioactive waste, Seattle, USA, 3 sept 1981. pp 243-254.
- WALLNER M., 1983. "Stability calculations concerning a room and pillar design in rock salt". 5th ISRM congr., Melbourne.
- WALLNER M. 1984. "Analysis of thermomechanical problems related to the storage of heat producing radioactive waste in rock salt". 1st Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Pennsylvania State Univ. 1981 Nov. 9-11. Trans Tech Pub, pp 739-763.
- WANTEN P.H., SPIERS C.J., PEACH C., 1993. "Deformation of NaCl single crystals at  $0,27T_m < T < 0,44T_m$ ". 3rd conf. on the mechanical behaviour of salt, Palaiseau, preprint pp103-114.
- WAWERSIK W.R., HANNUM D., 1980. "Mechanical behaviour of New Mexico rock salt in triaxial compression up to 200°C". J. Geophys. Research, vol. 85, pp 891-900.
- WOOD D.M., 1990. "Soil behaviour and critical state soil mechanics". Cambridge Univ. press 462p.
- YIN G., LI H., XIAN X., 1988. "The effect of the stress path on strength of rock". in Key questions in rock mechanics, Cundall et al. (eds.) Balkema.
- YUKUTAKE H., 1989. "Fracturing process of granite inferred from measurements of spatial and temporal variations in velocity during triaxial deformations". J. of Geophysical Research, vol.94, n°B11, pp15639-15651.
- ZAOUI A., BRETHERAU T., DOQUET V., POUYA A., 1992 "Approche micro-macro de l'étude de la rhéologie du sel gemme". Rapport interne LMS/G3S n°624RPG.3S 92-005.

# *Bibliographie*

Ici sont indiquées des références complémentaires mais non citées directement dans le texte. Elles regroupent des informations tant sur les stockages souterrains que sur la rupture des géomatériaux, le comportement du sel gemme, la (visco)plasticité ou les déchets radioactifs.

- ATKINSON B.K. (Ed), 1991. "Fracture mechanics of rock". Academic press, 2nd printing, 534p.
- BAAR C.A., 1975. "The deformational behavior of salt rock in situ : hypotheses versus measurements". Bulletin international association of engineering geology, n°12, pp 65-72.
- BAAR C.A. 1977. "Applied salt rock mechanics, 1. The in situ behavior of salt rocks". Elsevier 294 p.
- BEREST P., 1981. "Stabilité des cavités de stockage d'hydrocarbures dans le sel". Revue Française de Géotechnique n°16, pp 5-10.
- BEREST P., 1982. "Analyse des accidents provoqués par les eaux souterraines aux ouvrages souterrains dans le sel gemme". Rapport Laboratoire de Mécanique des Solides, Ecole Polytechnique. 13 février 1982.
- BEREST P., 1987. "Viscoplasticité en mécanique des roches". Manuel de rhéologie des géomatériaux. Félix Darve ed. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. pp 235-257.
- BEREST P., 1989. "Problèmes de mécanique associés au stockage souterrain". Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure de Mines de Paris, 10 février, 361p.
- BEREST P., GHOREYCHI M., KIENER M., 1984. "Rocksalt solution and nuclear waste disposal. The concept of overburden". 2nd Conf. on the Mechanical Behavior of Salt. Hanover, Germany. Sept. 24-28. Trans Tech Pub. pp 223-233.
- BEREST P., NGUYEN M.D., 1979. "Etude en grandes déformations de la contraction et de l'expansion de cylindres creux de révolution élastoplastiques avec radoucissement". J. Mec. Appl., vol.3, n°4, 99463-487.
- BEREST P., WEBER Ph., 1988. "La thermomécanique des roches". Bureau des Recherches Géologiques et Minières, Manuels et méthodes, Orléans, n°16. 320p.
- BIENIAWSKI Z.T., DENKHAUS H.G., VOGLER U.W., 1969. "Failure of fractured rock". Int. J. Rock Mech. Min. Sci. vol.6, pp323-341.
- BOEHLER J.P.(Ed.), 1982. "Mechanical behaviour of anisotropic solids", Proc. Euromech Colloquium, Villars de Lans, June 19-22, 1979, 927p.



- BOEHLER J.P.(Ed.), 1985. "Plastic behavior of anisotropic solids", Proc CNRS Colloquium, Villars de Lans, june 16-19, 1981, 670p.
- BONTE, 1993 : "Mining experience of potash mines in alsace (MDPA). Relationship between mining design and rocks behaviour". Preprint 3rd conf. on the mechanical behaviour of salt, Palaiseau 14-16 sept, pp469-482.
- BORJA R.I., LEE S.R., 1990. "Cam-Clay plasticity, part I : implicit integration of elasto-plastic constitutive relations". Computer methods in Appl. Mech. & Engng 78, pp49-72.
- BUI H.D., 1987. "Recent developments in fracture mechanics". In fracture of non-metallic materials, Heerman et al. (ed.). ISPRA course. pp21-32.
- CARTER N.L., HANSEN F.D., 1983. "Creep of Rocksalt". Tectonophysics, 92 pp275-333.
- DAFALIAS Y.F., 1985. "Lagrangian and eulerian description of plastic anisotropy at large strains. Case study : orthotropy and isotropy", Proc CNRS Colloquium, Villars de Lans, june 16-19, 1981, pp357-374.
- DARVE F.(Ed.), 1987. "Manuel de rhéologie des géomatériaux". Presse des Ponts et Chaussées.
- DE GRAVELAINE F., 1988. "Tout le sel de notre terre". GEO, n°115, septembre. pp 116-132.
- DUFFAUT P., 1981. "Stabilité des cavités souterraines". In La pratique des sols et fondations, Ed. du moniteur. pp787-823.
- ECONOMIE-GEOGRAPHIE, 1990. "Le sel". n°271, janvier.12p.
- GHOREYCHI M.,1990. "Conséquences du comportement thermomécanique du sel pour la conception et la sûreté d'un enfouissement de déchets radioactifs". Stockage en souterrain, actes des journées d'étude organisées à Paris 13-15/11/1990. Presses ENPC. pp 229-243.
- GHOREYCHI M.,1991. "Comportement du sel broyé sous l'effet d'une source de chaleur dans des sondages réalisés dans une mine de sel". Rapport CCE.EUR13638FR. 323p
- GROLIER J., FERNANDEZ A., HUCHER M., RISS J., 1991. "Les propriétés physiques des roches. Théories et modèles". Masson, 462p.
- GROUPEMENT GEOMECHANIQUE DES ROCHES PROFONDES (GDR914), 1991. "Bandes de cisaillement dans les roches". Journée du 18 juin, Saint Germain en Laye.
- GUEGUEN Y., PALCIAUKAS V., 1992. "Introduction à la physique des roches". Hermann, ed. 299p
- HABIB P., 1975. "La rupture des roches et des massifs rocheux dans les travaux de génie civil et miniers". Ann. Soc. Géol. du Nord XCV, 3 pp 155-157.
- HABIB P., 1990 "Aspects thermomécaniques de l'enfouissement des déchets radioactifs de haute activité dans les formations géologiques". La Vie des Sciences, C.R., série générale, tome 7, n°4-5, pp 237-249.
- HALPHEN B.1989. "Le comportement élastoviscoplastique". Ecole Polytechnique, majeure sciences des matériaux. 21 p.
- HARDY H.R., LANGER M., (Ed.)1984. "Mechanical behavior of salt" .Proc. 1st conf on the mechanical behavior of salt. The Pennsylvania State University, november 9-11,1981, Trans Tech Publications, Clausthal-Zellerfeld, Federal Republic of Germany.
- HARTLEY P., PILLINGER I., 1992. "Numerical modelling of material deformation processes". Springer-Verlag, 460p.
- KAKIHANA H., HARDY H.R., HOSHI T., TOYOKURA K., 1993. "7th symposium on Salt", Kyoto 6-9 april 1992, Elsevier, vol.1, 689p.
- LANGER M., HARDY J., (Ed.)1988. "Mechanical behavior of salt" .Proc. 2nd conf on the mechanical behavior of salt. Federal Institute for geosciences and natural ressources,Hanover, Sept.24-28 1984, Trans Tech Publications, Clausthal-Zellerfeld, Federal Republic of Germany.
- MANDEL J. 1959. "Les calculs en matière de pressions des terrains". Revue de l'industrie minière. Janvier 1959. pp 78-92.
- NIETO A., PAUL F., 1975. "Mesure des températures de la sonde à l'indicateur numérique" Editions radio 9, rue Jacob, 75006 PARIS. 175 p.
- ROLNIK H., 1984. "Dimensionner aujourd'hui un stockage de déchets de haute activité dans le sel gemme : Quelle rhéologie?" Thèse de docteur-ingénieur en sciences et techniques minières. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. 240p.
- ROUSSET G. (Ed.), 1990. "Stockage en souterrain". Paris, 13-15 novembre, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. 351p.
- SALENÇON, J. 1990. "Introduction à l'élastoplasticité". Ecole Polytechnique, département de mécanique, majeure sciences des matériaux. 115 p.
- STOCKER J., 1949. "Le sel". Collection Que-sais-je?, PUF 120p.
- THOMAS T.Y., 1961. "Plastic flow and fracture in solids". Academic Press, 267p.
- THOREL L., 1991. "Sel, endommagement, grandes déformations". 624 RP G3S 91-005. 58p.
- THOREL L., 1992. "Quelques aspects de l'endommagement et de la rupture des géomatériaux-application au sel gemme". Rapport G3S 624 RP G3S 92-004. 138p.
- VIGIER G., 1983. "Contribution à l'analyse du comportement des roches et des bancs en conditions minières. Le cas des déformations salifères." Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg (20 mars 1981). mémoire n°70, 187p.